

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им.
Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол от «30» ноября 2022 г. № 13

Рабочая программа дисциплины

Дискретная оптимизация

Уровень высшего образования
магистратура

Направление подготовки
01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность образовательной программы
Компьютерные науки и приложения

Форма обучения
очная

Нижегород
2022

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Курс Б1.В.ДВ.02.02 «Дискретная оптимизация» относится к Блоку 1 части ОПОП, формируемой участниками образовательных отношений, магистратуры по направлению подготовки «Прикладная математика и информатика», направленность образовательной программы «Компьютерные науки и приложения». Дисциплина «Дискретная оптимизация» преподаётся в первом семестре. Трудоемкость составляет 3 зачетные единицы, 108 час., зачет.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.02.02, «Дискретная оптимизация» относится к части ООП направления подготовки «01.04.02 Прикладная математика и информатика», формируемой участниками образовательных отношений.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ПК-4 Способность разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач	ПК-4.1. Знать методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач.	<u>Знать</u> методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых задач дискретной оптимизации и систем линейных неравенств. <u>Владеть</u> навыком анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых основных задач комбинаторной теории выпуклых многогранников и теории систем линейных неравенств.	Контрольные работы
	ПК-4.2. Уметь применять методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач.	<u>Уметь</u> решать основные задачи теории систем линейных неравенств и дискретной оптимизации и применять методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей. <u>Владеть</u> способностью разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач дискретной оптимизации	Контрольные работы

	ПК-4.3 Иметь навыки применения методов разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач	<u>Уметь</u> применять принципы управления разработкой, а также разрабатывать и анализировать и сопровождать проекты создания (модификации) алгоритмов и их программной реализации задач дискретной оптимизации, целочисленного линейного программирования, комбинаторной теории выпуклых многогранников. <u>Владеть</u> способностями осуществлять научное руководство коллективом специалистов, создающих алгоритмы и их программные реализации задач дискретной оптимизации, целочисленного линейного программирования, комбинаторной теории выпуклых многогранников.	Контрольные работы
ПК-11. Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых задач производственно-технологической деятельности	ПК-11.1. Знает методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых производственно-технологических задач.	<u>Знать</u> методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей прикладного программного обеспечения решения задач дискретной оптимизации. <u>Уметь</u> решать основные задачи комбинаторной теории выпуклых многогранников и теории систем линейных неравенств	Контрольные работы
	ПК-11.2. Умеет применять методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых производственно-технологических задач.	<u>Уметь</u> применять типовые математические методы машинного обучения для обучения студентов различных уровней образования методологии решения задач дискретной оптимизации, целочисленного линейного программирования и систем линейных неравенств; реализовывать приоритеты собственной деятельности на основе планирования при решении задач дискретной оптимизации.	Контрольные работы

	ПК-11.3. Имеет навыки применения методов разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых производственно-технологических задач.	<u>Владеть</u> практическим опытом разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей для обучения студентов различных уровней образования методам решения задач целочисленного линейного программирования, дискретной оптимизации и систем линейных алгебраических неравенств.	Контрольные работы
--	--	--	--------------------

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	3 ЗЕТ
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	33
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- текущий контроль (КСР)	1
самостоятельная работа	75
Промежуточная аттестация – зачет	

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Аффинная структура конечномерного евклидова пространства.	10	2		2	4	6
Выпуклые множества и конусы, их сумма и пересечение.		2		2	4	8
Структура граней замкнутого выпуклого множества.	14	2		2	4	10
Системы линейных неравенств (над произвольным подполем F поля R вещественных чисел).	14	2		2	4	10
Решетка граней политопа и ее f -вектор.	14	2		2	4	10
Изоморфизм и антиизоморфизм решеток граней политопов. Эквивалентность и двойственность политопов. Поляра множества. Существование двойственного политопа.	14	2		2	4	10
Симплициальный комплекс граней триангуляции. Определение понятий «разбиение» и «триангуляция» d -мерной точечной конфигурации.	14	2		2	4	10
Симплициальный комплекс (T_A) граней триангуляции T_A , его f -вектор и многочлен $f(\lambda, T_A)$. Регулярные триангуляции и их нахождение.	15	2		2	4	11
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация – зачет						
Итого	108	16		16	33	75

Практические занятия (лабораторные работы) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Практическая подготовка предусматривает:

Нахождение двойственного описания многогранников с помощью математических пакетов MATLAB, Skeleton, решение задач целочисленного программирования.

На проведение практических занятий (лабораторных работ) в форме практической подготовки отводится 16 часов.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП:

Применение фундаментальных знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук;

создание, анализ и реализация новых компьютерных моделей, методов и информационных технологий в современном естествознании, технике, экономике и управлении.

- компетенций - ПК-4, ПК-11.

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях лекционного типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Дискретная оптимизация» включает выполнение заданий под контролем преподавателя, подготовку к промежуточной аттестации в традиционной форме.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить	При решении стандартных задач не продемонстрированы	Имеется минимальный набор навыков для решения	Продemonстрированы базовые навыки при решении	Продemonстрированы базовые навыки при решении	Продemonстрированы навыки при решении нестандартн	Продemonстрирован творческий подход к решению

	наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	стандартных задач с некоторыми недочетами.	стандартных задач с некоторыми недочетами	стандартных задач без ошибок и недочетов.	ых задач без ошибок и недочетов.	нестандартных задач.
--	--	---	--	---	---	----------------------------------	----------------------

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы для оценки сформированности компетенции ПК-4, ПК-11

1. Аффинная структура конечномерного евклидова пространства. Аффинное пространство и его подпространство. Аффинные отображения и функции. Гиперплоскости и полупространства. Системы точек в общем положении.
2. Выпуклые множества и конусы, их сумма и пересечение. Неотрицательные и выпуклые комбинации точек. Выпуклый конус и выпуклое множество, их связь; коническая ($A<$) и выпуклая ($\text{conv } A$) оболочки множества. Политоп, полиэдр, симплекс, обобщенный симплекс.
3. Теоремы Каратеодори
4. Теорема Радона
5. Теорема Хелли.
6. Теорема: Если A компактно, то $\text{conv } A$ компактна.
7. Структура граней замкнутого выпуклого множества. Относительная внутренность выпуклого множества. Опорные гиперплоскости и полупространства. Теорема: Замкнутое выпуклое множество S совпадает с пересечением всех своих опорных полупространств.

8. Теорема Минковского–Фаркаша–Вейля. Сопряженный конус. Острота и телесность выпуклого конуса.
9. Остов (порождающее множество) острого конуса и его построение алгоритмом Фурье–Моцкина–Бургера.
10. Теорема Минковского–Штейница–Вейля.
11. Переход от вершинного описания политопа к фасетному и обратно.
12. Сумма и пересечение полиэдров и конусов.
13. Решетка граней политопа и ее f -вектор. Трехмерные примеры: n -пирамида, n -бипирамида, n -призма и n -антипризма, графы этих политопов. Симплекс, куб и октаэдр произвольной размерности.
14. Изоморфизм и антиизоморфизм решеток граней политопов. Эквивалентность и двойственность политопов. Поляра множества. Существование двойственного политопа.
15. Симплициальный комплекс граней триангуляции. Определение понятий «разбиение» и «триангуляция» d -мерной точечной конфигурации.
16. Симплициальный комплекс граней триангуляции, его f -вектор и f -многочлен. Регулярные триангуляции и их нахождение.

2.2. Типовые задачи для оценки сформированности компетенции ПК-4

1. Доказать, что сумма выпуклых множеств есть выпуклое множество
2. Доказать, что при аффинном преобразовании выпуклое множество переходит в выпуклое
3. Доказать, что сумма выпуклых функций выпукла. Верно ли это для произведения выпуклых функций?
4. Доказать, что множество всех оптимальных точек задачи выпуклого программирования выпукло.
- 5.

Пусть p_1, p_2, \dots, p_s — линейно независимая система в \mathbf{R}^n ($s \geq 2$).
Доказать, что

$$K = \left\{ x = \sum_{i=1}^s \alpha_i p_i : \sum_{i=1}^{s-1} \alpha_i^2 \leq \alpha_s^2, \alpha_s \geq 0 \right\}$$

является выпуклым конусом. Является ли выпуклым конусом множество

$$K_1 = \left\{ x = \sum_{i=1}^s \alpha_i p_i : \sum_{i=1}^{s-1} \alpha_i^2 < \alpha_s^2, \alpha_s \geq 0 \right\}?$$

6. Аналогичный вопрос относительно множества $K_2 = K_1 \cup \{0\}$.

2.3. Типовые задачи для оценки сформированности компетенции ПК-4

Найти параметрическое представление множества решений системы неравенств

$$1. \quad \begin{cases} x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_3 \geq 0, \\ -x_1 + x_2 - x_3 \geq 0; \end{cases} \quad 2) \quad \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 \geq 0, \\ x_3 \geq 0, \\ x_1 - x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Пусть A, B — конечные множества векторов. Доказать, что

- 1) $A^\angle \subseteq B^\angle$ тогда и только тогда, когда $A^* \supseteq B^*$;
- 2) $(A^\angle \cap B^\angle)^* = A^* + B^*$; 3) $A^* \cap B^* = (A^\angle + B^\angle)^*$.

3. Описать все конечнопорожденные конусы в \mathbf{R}^2 и в \mathbf{R}^3 и найти их минимальные остовы.

4. Доказать, что $K = \{0\} \cup \{(x_1, x_2)^\top : x_1 \geq 0, x_2 > 0\}$ является выпуклым конусом, но не имеет остова. Можно ли K задать системой линейных неравенств вида $Ax \geq 0$?

Пусть K — подпространство в \mathbf{R}^n , а p_1, p_2, \dots, p_s — его базис. Доказать, что

- 1) $p_1, p_2, \dots, p_s, -p_1, -p_2, \dots, -p_s$ — остов конуса K ;
- 2) для любого r , такого, что $s + 1 \leq r \leq 2s$, существует остов конуса K из r векторов;
- 3) минимальный остов K содержит $s + 1$ вектор.

6. Найти минимальный остов замкнутого полупространства $ax \geq 0$, где $a \in \mathbf{R}^n, a \neq 0$.

Пусть

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Найти пересечение и сумму выпуклых конусов K_1 и K_2 , если

- 1) $K_1 = A^\angle, K_2 = B^\angle$; 2) $K_1 = A^*, K_2 = B^*$;
- 3) $K_1 = A^\angle, K_2 = B^*$; 4) $K_1 = A^*, K_2 = B^\angle$.

2.4. Типовые задачи для оценки сформированности компетенции ПК-11

Найти необходимые и достаточные условия (на коэффициенты $\beta_1, \beta_2, \beta_3$) для совместности системы

$$8. \quad \begin{cases} x_1 & + x_4 - x_5 = \beta_1, \\ & x_2 - x_4 + x_5 = \beta_2, \\ & x_3 + x_4 + x_5 = \beta_3, \\ x_j \geq 0 & (j = 1, 2, \dots, 5). \end{cases}$$

- Используя построение минимального остова, придумать алгоритм, удаляющий из системы $Ax \geq 0$ неравенства-следствия.

Найти систему линейных неравенств, множество решений которой совпадает с выпуклой оболочкой указанной системы точек:

- 1) $(0, 0)^T, (0, 1)^T, (1, 0)^T, (1, 1)^T$;
 10. 2) $(0, 0, 1)^T, (0, 1, 1)^T, (1, 0, 0)^T, (1, 1, 0)^T$.

- Пусть A — квадратная невырожденная матрица. Доказать, что множество решений системы $Ax \leq b$ (крамеровской системы линейных неравенств) есть $\{x = A^{-1}b - A^{-1}\alpha, \alpha \in \mathbf{R}^n, \alpha \geq 0\}$. Получить аналогичное представление для множества решений системы $Ax \geq b$.

Найти пересечение полиэдров P_1 и P_2 , если

- 1) $P_1 = \text{Conv} \{(0, 0)^T, (1, 0)^T, (0, 1)^T, (1, 1)^T\}$,
 $P_2 = \text{Conv} \{(-1, -1)^T, (0, 1)^T, (1, -1)^T, (0, 0)^T\}$;
 2) $P_1 = \text{Conv} \{(0, 2, 2)^T, (2, 0, 2)^T, (2, 2, 0)^T, (1, 1)^T\}$,
 $P_2 = \{x = (x_1, x_2, x_3)^T : x_1 + x_2 + x_3 = 1, x_j \geq 0 (j = 1, 2, 3)\}$.

- Доказать, что если конус порожден конечным множеством векторов с рациональными компонентами, то его можно задать как множество решений системы линейных неравенств с целыми коэффициентами.

- Дан трехмерный политоп, у которого любые две вершины соединены ребром. Доказать, что это тетраэдр.

- Доказать, что если политоп одновременно является простым и симплициальным, то это симплекс или n -угольник.

- Доказать, что если d -политоп является простым и кубическим (т. е. все его гиперграни комбинаторно эквивалентны $(d - 1)$ -кубам), то он является d -кубом или n -угольником.

- Доказать, что политоп может быть представлен как аффинный образ кросс-политопа тогда и только тогда, когда он центрально-симметричен.
- 17.
- Доказать, что если политоп является зонотопом, то (т. е. аффинным образом d -куба), то все его грани центрально симметричны. Верно ли обратное?
- 18.
- Доказать, что перестановочный политоп $\Pi_{d-1} \subseteq \mathbf{R}^d$ имеет размерность $d - 1$, является зонотопом и простым многогранником. Описать все его $2^d - 2$ фасеты, построив определяющие их неравенства.
- 19.
- Пусть $a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_d$ — вещественные числа, не все равные между собой. *Обобщенный пермutoэдр* (или *многогранник орбит*) $\Pi_{d-1}(a_1, a_2, \dots, a_d)$ — это выпуклая оболочка множества точек, полученных всевозможными перестановками элементов мультимножества $\{a_1, a_2, \dots, a_d\}$. Исследуйте комбинаторику обобщенного пермutoэдра. В частности, докажите, что его размерность равна $d - 1$. Обязательно ли обобщенный пермutoэдр простой? При каком условии все ребра политопа $\Pi_{d-1}(a_1, a_2, \dots, a_d)$ будут иметь одинаковую длину?
- 20.
- Доказать, что у d -куба $P = C_d \subseteq \mathbf{R}^d$ ровно $3^d + 1$ граней и что непустым граням можно естественным образом сопоставить вектор знаков из $\{+, -, 0\}^d$. — d -куб. Как для заданного вектора s найти вершину, на котором достигается максимум функции sx ? Как для заданной точки $p \in \mathbf{R}^d$ определить, верно ли, что $p \in P$ и, если нет, то найти линейное неравенство, которому удовлетворяет любая точка из P , но не удовлетворяет p ?
- 21.
- Описать циклический d -политоп $C_d(d + 2)$ с $d + 2$ вершинами комбинаторно и в явном виде?
- 22.
- Выведите из условия четности Гейла полное комбинаторное описание всех граней политопа $C_d(n)$. Получите отсюда, что циклические многогранники являются $\lfloor \frac{d}{2} \rfloor$ -смежностными.
- 23.
- Докажите, что если многогранник является k -смежностным, то каждая его $(2k - 1)$ -грань является симплексом. Выведите отсюда, что $(\lfloor \frac{d}{2} \rfloor + 1)$ -смежностный d -многогранник является симплексом.
- 24.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) Основная литература:

1. Циглер Г.М. Теория многогранников. М.: МЦНМО, 2014 (20 экз)
2. Шевченко В.Н. Качественные вопросы целочисленного линейного программирования. _ М.: Физматлит, 1995. (20 экз)
3. Шевченко В.Н. Комбинаторная теория многогранников. Учебно-методическое пособие. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ им. Н.И.Лобачевского, Нижний Новгород, 2015.
http://www.unn.ru/books/met_files/Shevchenko.pdf

б) Дополнительная литература

4. Схрейвер А. Теория линейного и целочисленного программирования. М.: Мир, 1991.
5. Брёнстед А. Введение в теорию выпуклых многогранников. М.: Мир, 1988.
6. Шевченко В. Н. О разбиении выпуклого политопа на симплексы без новых вершин // Известия ВУЗ. Математика. 1997, №12, С. 89–99.
7. Емеличев В. А., Ковалев М. М., Кравцов М. К. Многогранники, графы, оптимизация. М.: Наука, 1981.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 01.04.02 Прикладная математика и информатика.

Автор программы: _____

к. ф.-м. н., доц. С.И. Веселов

Рецензент: _____

Заведующий кафедрой АГиДМ _____ д. ф.-м. н., доц. Н.Ю. Золотых

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от «30» ноября 2022 г. № 13