

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Численные методы

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
15.03.03 - Прикладная механика

Направленность образовательной программы
Инженерное приложение суперкомпьютерного моделирования

Форма обучения
очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.21 Численные методы относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общетеоретические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности;	ОПК-1.1: Демонстрирует знание основ проведения работ с применением естественнонаучных и общетеоретических знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности ОПК-1.2: Демонстрирует умение применять естественнонаучные и общетеоретические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности ОПК-1.3: Владеет методикой проведения работ с применением естественнонаучных и общетеоретических знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук, основную терминологию ОПК-1.2: Умеет грамотно применять вычислительные методы для нахождения численного решения задачи, в том числе при помощи ПК. Умеет находить погрешность вычисления и оценивать ее. ОПК-1.3: Владеет практическим опытом работы с решением стандартных математических задач. Умеет находить погрешность вычисления и оценивать ее циклов при решении стандартных профессиональных задач.	Задачи	Зачёт: Контрольные вопросы Экзамен: Контрольные вопросы
ОПК-6: Способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической	ОПК-6.1: Демонстрирует знание методов решения стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением	ОПК-6.1: Знает постановки задач дисциплины «Численные методы», понятийный аппарат и утверждения, основные приемы и формулы, подходы к изучению аппроксимации,	Задачи	Зачёт: Контрольные вопросы Экзамен: Контрольные вопросы

<p>культуры с применением информационно-коммуникационных технологий;</p>	<p>информационно-коммуникационных технологий ОПК-6.2: Умеет осуществлять решения стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий ОПК-6.3: Владеет методикой решения стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>устойчивости, сходимости: – основы теории погрешности и теории приближения функций (интерполяция, поиск элементов наилучшего приближения); – методы численного дифференцирования и интегрирования; – методы решения задач линейной алгебры, условия сходимости итерационных процессов, итерационные методы решения нелинейных уравнений и систем.</p> <p>ОПК-6.2: Умеет проводить эксперимент по проверке корректной реализации алгоритмов, обосновать аппроксимацию, устойчивость, сходимость, исследовать эффективность численного метода: умеет формулировать постановки модельных задач; исследовать корректность численной модели; эффективность и сходимость метода, анализировать (оценивать) погрешность; умеет ставить цели численного исследования, разрабатывать программную реализацию; проводить вычислительный эксперимент</p> <p>ОПК-6.3: Владеет навыками разработки и применения программных систем, поддерживающих спектр экспериментальных возможностей для изучения как свойств метода, так и свойств моделируемых объектов Владеет навыками численного решения математических задач, требующих комплексного подхода при подборе численных методов и проведении вычислительного</p>		
--	---	--	--	--

		эксперимента		
--	--	--------------	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	7
Часов по учебному плану	252
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	64
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	96
- КСР	3
самостоятельная работа	53
Промежуточная аттестация	36 Экзамен, Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
Ф	Ф	Ф	Ф	Ф	
Тема 1. Введение в дисциплину	26	8	10	18	8
Тема 2. Основы теории погрешностей	26	8	10	18	8
Тема 3. Основы теории приближений	32	8	16	24	8
Тема 4. Решение нелинейных уравнений с одной переменной	35	10	16	26	9
Тема 5. Численные методы линейной алгебры	51	16	24	40	11
Тема 6. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений	43	14	20	34	9
Аттестация	36				
КСР	3			3	
Итого	252	64	96	163	53

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Введение в дисциплину

Тема 2. Основы теории погрешностей

Тема 3. Основы теории приближений

Тема 4. Решение нелинейных уравнений с одной переменной

Тема 5. Численные методы линейной алгебры

Тема 6. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

- Калашников А.Л., Федоткин А.М., Фокина В.Н.. Методические указания к решению задач по численному дифференцированию. Учебно-методическое пособие. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ, 2016. -27 с., 1127.16.06 (Электронный ресурс, <http://www.unn.ru/books/resources.html>)
- Калашников А.Л., Федоткин А.М., Фокина В.Н.. Методические указания к решению задач по численному интегрированию. Учебно-методическое пособие. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ, 2016. -31 с., 1129.16.06 (Электронный ресурс, <http://www.unn.ru/books/resources.html>)
- Калашников А.Л., Фокина В.Н., Федоткин А.М. Методические указания к решению задач по интерполяции функций. Учебно-методическое пособие. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ, 2016. -35 с., 1133.16.06 (Электронный ресурс, <http://www.unn.ru/books/resources.html>)

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Получить решение системы методом Крамера.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 6$$

$$0.1x_1 + x_2 + 0.2x_3 = 2.7$$

$$x_1 + 0.2x_2 + x_3 = 4.4$$

2. Получить решение системы методом Гаусса

$$x_1 + x_2 + x_3 = 6$$

$$8x_1 + 1.6x_2 + 8x_3 = 35.2$$

$$0.1x_1 + x_2 + 0.2x_3 = 2.7$$

3. Получить решение системы методом LU-разложения.

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 3 & -0.1 & -0.2 \\ 0.1 & 7 & -0.3 \\ 0.3 & -0.2 & 10 \end{bmatrix} \quad \{x\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} \quad \{b\} = \begin{Bmatrix} 7.85 \\ -19.3 \\ 71.4 \end{Bmatrix}$$

4. Сделать две итерации методом Гаусса-Зейделя для решения системы

$$\begin{aligned} 3x_1 - 0.1x_2 - 0.2x_3 &= 7.85 \\ 0.1x_1 + 7x_2 - 0.3x_3 &= -19.3 \\ 0.3x_1 - 0.2x_2 + 10x_3 &= 71.4 \end{aligned}$$

с начальным приближением

$$\{x\} = \begin{Bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

5. Выполнить одну итерацию методом Якоби для решения системы

$$\begin{bmatrix} 4 & -4 & 0 \\ -1 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 400 \\ 400 \\ 400 \end{Bmatrix}$$

с начальным приближением

$$x_1 = x_2 = x_3 = 100$$

6. Построить интерполяционный полином Ньютона для функции, заданной таблично.

x_i	1	2	2.5	3
f_i	2	1.5	0.8	2.8

7. Построить интерполяционный полином Ньютона для функции, заданной таблично.

x_i	2	2.5	3	4	5
f_i	3	-1	3	-4	0

8. Для функции заданной таблично построить кубический сплайн

x_i	1	2	2.5	3
f_i	2	1.5	0.8	2.8

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-6:

1. Для функции, заданной таблично, построить интерполяционный полином Ньютона

x_i	1.2	2.3	5.4	6.5	7.6
f_i	3.2	2.3	9.8	8.9	5.5

2. Для функции, заданной таблично, построить кубический сплайн

x_i	1.2	2.3	5.4	6.5	7.6
f_i	3.2	2.3	9.8	8.9	5.5

3. Методом наименьших квадратов построить линейную аппроксимацию функции, заданной таблично.

x	1	2	2.6	3.4	7.3	8.5
y	3.1	5.1	6	10.7	20.8	27.5

4. Методом наименьших квадратов построить квадратичную аппроксимацию функции, заданной таблично.

x	1	2	2.6	3.4	7.3	8.5
y	3.1	5.1	6	10.7	20.8	27.5

5. Для функции, заданной таблично, вычислить первую и вторую производные в точках $x = 1.1$ и $x = 1.6$ с помощью конечных разностей

x :	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
y :	7.989	8.403	8.781	9.129	9.451	9.750	10.031

6. Вычислить $\sin'(1.74)$ с помощью формулы Ньютона

x :	1.7	1.74	1.78	1.82	1.86
$\sin x$:	0.9916	0.9857	0.9781	0.9691	0.9584

7. Вычислить по формуле Бесселя $f'(7.5)$

x :	7.47	7.48	7.49	7.50	7.51	7.52	7.53
$f(x)$:	0.193	0.195	0.198	0.201	0.203	0.206	0.208

8. Вычислить $f'(10)$ по формуле Ньютона

x :	3	5	11	27	34
$f(x)$:	-13	23	899	17315	35606

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
не зачтено	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

	отказа обучающегося от ответа	ошибки	х задач с некоторым и недочетами	некоторым и недочетами	ошибок и недочетов	без ошибок и недочетов	
--	-------------------------------	--------	----------------------------------	------------------------	--------------------	------------------------	--

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Квадратурные формулы Гаусса. Составные квадратурные формулы. Оценка погрешности.
2. Метод простой итерации решения уравнения с одной неизвестной.
3. Метод хорд решения уравнения с одной неизвестной.
4. Метод касательных решения уравнения с одной неизвестной.
5. Метод Гаусса для систем линейных алгебраических уравнений.
6. Метод прогонки для систем линейных алгебраических уравнений.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-6

1. Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Метод Эйлера для обыкновенных дифференциальных уравнений.
3. Методы типа Рунге-Кутты.
4. Многошаговые методы решения задачи Коши. Формулы Адамса
5. Погрешность вычислений, ее составные части.
6. Абсолютная и относительная погрешности приближенного числа.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
не зачтено	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.

5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Формула левых прямоугольников (постановка задачи, геометрический смысл метода, вывод формулы метода).
2. Алгоритм определения в числе x верных в строгом смысле цифр при заданной относительной погрешности.
3. Постановка задачи аппроксимации функции
4. Метод наименьших квадратов
5. Метод Эйлера.
6. Метод Зейделя для решения систем линейных уравнений

5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-6

1. Интерполяционный полином Ньютона.
2. Конечные разности.
3. Погрешность интерполяции. Способы ее уменьшения.

4. Сходимость интерполяционного процесса. Достаточные условия сходимости.
5. Интерполяция сплайнами. Построение сплайнов 3-го порядков.
6. Задача численного дифференцирования. Построение формул численного дифференцирования, погрешность.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Бахвалов Н. С. Численные методы : учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Бинوم. Лаборатория знаний, 2003. - 632 с. : ил. - (Технический университет). - ISBN 5-94774-060-5 : 165.00., 45 экз.
2. Демидович Борис Павлович. Основы вычислительной математики : [для втузов]. - Изд. 4-е, испр. - М. : Наука, 1970. - 664 с. : черт. - 0.77., 24 экз.
3. Березин Иван Семенович. Методы вычислений : [учеб. пособие для вузов]. Т. 2. - М. : Физматгиз, 1959. - 620 с. : черт. - 1.41., 40 экз.

Дополнительная литература:

1. Крылов Владимир Иванович. Вычислительные методы : [учеб. пособие для вузов]. Т. 1. - М. : Наука, 1976. - 303 с. : ил. - 0.71., 15 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки/специальности 15.03.03 - Прикладная механика.

Автор(ы): Петров Андрей Николаевич, кандидат физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Игумнов Леонид Александрович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.