

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Арзамасский филиал ННГУ - Факультет естественных и математических наук

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 6 от 31.05.2023 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория чисел

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность образовательной программы

Математика и физика

Форма обучения

очная

г. Арзамас

2023 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.1.1 Теория чисел относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПКР-4: Способен осваивать и анализировать базовые научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях явлений и процессов в предметной области	<p>ПКР-4.1: Знает содержание, сущность, закономерности, принципы и особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области, а также роль учебного предмета/ образовательной области в формировании научной картины мира; основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения профессиональных задач.</p> <p>ПКР-4.2: Умеет анализировать базовые научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов в предметной области знаний.</p> <p>ПКР-4.3: Владеет различными методами анализа основных категорий предметной области знаний.</p>	<p>ПКР-4.1: Знать содержание, сущность, закономерности, базовые теории курса «Теории чисел», роль дисциплины в будущей профессиональной деятельности, в частности при изучении школьной математики, формировании научной картины мира.</p> <p>ПКР-4.2: Уметь анализировать базовые научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых тем и разделов: двучленные сравнения по простому модулю; индексы, свойства индексов; приложение теории сравнений к решению задач ОГЭ и ЕГЭ по математике, творческих задач и отображать в область будущей профессиональной деятельности.</p> <p>ПКР-4.3: Владеть различными методами анализа основных понятий, методами и различными способами решения задач и доказательства теорем.</p>	<p>Контрольная работа</p> <p>Тест</p>	<p>Зачёт:</p> <p>Контрольные вопросы</p>

ПКР-5: Способен конструировать содержание образования и реализовывать образовательный процесс в предметной области в соответствии с требованиями ФГОС соответствующего уровня образования, с уровнем развития современной науки и с учетом возрастных особенностей обучающихся / воспитанников	<p>ПКР-5.1: Знает требования ФГОС соответствующего уровня образования к содержанию образования в предметной области, примерные образовательные программы и учебники по преподаваемому предмету, перечень и содержательные характеристики учебной документации по вопросам организации и реализации образовательного процесса.</p> <p>ПКР-5.2: Умеет конструировать предметное содержание обучения в соответствии с уровнем развития научного знания и с учетом возрастных особенностей обучающихся / воспитанников; разрабатывать рабочие программы на основе примерных образовательных программ.</p> <p>ПКР-5.3: Владеет навыками конструирования и реализации предметного содержания и его адаптации в соответствии с особенностями обучающихся / воспитанников.</p>	<p>ПКР-5.1: Знать требования ФГОС соответствующего уровня образования к содержанию образования в математике, примерные образовательные программы и учебники по алгебре, математике, перечень и содержательные характеристики учебной документации по вопросам организации и реализации образовательного процесса.</p> <p>ПКР-5.2: Уметь конструировать предметное содержание обучения в соответствии с уровнем развития научного знания и с учетом возрастных особенностей учащихся; разрабатывать элементы рабочей программы по элективным курсам алгебры на основе примерных образовательных программ.</p> <p>ПКР-5.3: Владеть навыками конструирования и реализации предметного содержания по теории делимости и его адаптации в соответствии с особенностями учащихся.</p>	Контрольная работа Проектная работа	Зачёт: Контрольные вопросы
--	--	--	--	-------------------------------

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	2
Часов по учебному плану	72
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	1
самостоятельная работа	39

Промежуточная аттестация	0 зачёт
---------------------------------	--------------------

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
Тема 1. Отношение делимости в кольце целых чисел.	8	2	2	4	4
Тема 2. НОД и НОК целых чисел.	9	2	2	4	5
Тема 3. Простые числа. Теорема Евклида.	8	2	2	4	4
Тема 4. Конечные и бесконечные цепные дроби.	9	2	2	4	5
Тема 5. Отношение сравнения по модулю m, свойства сравнений.	9	2	2	4	5
Тема 6. Теоремы Эйлера и Ферма. Функция Эйлера.	9	2	2	4	5
Тема 7. Многочленные сравнения. Сравнения первой степени.	8	2	2	4	4
Тема 8. Первообразные корни. Индексы. Свойства.	11	2	2	4	7
Аттестация	0				
КСР	1				1
Итого	72	16	16	33	39

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

- электронный курс "Теория чисел" (<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=9988>).

Иные учебно-методические материалы: Учебно-методические документы, регламентирующие самостоятельную работу, адреса доступа к документам:
<https://arz.unn.ru/sveden/document/>
https://arz.unn.ru/pdf/Metod_all_all.pdf

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПКР-4

1. Вычислите НОД (a,b) и выразите его в виде линейной комбинации: $a=1232, b=1672$
2. Разделите числа $(-b)$ на $(-a)$ из задания № 1.
3. Записать числа a и b в системе счисления с основанием g и найти их сумму и разность: $a=111_2, b=40_5, g=6$.
4. Найти остаток от деления: $3^{100} + 2^{100}$ на 10
5. Найти две последние цифры чисел: 19^{240}

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПКР-5

1. Количество простых чисел, находящихся между числами 470 и 520 равно:
 - 1) 12; 2) 24; 3) 6; 4) 29; 5) 10.
2. Значение функции Эйлера для простого числа p может быть найдено по формулам:
 - 1); 2); 3); 4); 5).
3. Сравнение равносильно:
 - 1); 2); 3); 4); 5).
4. Количество цифр до периода и в периоде дроби равно:
 - 1) 1 и 6; 2) 2 и 3; 3) 3 и 2; 4) 2 и 1; 5) 1 и 3.
5. Наибольшее число воскресений в году может быть равно:
 - 1) 34; 2) 53; 3) 100; 4) 25; 5) 87?

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три незначительные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
не зачтено	ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ПКР-4

1. Число a делится на $b \neq 0$ с остатком, если:
 - 1) $a = bq + r$; 2) $b = aq + r$; 3) $a = bq + r, 0 \leq r < |b|$; 4) $a = bq$; 5) $b = aq$.
2. Алгоритм Евклида это

1. способ поиска всех простых чисел;
2. метод поиска всех составных чисел, заканчивающийся в конечное число шагов;
3. способ вычисления НОД, заканчивающийся в конечное число шагов;
4. метод вычисления НОК чисел;
5. способ вычисления функции Эйлера.

3. Натуральное число p называется простым, если имеет ровно:

- 1) два делителя;
- 2) три делителя;
- 3) два натуральных делителя 1 и p ;
- 4) четыре делителя 1, p ;
- 5) 0 делителей.

4. НОД (a_1, a_2) обладает следующими свойствами:

1. $\text{НОД}(a_1, a_2) = \frac{|a_1 a_2|}{\text{НОК}(a_1, a_2)}$
2. $\text{НОД}(a_1 k, a_2 k) = \frac{|a_1 k a_2 k|}{\text{НОК}(ka_1, ka_2)}$
3. $\text{НОД}(a_1, a_2) = (a_1 a_2) \cdot \text{НОК}(a_1, a_2)$
4. Если $\text{НОК}(a_1, a_2) = |a_1 a_2|$, то $\text{НОД}(a_1, a_2) = 1$.
5. $\text{НОД}(a_1, a_2, a_3)$ не вычисляется для трех и более чисел.

Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

Оценка	Критерии оценивания
отлично	80 – 100 % правильных ответов
хорошо	60 – 79 % правильных ответов
удовлетворительно	40 – 59 % правильных ответов
неудовлетворительно	менее 40 % правильных ответов

5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Проектная работа) для оценки сформированности компетенции ПКР-5

1. Докажите, что все числа вида 16, 1156, 111556, 11115556, ... являются полными квадратами.
2. Докажите, что при любом натуральном значении n числа $3n + 5$ и $5n + 8$ взаимно просты.
3. Запишите число 0,11(7) в виде обыкновенной дроби.
4. Докажите, что числа $\sqrt[3]{2}$ и $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ – иррациональные.
5. Решите уравнение $3x - 4y = 1$ в целых числах.
6. Докажите, что уравнение $x^2 + 1 = 3y$ не имеет решений в целых числах.

7. Перед каждым из чисел 14, 15, ..., 20 и 6, 7, ..., 10 произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего от каждого из образовавшихся чисел первого набора отнимают каждое из образовавшихся чисел второго набора, а затем все 35 полученных результатов складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?
8. Найдите все пары натуральных чисел разной четности, удовлетворяющие уравнению

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{12}.$$

Критерии оценивания (оценочное средство - Проектная работа)

Оценка	Критерии оценивания
отлично	работа полностью раскрывает основные вопросы теоретического материала. Студент приводит информацию из первоисточников и изданий периодической печати, приводит практические примеры, в докладе отвечает на дополнительные вопросы преподавателя и студентов
хорошо	работа частично раскрывает основные вопросы теоретического материала. Студент приводит информацию из первоисточников, отвечает на дополнительные вопросы преподавателя и студентов (при докладе), но при этом дает не четкие ответы, без достаточно их аргументации
удовлетворительно	работа в общих чертах раскрывает основные вопросы теоретического материала. Студент приводит информацию только из учебников. При ответах на дополнительные вопросы в докладе путается в ответах, не может дать понятный и аргументированный ответ
неудовлетворительно	работа не раскрывает основные вопросы теоретического материала. Использовано недостаточно источников, студент не может ответить на дополнительные вопросы

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично
	не зачтено	зачтено		
<u>Знания</u>	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено	Уровень знаний в объеме, соответствующем	Уровень знаний в объеме, соответствующем

	место грубые ошибки	много негрубых ошибок	программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	программе подготовки, без ошибок
<u>Умения</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме
<u>Навыки</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации

5.3.1 Типовые задания, выносимые на промежуточную аттестацию:

Оценочное средство - Контрольные вопросы

Зачёт

Критерии оценивания (Контрольные вопросы - Зачёт)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
не зачтено	ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя

Типовые задания (Контрольные вопросы - Зачёт) для оценки сформированности компетенции ПКР-4 (Способен осваивать и анализировать базовые научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях явлений и процессов в предметной области)

1. Отношение делимости в кольце целых чисел. Деление целых чисел без остатка.
2. Деление целых чисел с остатком.
3. НОД целых чисел. Алгоритм Евклида.
4. НОД нескольких целых чисел и способ его нахождения.
5. Взаимно простые числа. Теоремы 1 – 4.
6. Взаимно простые числа. Теоремы 5-8.
7. Систематические числа. Перевод из одной системы счисления в другую.
8. Систематические числа. Сложение и умножение чисел в произвольной системе счисления.
9. Конечные цепные дроби. Представление рационального числа конечной цепной дробью.
10. Подходящие дроби. Теоремы 1 – 3 о подходящих дробях.
11. Подходящие дроби. Теоремы 4 – 6 о подходящих дробях.
12. Представление действительных чисел цепными дробями. Предел подходящих дробей.
13. Подходящие дроби бесконечной цепной дроби. Теоремы 2 – 4.
14. Сравнения. Свойства сравнений.
15. Полная система вычетов.
16. Многочленные сравнения.
17. Сравнения первой степени. Теоремы 1 и 2.
18. Сравнения первой степени. Теоремы 3,4.
19. Порядок числа по данному модулю. Свойства порядков.
20. Первообразные корни. Практический прием нахождения порядка числа.
21. Индексы числа по простому модулю. Свойства индексов.
22. Вычеты степени n по простому модулю.
23. Квадратичные вычеты по простому модулю $p > 2$.
24. Арифметическое приложение теории сравнений. Признаки делимости.
25. Арифметическое приложение теории сравнений. Определение длины периода дроби.

Типовые задания (Контрольные вопросы - Зачёт) для оценки сформированности компетенции ПКР-5 (Способен конструировать содержание образования и реализовывать образовательный процесс в предметной области в соответствии с требованиями ФГОС соответствующего уровня образования, с уровнем развития современной науки и с учетом возрастных особенностей обучающихся / воспитанников)

1. НОК целых чисел. Формула для нахождения НОК двух чисел. Свойства НОК.
2. НОК нескольких целых чисел.
3. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел.
4. Представление натуральных чисел в виде произведения простых множителей.
5. Каноническое представление натуральных чисел. НОД и НОК целых чисел, представленных в каноническом виде.

6. Число и сумма натуральных делителей.
7. Приведенная система вычетов.
8. Функция Эйлера. Теоремы о вычислении функции Эйлера.
9. Теоремы Эйлера и Ферма.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Виноградов И. М. Основы теории чисел : - / И. М. Виноградов. - Москва : Юрайт, 2022. - 123 с. - (Антология мысли). - URL: <https://urait.ru/bcode/493846> (дата обращения: 14.08.2022). - ISBN 978-5-534-12085-1 : 329.00. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=818013&idb=0>.
2. Ларин С. В. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля / Ларин С. В. - 2-е изд. ; испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2022. - 160 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/493272> (дата обращения: 05.01.2022). - ISBN 978-5-534-05567-2 : 459.00. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=787828&idb=0>.
3. Чебышёв П. Л. Теория чисел. Теория вероятностей. Теория механизмов : - / П. Л. Чебышёв ; ответственный редактор И. М. Виноградов, составитель А. О. Гельфонд. - Москва : Юрайт, 2022. - 457 с. - (Антология мысли). - URL: <https://urait.ru/bcode/507467> (дата обращения: 14.08.2022). - ISBN 978-5-534-05214-5 : 1389.00. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=819806&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Бухштаб А. А. Теория чисел / Бухштаб А. А. - 6-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 384 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-9228-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=782710&idb=0>.
2. Глухов М. М. Алгебра / Глухов М. М., Елизаров В. П., Нечаев А. А. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 608 с. - Рекомендовано ФГКОУ ВПО «Академия Федеральной службы безопасности Российской Федерации» в качестве учебник для студентов вузов, обучающихся по укрупненной группе направлений подготовки и специальностей 10.00.00 — «Информационная безопасность» (от 25.11.14). - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-9182-7., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=782228&idb=0>.
3. Веселова Л. В. Алгебра и теория чисел / Веселова Л. В., Тихонов О. Е. - Казань : КНИТУ, 2014. - 107 с. - Книга из коллекции КНИТУ - Математика. - ISBN 978-5-7882-1636-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=825312&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Лицензионное программное обеспечение: Операционная система Windows.

Лицензионное программное обеспечение: Microsoft Office.

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы
Российский индекс научного цитирования (РИНЦ), платформа Elibrary: национальная

информационно-аналитическая система. Адрес доступа: http://elibrary.ru/project_risc.asp

Свободно распространяемое программное обеспечение:

программное обеспечение LibreOffice;

программное обеспечение Yandex Browser;

Электронные библиотечные системы и библиотеки:

Электронная библиотечная система "Лань" <https://e.lanbook.com/>

Электронная библиотечная система "Консультант студента" <http://www.studentlibrary.ru/>

Электронная библиотечная система "Юрайт" <http://www.urait.ru/ebs>

Электронная библиотечная система "Znanium" <http://znanium.com/>

Фундаментальная библиотека ННГУ www.lib.unn.ru/

Сайт библиотеки Арзамасского филиала ННГУ. – Адрес доступа: lib.arz.unn.ru

Ресурс «Массовые открытые онлайн-курсы Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского»

<https://mooc.unn.ru/>

Портал «Современная цифровая образовательная среда Российской Федерации»

<https://online.edu.ru/public/promo>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки).

Автор(ы): Нестерова Лариса Юрьевна, кандидат педагогических наук, доцент.

Рецензент(ы): Атрощенко Светлана Аскольдовна, кандидат педагогических наук.

Заведующий кафедрой: Фролов Иван Валентинович, доктор педагогических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 24.05.23, протокол № 5.