

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
(протокол от 14.12.2021 г. №4)

### **Рабочая программа дисциплины**

Топология многообразий

Уровень высшего образования  
бакалавриат

Направление подготовки / специальность  
01.03.01 Математика

Направленность образовательной программы  
Общий профиль

Форма обучения  
очная

Нижегород

2022 год

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Б1.В.ДВ.03.01

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.03.01 «Топология многообразий» относится к части ООП направления подготовки 01.03.01 Математика формируемой участниками образовательных отношений.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ПК-6. Способен составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию	ПК-6.1. Знает специфику научных обзоров.	<b>Знать:</b>  Основные понятия систем многообразий и на базе этого может подготовить научный обзор.	Контрольная работа
	ПК-6.2. Умеет составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию.	<b>Уметь:</b> Проводить полное качественное исследование топологических, сочетая аналитические методы с численными результатами, полученными на компьютере и составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию.	Контрольная работа
	ПК-6.3. Владеет способностью по составлению научных обзоров, рефератов и отчетов по тематике проводимых исследований.	<b>Владеть:</b> Математическим аппаратом топологии многообразий и способен составить научный обзор, реферат и отчет по тематике проводимых исследований.	Контрольная работа

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	<b>очная форма обучения</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b><u>2</u> ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>72</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>32</b>
- текущий контроль (КСР)	<b>1</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>39</b>
<b>Промежуточная аттестация – зачет</b>	

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Тема 1. Фундаментальная группа и накрытия	31	14			14	17
Тема 2. Двумерные многообразия	13	6			6	7
Тема 3. Дифференциальные формы на многообразиях	27	12			12	15
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация - зачет						
<b>Итого</b>	<b>72</b>	<b>32</b>			<b>33</b>	<b>39</b>

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме контрольной работы.

Промежуточная аттестация проходит в форме зачета.

Практическая подготовка предусматривает выполнение проекта, решение прикладной задачи кейса.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Изучение литературы и проработка теоретического материала лекционных занятий.

Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

1. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы и приложения. - М.: Наука. – 1979, 1986. - 759 с. (86 экз.)

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом.	При решении стандартных задач не продемонстрированы	Имеется минимальный набор	Продemonстрированы базовые навыки	Продemonстрированы базовые навыки	Продemonстрированы навыки при решении	Продemonстрирован творческий подход к решению

	Невозможно оценить наличие навыков вследствие отказа обучающего от ответа	базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	нестандартн ых задач без ошибок и недочетов.	нестандартн ых задач
--	--	--	--	---	---	---	-------------------------

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворитель- но	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

### 5.2.1 Контрольные вопросы

<i>вопросы</i>	<i>Код формируемой компетенции</i>
1. Гомотопность отображений, гомотопия, гомотопический класс. Доказать, что гомотопность – отношение эквивалентности. Пример: линейная гомотопия. Свободная и связанная гомотопии. Гомотопия путей.	ПК-6
2. Определение фундаментальной группы (с проверкой аксиом группы).	ПК-6
3. Поведение фундаментальной группы при переносе начала: изоморфизм переноса.	ПК-6
4. Изоморфизм переноса и критерий коммутативности фундаментальной группы.	ПК-6
5. Односвязность сферы размерности большей 1.	ПК-6
6. Критерии односвязности.	ПК-6
7. Определение накрытия. Мощности слоёв.	ПК-6
8. Теорема о накрывающей гомотопии.	ПК-6
9. Фундаментальная группа окружности.	ПК-6
10. Фундаментальная группа проективного пространства.	ПК-6
11. Индуцированный гомоморфизм фундаментальных групп. Гомоморфизм, индуцированный накрытием.	ПК-6
12. Ретракция и ретракт. Теорема Борсука.	ПК-6
13. Инвариантность размерности (доказательство для прямой и плоскости).	ПК-6
14. Теорема Брауэра о неподвижной точке.	ПК-6
15. Основная теорема алгебры.	ПК-6
16. Определение и свойства гомотопической эквивалентности. Свойства стягиваемых пространств.	ПК-6
17. Определение и свойства деформационной ретракции.	ПК-6
18. Внешняя алгебра. Правило перестановки.	ПК-6
19. Дифференциальные формы в точке многообразия. Значение формы на наборе векторов.	ПК-6
20. Дифференциальные формы на многообразии и операции над ними.	ПК-6
21. Прообраз дифференциальной формы.	ПК-6

22. Внешний дифференциал.	ПК-6
23. Интеграл от формы по многообразию, свойства интеграла.	ПК-6
24. Формула Стокса (доказательство в случае полупространства).	ПК-6
25. Частные случаи формулы Стокса: формула Ньютона-Лейбница, Формула Грина.	ПК-6
26. Классическая формула Стокса.	ПК-6
27. Частный случай формулы Стокса: формула Гаусса-Остроградского.	ПК-6

### 5.2.2 Типовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-6

1. Почему гладкое многообразие  $M = \{(x,y) \in R^2 \vee y = x^2\}$  ориентируемо?
2. Доказать, что  $M = \{(x,y) \in R^2 \vee y = x \vee \}$  – гладкое многообразие размерности 1.
3. Показать, что поверхность  $M = \{(x,y,z) \in R^3 \vee x^2 + y^2 - z^2 = 0, z \geq 0\}$  является двумерным гладким многообразием. Будет ли оно подмногообразием пространства  $R^3$ ?
4. Найти фундаментальную группу поверхности  $M = \{(x,y,z) \in R^3 \vee x^2 + y^2 - z^2 = 0, z \geq 0\}$ .

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс «Топология многообразий»,

<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=3404>

созданный в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>.

а) основная литература:

1. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы и приложения. - М.: Наука. – 1979, 1986. - 759 с. (86 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Масси У., Столлингс Дж. Алгебраическая топология. Введение. - М.: Мир, 1977. - 344 с.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)

<http://www.lib.unn.ru/>

<http://www.unn.ru/e-library/>

<http://www.unn.ru/books/resources.html>

### 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебная аудитория, оснащенная партами, стульями, учебной доской, мелом.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика.

Автор (ы): к.ф.-м.н., доц. Звонилов В.И.

Рецензент (ы)

Заведующий кафедрой: д.ф.м.н., проф. Золотых Н.Ю.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 01.12.2021 №2.