

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
от 31.05.2023 г. протокол № 6

Рабочая программа дисциплины

Аналитическая геометрия

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

01.03.03 Механика и математическое моделирование

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Математическое моделирование и компьютерный инжиниринг

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2023 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к обязательной части.

| № варианта | Место дисциплины в учебном плане образовательной программы | Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД |
|------------|--|--|
| 2 | Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть. | Дисциплина Б1.О.14 «Аналитическая геометрия» относится к обязательной части ООП направление подготовки 01.03.03 «Механика и математическое моделирование». |

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции) | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции | | Наименование оценочного средства |
|--|--|--|----------------------------------|
| | Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора) | Результаты обучения по дисциплине** | |
| УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации. | Знает принципы обобщения информации о геометрических объектах. | <i>Собеседование</i> |
| | УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности. | Умеет систематизировать информацию об объектах геометрии. | <i>Собеседование</i> |
| | УК-1.3. Владеет навыками работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов. | Владеет навыками работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов. | <i>Собеседование</i> |
| ОПК-1. Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности | ОПК-1.1. Знает основы фундаментальных физико-математических дисциплин и других естественных наук. | Знает основные понятия геометрии, постановки стандартных задач и методы их решения, основы строгого доказательства утверждений, формулировки результатов, вывода следствий из полученного результата. | <i>Собеседование</i> |
| | ОПК-1.2. Умеет анализировать и решать стандартные профессиональные задачи с применением фундаментальных знаний математики, физики и других естественных наук. | Умеет анализировать и решать стандартные геометрические задачи с применением современного математического аппарата. | <i>Контрольная работа</i> |
| | ОПК-1.3. Владеет навыками применения фундаментальных разделов механики, базовых знаний естественнонаучного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач. | Владеет навыками применения основных вычислительных алгоритмов геометрии для решения прикладных задач с использованием современных компьютерных технологий. | <i>Контрольная работа</i> |

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

| | очная форма обучения |
|--|----------------------|
| Общая трудоемкость | 4 з.е. |
| Часов по учебному плану | 144 |
| в том числе | |
| аудиторные занятия (контактная работа): | |
| - занятия лекционного типа | 32 |
| - занятия семинарского типа | 48 |
| самостоятельная работа | 26 |
| текущий контроль (КСР) | 2 |
| Промежуточная аттестация | |
| - экзамен | 36 |

3.2. Содержание дисциплины

| Очная форма обучения | | | | | | |
|---|--------------|---|-------------------|-------------------|-------|------------------------|
| Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины | Всего (часы) | в том числе | | | | СР ¹ , часы |
| | | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы | | | | |
| | | из них | | | | |
| | | ЗЛеТ ² | ЗСеТ ³ | ЗЛаТ ⁴ | Всего | |
| Тема 1. Векторная алгебра. Свободный вектор. Линейные операции над векторами и их свойства. Линейная зависимость и её критерии. Базис и система координат на плоскости и в пространстве. Координаты вектора. Деление отрезка в данном отношении. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов, их свойства, формулы для вычисления в ортонормированном базисе. | 17 | 5 | 8 | | 13 | 4 |
| Тема 2. Прямая линия на плоскости (векторное параметрическое, параметрическое, с угловым коэффициентом, каноническое, через две точки, в отрезках, векторное, общее уравнения прямой). Типовые задачи о прямых на плоскости (угол между прямыми, расстояние от точки до прямой). | 9 | 3 | 5 | | 8 | 1 |
| Тема 3. Плоскость (векторное параметрическое, параметрическое, векторное, общее, через три точки, в отрезках уравнения плоскости). Расстояние от точки до плоскости. | 7 | 1 | 5 | | 6 | 1 |
| Тема 4. Прямая линия в пространстве (векторное параметрическое, параметрическое, векторное, каноническое, через две точки, общее уравнения прямой в пространстве и их связь). Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Расстояние между скрещивающимися прямыми Угол между прямой и плоскостью. | 8 | 2 | 5 | | 7 | 1 |
| Тема 5. Пучки прямых и связки плоскостей. | 5 | 2 | 1 | | 3 | 2 |
| Тема 6. Замена базиса и системы координат. Матрица перехода. Сдвиг начала координат. Поворот координат. Пересчёт координат точки. Ортогональные матрицы и ортогональные преобразования. | 6 | 3 | 2 | | 5 | 1 |
| Тема 7. Кривые второго порядка: геометрические определения эллипса, гиперболы и параболы, вывод канонических уравнений. Фокально-директориальные свойства. | 9 | 3 | 4 | | 7 | 2 |

| Очная форма обучения | | | | | | |
|--|--------------|---|-------------------|-------------------|-------|------------------------|
| Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины | Всего (часы) | в том числе | | | | СР ¹ , часы |
| | | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы | | | | |
| | | из них | | | | |
| | | ЗЛеТ ² | ЗСеТ ³ | ЗЛаТ ⁴ | Всего | |
| Тема 8. Кривые второго порядка. Общее уравнение, постановка задачи классификации, теоремы о приведении уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Аффинная классификация кривых второго порядка. | 10 | 4 | 4 | | 8 | 2 |
| Тема 9. Изучение вида кривых второго порядка по их каноническим уравнениям. Эксцентриситет, директрисы, фокально-директориальные свойства. Эллипс и гипербола как гмт. | 11 | 3 | 4 | | 7 | 4 |
| Тема 10. Инварианты кривых второго порядка, определение типа кривой по инвариантам. Асимптотические направления, диаметры, центры кривых второго порядка. | 11 | 3 | 4 | | 7 | 4 |
| Тема 11. Уравнение поверхности в пространстве. Цилиндрические поверхности. Поверхности вращения. Эллипсоид вращения. Трёхосный эллипсоид. Коническая поверхность. Конус второго порядка. Однополостный гиперболоид. Двуполостный гиперболоид. Параболоиды. | 13 | 3 | 6 | | 9 | 4 |
| Текущий контроль (КСР) | 2 | | | | 2 | |
| | 108 | 32 | 48 | | 82 | 26 |
| Промежуточная аттестация – экзамен | 36 | | | | | |
| ¹ Самостоятельная работа обучающегося. | | | | | | |
| ² Занятия лекционного типа. | | | | | | |
| ³ Занятия семинарского типа. | | | | | | |
| ⁴ Занятия лабораторного типа. | | | | | | |

Практические занятия (семинарские занятия) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

На проведение практических занятий (семинарских занятий) в форме практической подготовки отводится 48 часов.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП: работы с информационными источниками, применения основных вычислительных алгоритмов геометрии для решения прикладных задач с использованием современных компьютерных технологий.
- компетенций – УК-1; ОПК-1.

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов подразумевает проработку лекционного и дополнительного материала, заключается в выполнении домашних заданий, самостоятельном разборе некоторых несложных доказательств, конкретно указанных преподавателем во время чтения лекций.

Домашние задания проверяются путём опроса на практических занятиях, контрольные работы проверяются преподавателем, затем проводится разбор работ на практическом занятии, проверенные работы возвращаются обучающимся. Усвоение доказательств, в том числе оставленных на самостоятельный разбор обучающихся, контролируется на

коллоквиуме. На зачёте контролируется умение студентов решать задачи. На экзамене определяется как степень усвоения теоретического материала, так и умения решать задачи.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств включает: контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме *задач (практических заданий), контрольных работ* и контрольные материалы для проведения промежуточной аттестации в форме вопросов и заданий к экзамену.

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

| Шкала оценивания сформированности компетенций | | Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | | |
|---|------------|--|---|---|
| | | <u>Знания</u> | <u>Умения</u> | <u>Навыки</u> |
| плохо | не зачтено | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа |
| неудовлетворительно | | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки. |
| удовлетворительно | зачтено | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок. | Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме. | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами |
| хорошо | | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами. |
| очень хорошо | | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов. |
| отлично | | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. | Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. | Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов. |

| Шкала оценивания сформированности компетенций | Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | | |
|---|--|--|---|
| | Знания | Умения | Навыки |
| превосходно | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов | Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач |

Шкала оценки при промежуточной аттестации

| Оценка | | Уровень подготовки |
|----------|---------------------|--|
| зачтено | превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно» |
| | отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| | очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» |
| | хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| | удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| незачтен | неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |
| | плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

Критерии оценок выполнения контрольной работы (каждая задача оценивается в 2 балла)

| | |
|--|-----|
| Решена полностью | 2 |
| Решена основная часть задачи, или задача решена с недочетами | 1,5 |
| Решена задача наполовину | 1 |
| Сделан первый этап в решении задачи | 0,5 |
| Нет решения | 0 |

Суммарная оценка выполнения контрольной работы

| Количество баллов при n=3, 4, 5 задачах | Оценка |
|---|---------------------|
| 2n | Превосходно |
| 2n-0,5 | Отлично |
| 2n-1 | Очень хорошо |
| 2n-2 | Хорошо |
| от 3 до 2n-3 | Удовлетворительно |
| 0,5-3 | Неудовлетворительно |
| 0 | Плохо |

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1. Контрольные вопросы

| Вопросы | Код формируемой компетенции |
|---|-----------------------------|
| <i>1 семестр</i> | |
| 1. Понятие свободного вектора. Равенство векторов. | УК-1, ОПК-1 |
| 2. Линейные операции над векторами (сложение векторов; умножение вектора на число) и их свойства. | УК-1, ОПК-1 |
| 3. Понятие линейной комбинации объектов. Определения понятий линейной зависимости и линейной независимости системы векторов. | УК-1, ОПК-1 |
| 4. Теорема о линейной зависимости системы, состоящей из одного вектора. | УК-1, ОПК-1 |
| 5. Свойства подсистемы и надсистемы данной системы векторов с точки зрения линейной зависимости. | УК-1, ОПК-1 |
| 6. Критерий линейной зависимости системы векторов. | УК-1, ОПК-1 |
| 7. Понятие базиса. Базис на прямой, базис на плоскости, базис в пространстве. | УК-1, ОПК-1 |
| 8. Теорема о разложении вектора по базису. Координаты вектора. | УК-1, ОПК-1 |
| 9. Понятие системы координат. Понятие ориентации плоскости и пространства. Правая и левая система координат на плоскости и в пространстве. | УК-1, ОПК-1 |
| 10. Нахождение координат вектора через координаты его начала и конца. | УК-1, ОПК-1 |
| 11. Линейные операции над векторами, заданными своими координатами. | УК-1, ОПК-1 |
| 12. Деление отрезка в данном отношении. | УК-1, ОПК-1 |
| 13. Операция скалярного произведения векторов и её свойства. | УК-1, ОПК-1 |
| 14. Операция векторного произведения векторов и её свойства. | УК-1, ОПК-1 |
| 15. Операция смешанного произведения векторов и её свойства. | УК-1, ОПК-1 |
| 16. Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов через операции над векторами. | УК-1, ОПК-1 |
| 17. Геометрические приложения векторного произведения (площадь параллелограмма, площадь треугольника). | УК-1, ОПК-1 |
| 18. Геометрические приложения смешанного произведения (объём параллелепипеда, объём пирамиды). | УК-1, ОПК-1 |
| 19. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведения через координаты векторов-сомножителей в ортонормированном базисе. | УК-1, ОПК-1 |
| 20. Различные формы уравнения прямой на плоскости (векторно-параметрическое, параметрическое, каноническое, через две точки, в отрезках, с угловым коэффициентом, векторное). | УК-1, ОПК-1 |
| 21. Общее уравнение прямой на плоскости; геометрический смысл его коэффициентов. | УК-1, ОПК-1 |
| 22. Формула для вычисления расстояния на плоскости от точки до прямой. Нормальное уравнение прямой. | УК-1, ОПК-1 |
| 23. Угол между двумя прямыми. | УК-1, ОПК-1 |
| 24. Различные формы уравнения плоскости (векторное параметрическое, параметрическое, через три точки, в отрезках). | УК-1, ОПК-1 |
| 25. Общее уравнение плоскости; геометрический смысл его коэффициентов. | УК-1, ОПК-1 |
| 26. Формула для вычисления расстояния от точки до плоскости. Нормальное уравнение плоскости. | УК-1, ОПК-1 |
| 27. Различные формы уравнения прямой в пространстве (векторное параметрическое, параметрическое, каноническое, через две точки, векторное, общее). | УК-1, ОПК-1 |

| <i>Вопросы</i> | <i>Код формируемой компетенции</i> |
|---|------------------------------------|
| <i>1 семестр</i> | |
| 28. Переход от канонического уравнения прямой в пространстве к общему и обратно. | УК-1, ОПК-1 |
| 29. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Формула для вычисления расстояния между скрещивающимися прямыми. | УК-1, ОПК-1 |
| 30. Уравнение плоскости, проходящей через одну из двух скрещивающихся прямых параллельно другой. | УК-1, ОПК-1 |
| 31. Уравнение общего перпендикуляра к двум скрещивающимся прямым. | УК-1, ОПК-1 |
| 32. Уравнение пучка прямых на плоскости. | УК-1, ОПК-1 |
| 33. Уравнение пучка плоскостей. Уравнение связки плоскостей. | УК-1, ОПК-1 |
| 34. Замена базиса и замена системы координат. Определение матрицы перехода. Формулы пересчета координат вектора. | УК-1, ОПК-1 |
| 35. Матрица перехода в случае поворота декартовой системы координат на плоскости. | УК-1, ОПК-1 |
| 36. Общий вид уравнения кривой степени 2 на плоскости. Уничтожение члена с произведением неизвестных с помощью поворота системы координат. | УК-1, ОПК-1 |
| 37. Общий вид уравнения кривой степени 2 на плоскости. Уничтожение члена с первой степенью переменной, если присутствует член со второй степенью этой переменной и отсутствует член с произведением переменных. | УК-1, ОПК-1 |
| 38. Классификация кривых степени 2 (список канонических уравнений). | УК-1, ОПК-1 |
| 39. Эллипс: исследование по каноническому виду; фокусы, эксцентриситет. | УК-1, ОПК-1 |
| 40. Эллипс: расстояние от точек эллипса до фокусов. Геометрическое свойство эллипса. | УК-1, ОПК-1 |
| 41. Директрисы. Фокально-директориальное свойство эллипса. | УК-1, ОПК-1 |
| 42. Уравнение касательной к эллипсу, проведённой в его точке. | УК-1, ОПК-1 |
| 43. Гипербола: исследование по каноническому виду; фокусы, эксцентриситет, асимптоты. | УК-1, ОПК-1 |
| 44. Гипербола: расстояние от точек гиперболы до фокусов. Геометрическое свойство гиперболы. Директрисы. Фокально-директориальное свойство гиперболы. | УК-1, ОПК-1 |
| 45. Уравнение касательной к гиперболе, проведённой в её точке. | УК-1, ОПК-1 |
| 46. Парабола: фокус, директриса, фокально-директориальное свойство. Уравнение касательной к параболе в её точке. | УК-1, ОПК-1 |
| 47. Понятие поверхности в трёхмерном пространстве и общий вид уравнения поверхности. | УК-1, ОПК-1 |
| 48. Цилиндрическая поверхность, вид её уравнения, образующая, направляющая. | УК-1, ОПК-1 |
| 49. Поверхность вращения. Вывод вида уравнения поверхности, образованной вращением плоской линии относительно оси, лежащей в той же плоскости. | УК-1, ОПК-1 |
| 50. Вывод уравнения эллипсоида вращения. Уравнение трёхосного эллипсоида. | УК-1, ОПК-1 |
| 51. Вывод уравнения конуса второго порядка. | УК-1, ОПК-1 |
| 52. Вывод уравнения однополостного гиперболоида. | УК-1, ОПК-1 |
| 53. Вывод уравнения двуполостного гиперболоида. | УК-1, ОПК-1 |
| 54. Вывод уравнения однополостного гиперболоида. | УК-1, ОПК-1 |
| 55. Вывод уравнения эллиптического параболоида. | УК-1, ОПК-1 |

| Вопросы | Код формируемой компетенции |
|---|-----------------------------|
| 1 семестр | |
| 56. Уравнение гиперболического параболоида, исследование его вида по сечениям. | УК-1, ОПК-1 |
| 57. Классификация поверхностей второго порядка: список канонических уравнений, названия поверхностей, эскиз поверхности, набор инвариантов. | УК-1, ОПК-1 |

5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Примеры заданий контрольных работ.

Составляются по возможности равноценных 2 или более (в зависимости от численности группы) вариантов контрольных работ, которые ежегодно частично обновляются.

Пример заданий контрольной работы №1:

1. Даны три вектора \mathbf{a} (1, 5), \mathbf{b} (6, 4) и \mathbf{c} (0, 5). Подобрать числа α и β так, чтобы векторы $\alpha\mathbf{a}$, $\beta\mathbf{b}$ и \mathbf{c} образовали замкнутую ломаную линию, если начало каждого последующего вектора совместить с концом предыдущего.
2. В ортонормированном базисе даны три вектора: \mathbf{a} (–1, 2), \mathbf{b} (5, 1) и \mathbf{c} (4, –2). Вычислить $\mathbf{b}(\mathbf{a}, \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$.
3. Найти вектор длины 3, ортогональный векторам (–1, 2, 1) и (2, 3, 4).
4. Выяснить, компланарны ли векторы (1, –1, 1), (7, 3, –5), (–2, 2, –2).
5. Найти вектор \mathbf{c} длины 1, перпендикулярный к вектору \mathbf{a} (0, 1, 1), образующий с вектором \mathbf{b} (1, 1, 0) угол 45° и направленный так, чтобы тройка $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \rangle$ была правой.
6. Доказать, что система векторов, содержащая нулевой вектор, линейно зависима.

Пример заданий контрольной работы №2:

1. Даны точки $A(8, -6, 7)$ и $B(-20, 15, 10)$. Установить, пересекает ли прямая AB какую-нибудь из осей координат.
2. Найти общее уравнение прямой

$$\frac{x-7}{8} = \frac{y-8}{7} = z+3.$$

3. Записать каноническое уравнение прямой

$$\begin{cases} 3x + 5y - 11z + 2 = 0 \\ x - 8y + z = 0 \end{cases}.$$

4. Даны вершины тетраэдра: $A = (2, 1, 0)$, $B = (1, 3, 5)$, $C = (6, 3, 4)$, $D = (0, -7, 8)$. Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую AB и равноудаленной от вершин C и D .

5. Найти ортогональную проекцию точки (1, 3, 5) на прямую

$$2x + y + z - 1 = 0, \quad 3x + y + 2z - 3 = 0.$$

Пример заданий контрольной работы №3:

1. Написать уравнение эллипса, пересекающего ось OX в точках (1, 0) и (9, 0) и касающегося оси OY в точке (0, 3), зная, что оси эллипса параллельны осям координат.

2. Найти длины сторон равнобедренного треугольника, вписанного в равностороннюю гиперболу с полуосями a , зная, что одна вершина треугольника совпадает с вершиной гиперболы, а угол треугольника при этой вершине равен $2\pi/3$.

3. Написать уравнения касательных к параболу $y^2 = 4x$, проведенных из точки $(-1, 8/3)$.

4. Линия второго порядка имеет фокус $(2, 0)$, соответствующую ему директрису $x = 8$ и эксцентриситет $\varepsilon = 0,5$. Найти уравнение линии и сделать рисунок.

5. Привести уравнение к каноническому виду и нарисовать линию в исходных координатах:

$$4x^2 - y^2 - 16x - 6y + 3 = 0.$$

1. Написать уравнение гиперболы, зная четыре точки $(\pm 4, \pm 2)$ пересечения её директрис и асимптот.

Примеры задач для экзаменов.

1. Найти скалярное произведение векторов $3\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{a} - 2\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$ и угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен $\frac{\pi}{6}$.

2. Найти площадь треугольника с вершинами в точках $(0,1,2)$, $(1,0,2)$ и $(1,2,0)$.

3. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $(4,0,2)$ и параллельной векторам $(3,2,1)$ и $(1,-1,0)$.

4. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $(4,0,2)$ и прямую

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 0, \\ x - y + 2z - 4 = 0. \end{cases}$$

5. Найти объём пирамиды с вершинами $A(1,1,2)$, $B(1,1,5)$, $C(2,3,4)$, $D(5,4,5)$.

6. Написать уравнение высоты BH треугольника с вершинами $A(1,2)$, $B(1,5)$, $C(3,4)$.

7. Найти угол BAC треугольника ABC , если его площадь равна 2, $AB=4$, $AC=5$.

8. Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} + 2\vec{b}$ и $\vec{a} + 3\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$ и угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен $\frac{\pi}{3}$.

9. Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + 2y - 4 = 0$ и $5x - 3y + 6 = 0$ и перпендикулярной к первой из данных прямых.

10. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $(-3, 4, 1)$ и $(2, 1, -2)$.

11. Найти длину фокальной хорды эллипса $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, перпендикулярной его большой оси.

12. Найти прямолинейные образующие поверхности $4x^2 - y^2 = 16z$, пересекающиеся в точке $(2, 0, 1)$.

13. Привести уравнение $9x^2 - 16y^2 - 6x + 8y - 144 = 0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать рисунок.

14. Найти точки пересечения поверхности $x^2 + y^2 = z$ и прямой $x-1 = y+1 = \frac{z+6}{8}$.

15. Привести уравнение $12x^2 - 12x - 32y - 29 = 0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать рисунок.

16. Определить тип поверхности: $2x^2 + y^2 - 3z^2 + 4x - 4y = 0$.

17. Привести уравнение $45x^2 - 36y^2 - 90x - 24y + 41 = 0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать рисунок.
18. Найти уравнение и тип поверхности, получаемой вращением кривой $x^2 - y^2 = 2$ вокруг оси OX .

Пример экзаменационного билета.

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского
Институт ИТММ
Кафедра алгебры, геометрии и дискретной математики
Дисциплина Аналитическая геометрия.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1

1. Понятие свободного вектора. Равенство векторов.
2. Переход от канонического уравнения прямой в пространстве к общему и обратно.
3. Задача.

Зав. кафедрой

Экзаменатор

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

| № | а) основная литература: | К-во ¹ |
|----|---|-------------------|
| 1. | Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. Учебник. – М.Наука, 1984. – 320 с. (Или любое более позднее издание.) Книга имеется в необходимом количестве в библиотеке ННГУ, а также доступна по адресу: http://www.libedu.ru/l_d/beklemishev_d_v_/kurs_analiticheskoi_geometrii_i_linei_noi_algebry.html | Э |
| 2. | Веселов А.П., Троицкий Е.В. Лекции по аналитической геометрии. – Учебное пособие. – М. Изд-во Центра прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ. 2002. – 160 с. (Или любое более позднее издание.) Книга доступна по адресу: http://www.for-styudents.ru/matematika/lekcii/lekcii-po-analiticheskoy-geometrii.html | Э |
| 3. | Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М. Наука, 1970. – 336 с. (Или любое более позднее издание.) Книга имеется в необходимом количестве в библиотеке ННГУ, а также доступна по адресу: http://mexalib.com/author/%D0%A6%D1%83%D0%B1%D0%B5%D1%80%D0%B1%D0%B8%D0%BB%D0%BB%D0%B5%D1%80%20%D0%9E.%D0%9D . | Э |

| № | б) дополнительная литература: | К-во ¹ |
|----|--|-------------------|
| 1. | Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. – М.: Наука. 1987. – 496 с. (Или любое более позднее издание.) Книга доступна по адресу: http://vk.com/doc126754362_319017794 | Э |

¹ Указывается количество экземпляров в библиотеке ННГУ. Если издание доступно в электронном виде (указана ссылка), указывается буква «Э».

| № | в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины) | «Л» или «С» ² |
|----|---|-----------------------------|
| 1. | http://www.lib.unn.ru/ | С |
| 2. | Университетская библиотека ONLINE http://www.biblioclub.ru | С |
| 3. | Библиотека "Лань" http://e.lanbook.com/ | С |

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий лекционного и семинарского типа, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению (профилю) **01.03.03 Механика и математическое моделирование**.

Автор

к.ф.-м.н., доцент Разуваев А.Г.

Рецензент(ы)

Заведующий кафедрой

алгебры, геометрии и дискретной математики

д.ф.-м.н., профессор Кузнецов М.И.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от «31» мая 2023 года, протокол № 7.

² Указывается буква «Л», если программное обеспечение – лицензионное, или «С» – в свободном доступе.