

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол от
«30» ноября 2022 г. № 13

Рабочая программа дисциплины

Качественные методы нелинейной динамики

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

Бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Прикладная математика и информатика (общий профиль)

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

Очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2023 год

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений. Код дисциплины Б1.В.ДВ.07.05.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.07.05 Качественные методы нелинейной динамики относится к части ООП направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», формируемой участниками образовательных отношений.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ПК-13.: Способен участвовать в исследовании математических моделей в естественных науках и технике	ПК-13.1.: Знает методы создания, анализа и исследования математических моделей в естественных науках и технике ПК-13.2.: Знает математические методы обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований	Знает основные положения, качественные методы и подходы нелинейной динамики, динамические состояния, бифуркационные переходы и параметрические портреты в базовых динамических моделях систем с фазовым управлением.	Собеседование
	ПК-13.3.: Умеет корректно использовать методы создания, анализа и исследования математических моделей, умеет применять численные и аналитические методы решения базовых математических задач и классических задач естествознания в практической деятельности	Умеет использовать методы и приемы нелинейной динамики при решении конкретных задач динамики систем с фазовым управлением, планировать вычислительный эксперимент на ЭВМ.	Задача (практическое задание) Контрольная работа
	ПК-13.4.: Владеет навыками использования	Владеет основными методами и приемами нелинейной динамики и технологией вычислительного эксперимента в приложении	Задача (практическое задание)

	<i>математических методов обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований</i>	к исследованию динамики систем с фазовым управлением.	<i>Контрольная работа</i>
--	--	---	---------------------------

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	3 ЗЕТ
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	34
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа	16
- занятия лабораторного типа	0
- текущий контроль (КСР)	2
самостоятельная работа	38
Промежуточная аттестация – экзамен	36

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Тема 1. Введение. Синхронизация в динамических системах.	12	1	1		2	10
Тема 2. Построение математических моделей систем автоматической фазовой синхронизации (систем с фазовым управлением). Задачи исследования динамики таких систем.	22	6	6		12	10
Тема 3. Применение качественных методов нелинейной динамики к исследованию стационарных режимов и бифуркаций в моделях систем с фазовым управлением второго порядка.	22	6	6		12	10
Тема 4. Численное исследование бифуркаций в моделях систем с фазовым управлением.	14	3	3		6	8
Текущий контроль (КСР)	2				2	
Промежуточная аттестация – экзамен	36					
Итого	108	16	16		34	38

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся Наполнение объема часов самостоятельной работы обучающихся предусмотрено в виде обработки и осмысления информации, полученной в ходе лекционных занятий, подготовки к практическим занятиям, а также в виде выполнения заданий для индивидуальной и самостоятельной работы, подготовки к контрольной работе и к экзамену. Самостоятельная работа может происходить как в читальном зале библиотеки, так и в домашних условиях.

Текущий контроль самостоятельной работы осуществляется в виде оценки успешности выполнения этих заданий.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

			объеме.	некоторые с недочетами.	недочетами.	полном объеме.	
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы

Вопрос	Код формируемой компетенции
1. Понятие синхронизации. Явления синхронизации в природе и технике. Синхронизация как подстройка ритмов. Осциллирующий объект, ритм, взаимодействие осциллирующих систем, подстройка ритмов, связь и связанность.	ПК-13
2.. Взаимная синхронизация. Синхронизация внешней силой, захват фазы и частоты.	ПК-13
3. Синхронизация с использованием принципа автоматического управления. Основные	ПК-13

элементы систем и принцип функционирования.	
4. Структурная схема системы с фазовым управлением. Характеристики основных элементов. Получение общего уравнения динамики системы в операторной форме.	ПК-13
5. Получение дифференциальных уравнений системы с фазовым управлением для фильтров первого, второго и третьего порядка в цепях управления.	ПК-13
6. Динамическая модель системы фазовой синхронизации $\ddot{\varphi} + \lambda \dot{\varphi} + \sin \varphi = \gamma$: состояния равновесия, их тип и устойчивость.	ПК-13
7. Динамическая модель системы фазовой синхронизации $\ddot{\varphi} + \lambda \dot{\varphi} + \sin \varphi = \gamma$: оценка месторасположения предельного цикла второго рода, доказательство существования предельного цикла при значениях $\gamma > 1$.	ПК-13
8. Динамическая модель системы с фазовым управлением $\ddot{\varphi} + \lambda \dot{\varphi} + \sin \varphi = \gamma$: исследование предельных циклов методом точечных преобразований.	ПК-13
9. Динамическая модель системы с фазовым управлением $\ddot{\varphi} + \lambda \dot{\varphi} + \sin \varphi = \gamma$: оценка области глобальной асимптотической устойчивости.	ПК-13
10. Динамическая модель системы с фазовым управлением $\ddot{\varphi} + \lambda \dot{\varphi} + \sin \varphi = \gamma$: оценка области существования предельного цикла второго рода.	ПК-13
11. Динамическая модель системы с фазовым управлением $\ddot{\varphi} + \lambda \dot{\varphi} + \sin \varphi = \gamma$: доказательство существования бифуркации петли сепаратрис второго рода и анализ ее устойчивости.	ПК-13
12. Динамическая модель системы с фазовым управлением $\ddot{\varphi} + \lambda \dot{\varphi} + \sin \varphi = \gamma$: параметрический портрет системы, режимы поведения системы, область захвата в режим синхронизации.	ПК-13
13. Динамическая модель системы с фазовым управлением $\ddot{\varphi} + b \cos \varphi \dot{\varphi} + \sin \varphi = \gamma$: анализ состояний равновесия, оценка месторасположения предельного цикла второго рода.	ПК-13
14. Динамическая модель системы с фазовым управлением $\ddot{\varphi} + b \cos \varphi \dot{\varphi} + \sin \varphi = \gamma$: доказательство отсутствия предельных циклов при значениях $\gamma > 1$, существование круговых движений.	ПК-13
15. Динамическая модель системы фазовой синхронизации $\ddot{\varphi} + b \cos \varphi \dot{\varphi} + \sin \varphi = \gamma$: доказательство существования бифуркации петли сепаратрис второго рода и анализ ее устойчивости.	ПК-13
16. Динамическая модель системы фазовой синхронизации $\ddot{\varphi} + b \cos \varphi \dot{\varphi} + \sin \varphi = \gamma$: параметрический портрет системы, условия реализации режима синхронизации.	ПК-13
17. Обобщенная динамическая модель системы фазовой синхронизации $\ddot{\varphi} + (\lambda + b \cos \varphi) \dot{\varphi} + \sin \varphi = \gamma$: свойство диссипативности.	ПК-13
18. Обобщенная динамическая модель системы фазовой синхронизации $\ddot{\varphi} + (\lambda + b \cos \varphi) \dot{\varphi} + \sin \varphi = \gamma$: глобальная асимптотическая устойчивость при $\gamma = 0$.	ПК-13
19. Обобщенная динамическая модель системы фазовой синхронизации	ПК-13

$\ddot{\varphi} + (\lambda + b \cos \varphi)\dot{\varphi} + \sin \varphi = \gamma$: доказательство отсутствия предельных циклов первого рода.	
20. Обобщенная динамическая модель системы фазовой синхронизации $\ddot{\varphi} + (\lambda + b \cos \varphi)\dot{\varphi} + \sin \varphi = \gamma$: оценка области глобальной асимптотической устойчивости.	ПК-13
21. Обобщенная динамическая модель системы фазовой синхронизации $\ddot{\varphi} + (\lambda + b \cos \varphi)\dot{\varphi} + \sin \varphi = \gamma$: фазовые портреты при малых значениях параметра λ , доказательство существования бифуркаций петли сепаратрис и двойного предельного цикла второго рода.	ПК-13
22. Обобщенная динамическая модель системы фазовой синхронизации $\ddot{\varphi} + (\lambda + b \cos \varphi)\dot{\varphi} + \sin \varphi = \gamma$: параметрический и фазовые портреты, область захвата в режим синхронизации.	ПК-13
23. Применение метода малого параметра (метода Понтрягина) к исследованию модели системы фазовой синхронизации $\ddot{\varphi} + (\lambda + b \cos \varphi)\dot{\varphi} + \sin \varphi = \gamma$.	
24. Динамические системы с цилиндрическим фазовым пространством: типы предельных циклов, приемы исследования.	ПК-13

5.2.2. Контрольная работа для оценки компетенции «ПК-13»

Задача 1. Найти коэффициент передачи пропорционально-интегрирующего фильтра низких частот первого порядка.

Задача 2. Найти коэффициент передачи фильтра верхних частот первого порядка.

Задача 3. При каких значениях параметров система с фазовым управлением, описываемая моделью $\frac{dx}{dt} = y$, $\frac{dy}{dt} = \beta - \sin x - (\lambda + b \cos x)y$, не имеет предельных циклов на фазовом цилиндре $(x(\text{mod}2\pi), y)$?

5.2.3. Задания для проведения вычислительного эксперимента по исследованию динамики конкретных математических моделей для оценки компетенции «ПК-13»

Задание 1: Создать программу, позволяющую провести вычислительный эксперимент по исследованию бифуркации петли сепаратрис второго рода и определению бифуркационных значений параметров, соответствующих этой петле, в следующих двумерных динамических системах:

$$d\varphi/d\tau = y, \quad dy/d\tau = \gamma - \sin \varphi - (\lambda + b \cos \varphi)y;$$

$$d\varphi/d\tau = y, \quad y/d\tau = \gamma - \sin \varphi - \lambda(1 + \lambda^{-2} \cos \varphi)y + b\Phi(\beta\lambda y), \quad \text{где } \Phi(\beta\lambda y) = 2\beta\lambda y / (1 + \beta^2 \lambda^2 y^2);$$

5.2.4. Вопросы для собеседования для оценки компетенции «ПК-13»

1. Понятие синхронизации.
2. Виды синхронизации: взаимная синхронизация, синхронизация внешней силой, синхронизация с использованием принципа автоматического управления.

3. Структурная схема и принцип действия системы с фазовым управлением.
4. Приведите общее уравнение динамики системы с фазовым управлением и поясните его физический смысл.
5. От чего зависит размерность динамической системы, описывающей поведение системы с фазовым управлением?
6. Приведите математическую модель системы с фазовым управлением в случае пропорционально-интегрирующего фильтра в цепи управления.
7. Приведите математическую модель системы с фазовым управлением в случае фильтра третьего порядка в цепи управления.
8. Какие типы особых траекторий наблюдаются в модели системы с фазовым управлением второго порядка?
9. Какое состояние системы с фазовым управлением называют режимом фазовой синхронизации?
10. Какое состояние системы с фазовым управлением называют режимом квазисинхронизации?
11. Какое состояние системы с фазовым управлением называют асинхронным режимом?
12. Какими особыми траекториями модели системы с фазовым управлением второго порядка определяются синхронный, квазисинхронный и асинхронный режимы?
13. Возможен ли режим квазисинхронизации в модели системы с фазовым управлением второго порядка?
14. Изобразите фазовые портреты консервативной модели системы с фазовым управлением второго порядка.
15. Какие бифуркации наблюдаются в динамической модели системы с фазовым управлением второго порядка при интегрирующем фильтре в цепи управления?
16. Приведите параметрический и фазовые портреты системы фазовой синхронизации с интегрирующим фильтром в цепи управления.
17. Пользуясь параметрическим и фазовыми портретами модели системы с фазовым управлением второго порядка при интегрирующем фильтре в цепи управления, поясните характер развития динамики системы при изменении ее параметров.
18. Какие бифуркации наблюдаются в динамической модели системы с фазовым управлением второго порядка при пропорционально-интегрирующем фильтре в цепи управления?
19. Приведите параметрический и фазовые портреты системы фазовой синхронизации с пропорционально-интегрирующим фильтром в цепи управления.
20. Поясните понятие области захвата в режим фазовой синхронизации. Какими бифуркациями определяются границы этой области?
21. Пользуясь параметрическим и фазовыми портретами модели системы с фазовым управлением второго порядка при пропорционально-интегрирующем фильтре в цепи управления, поясните характер развития динамики системы при изменении ее параметров.
22. Какие методы и приемы нелинейной динамики применяются при анализе математических моделей системы с фазовым управлением второго порядка.
23. К каким динамическим системам применяется метод малого параметра (метод Понтрягина)?
24. С помощью какого метода устанавливается существование круговых движений в модели системы с фазовым управлением второго порядка?
25. Как устанавливается свойство диссипативности модели системы с фазовым управлением второго порядка?

5.2.5. Пример задач, выносимых на экзамен

Задача 1. Построить фазовые портреты модели системы с фазовым управлением первого порядка $\frac{d\varphi}{dt} = \gamma - \sin \varphi$ в зависимости от параметра γ .

Задача 2. Постройте фазовый портрет модели системы с фазовым управлением второго порядка $\frac{d\varphi}{dt} = y$, $\frac{dy}{dt} = -\sin \varphi$ и укажите области начальных значений фазовых переменных, при которых в системе реализуются колебательные и вращательные движения.

Задача 3. Постройте фазовый портрет модели системы с фазовым управлением второго порядка $\frac{d\varphi}{dt} = y$, $\frac{dy}{dt} = -\lambda y - \sin \varphi$.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Бутенин Н.В., Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Введение в теорию нелинейных колебаний. М.: Наука, 1976 г. (62 экз)
2. Некоркин В.И. Лекции по основам теории колебаний. Н. Новгород, ННГУ, 2012. (152 экз)

б) дополнительная литература:

1. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М. 1981. – 567 с. (37 экз).
2. 4. Неймарк Ю.И. Динамические системы и управляемые процессы. М.: Наука, 1976. - 336 с. (37 экз)

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Автор: к.ф.-м.н., доцент кафедры ПМ Никифорова И.В.

Рецензент: д.т.н., профессор НГТУ им. Р.Е. Алексеева Ломакина Л.С.

Заведующий кафедрой ПМ: д.ф.-м.н. Иванченко М.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.