

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования\_  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол № 10 от 02.12.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
Современные методы математической физики

---

Уровень высшего образования  
Магистратура

---

Направление подготовки / специальность  
01.04.02 - Прикладная математика и информатика

---

Направленность образовательной программы  
Математическое моделирование физико-механических процессов

---

Форма обучения  
очная

---

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.05 Современные методы математической физики относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-2: Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1: Знает современные математические методы решения прикладных задач ОПК-2.2: Умеет совершенствовать математические методы решения прикладных задач ОПК-2.3: Имеет навыки создания новых математических методов решения прикладных задач	ОПК-2.1: Знать основные положения, терминологию и методологию в области математического и алгоритмического моделирования  ОПК-2.2: Уметь осуществлять анализ и выбор методов решения задач профессиональной и научной деятельности на основе теоретических знаний в области математических и компьютерных наук  ОПК-2.3: Владеет опытом разработки новых математических моделей, опытом исследования корректности этих моделей, методами математического моделирования.	Практическое задание Задачи	Экзамен: Задачи Контрольные вопросы

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	6
Часов по учебному плану	216
в том числе	

<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>32</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>32</b>
- КСР	<b>2</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>114</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>36</b> <b>Экзамен</b>

### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
1. Классические уравнения математической физики и постановка основных задач	20	4	2	6	14
2. Системы дифференциальных уравнений механики сплошных сред и электромагнитной теории	26	4	2	6	20
3. Элементы вариационного исчисления. Вариационные принципы для задач математической физики.	34	6	8	14	20
4. Методы теории потенциала	32	6	6	12	20
5. Применение интегральных уравнений в математической физике.	34	6	8	14	20
6. Интегральные преобразования в математической физике.	32	6	6	12	20
Аттестация	36				
КСР	2				2
Итого	216	32	32	66	114

#### Содержание разделов и тем дисциплины

1. Классические уравнения математической физики. Уравнение колебаний, уравнения диффузии и теплопроводности (стационарные и нестационарные). Постановка основных задач для волнового уравнения, уравнения теплопроводности, уравнения Пуассона.

2. Системы дифференциальных уравнений механики сплошных сред и электромагнитной теории. Квазистационарные и стационарные приближения для системы уравнений Максвелла. Уравнения теории упругости. Постановка основных задач.

3. Вариационные принципы для задач математической физики. Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений дивергентного вида. Элементы вариационного исчисления. Обобщённые

формулировки краевых задач и вариационные принципы.

4. Методы теории потенциала. Свойства объемного потенциала. Свойства поверхностных потенциалов. Применение потенциалов к решению краевых задач.

5. Применение интегральных уравнений в математической физике. Метод последовательных приближений. Теоремы Фредгольма.

6. Интегральные преобразования в математической физике. Преобразование Фурье. Преобразование Лапласа.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы:

- работа над основной и дополнительной литературой;
- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- выполнение домашних практических заданий (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (зачет).

Задания для самостоятельной работы:

1. Уравнения механики сплошных сред (уравнения газо-гидродинамики и задача Стокса, уравнения теории упругости).
2. Линейная замена в обобщённых функциях.
3. Дифференцирование обобщённых функций. Первообразная обобщённой функции.
4. Регуляризация обобщённых функций.
5. Прямое произведение и свёртка обобщённых функций медленного роста.
6. Преобразование Фурье обобщённых функций медленного роста.
7. Задача Коши для уравнения теплопроводности и волнового уравнения.
8. Элементы общей теории линейных дифференциальных уравнений (L2-теория). Теорема существования решения произвольного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Корректные задачи.
9. Теоремы о существовании и единственности решений основных краевых задач. Свойства разрешающих операторов.
10. Свойства разрешающего оператора вспомогательной задачи. Гладкость обобщённых собственных функций.

#### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

## 5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

### 5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции ОПК-2:

Рассмотрите задачу

$$\begin{aligned} -\frac{d}{dx}\left(p(x)\frac{du(x)}{dx}\right) + q(x)u(x) &= f(x), \\ \left(\alpha_0 u(x) + \beta_0 \frac{du(x)}{dx}\right)\bigg|_{x=0} &= \gamma_0 \\ \left(\alpha_l u(x) + \beta_l \frac{du(x)}{dx}\right)\bigg|_{x=l} &= \gamma_l \end{aligned}$$

Выведите обобщенную формулировку задачи.

В рамках МКЭ получите дискретные соотношения для узловых переменных, используя метод Рунге. Разработайте и реализуйте алгоритм численного решения.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Практическое задание)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя.
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя.

### 5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-2:

1. Найдите экстремаль функционала

$$J(y) = \int_0^1 (y^2 + 2y'^2 + y''^2)dx, \quad y(0) = 0, y(1) = 0, y'(0) = 1, y'(1) = -\operatorname{sh} 1.$$

Решите интегральное уравнение

$$\varphi(x) = \lambda \int_{-1}^1 (xy + x^2 y^2) \varphi(y) dy + x^2 + x^4.$$

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задача решена верно, допустимы не грубые ошибки
не зачтено	Задача не решена или решена с грубыми ошибками

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

	ответа		и недочетами	недочетами		недочетов	
--	--------	--	-----------------	------------	--	-----------	--

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

**5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:**

**5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-2**

1. Найдите уравнение экстремалей для функционала

$$J(u) = \iint_{\Omega} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 - \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy.$$

1. Найдите характеристические числа и соответствующие собственные функции интегрального уравнения

$$\varphi(x) = \lambda \int_0^{2\pi} \left( \sin(x+y) + \frac{1}{2} \right) \varphi(y) dy.$$

**Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)**

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Обоснованно получен верный ответ без ошибок и погрешностей, даны верные ответы на дополнительные вопросы по задаче.
отлично	Обоснованно получен верный ответ без ошибок и погрешностей
очень хорошо	Обоснованно получен верный ответ с незначительными погрешностями
хорошо	Получен верный ответ с рядом значительных погрешностей
удовлетворительно	Допущены негрубые ошибки при решении задачи
неудовлетворительно	Задача решена с грубыми ошибками
плохо	Задача не решена

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-2

1. Постановка основных задач для волнового уравнения.
2. Постановка основных задач для уравнения теплопроводности.
3. Постановка основных задач для уравнения Пуассона.
4. Система уравнений Максвелла и её приближения.
5. Постановка задач для стационарной системы уравнений Максвелла.
6. Дифференциальные уравнения механики сплошных сред.
7. Стационарные задачи теории упругости.
8. Обобщенные решения краевых задач.
9. Обобщенные постановки краевых задач для эллиптических уравнений дивергентного вида.
10. Простейшие задачи вариационного исчисления.
11. Обобщенные постановки и вариационные принципы.
12. Метод Ритца решения краевых задач.
13. Объёмный потенциал и его свойства.
14. Потенциал простого слоя и его свойства.

15. Потенциал двойного слоя и его свойства.
16. Применение поверхностных потенциалов к решению краевых задач.
17. Интегральные уравнения с малым ядром. Метод последовательных приближений.
18. Интегральные уравнения с вырожденным ядром.
19. Альтернатива Фредгольма.
20. Преобразование Фурье.
22. Преобразование Лапласа.

### **Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)**

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Знание основного и дополнительного материала без ошибок
отлично	Знание основного материала без ошибок и погрешностей
очень хорошо	Знание основного материала с незначительными погрешностями
хорошо	Знание основного материалом с рядом заметных погрешностей
удовлетворительно	Знание основного материала с рядом негрубых ошибок
неудовлетворительно	Наличие грубых ошибок в основном материале
плохо	Отсутствие знаний материала

### **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

Основная литература:

1. Мизохата Сигэру. Теория уравнений с частными производными / пер. с яп. Ю. В. Егорова ; под ред. О. А. Олейник. - М. : Мир, 1977. - 504 с. - 2.30., 3 экз.
2. Берс Липман. Уравнения с частными производными / пер. с англ. Ю. В. Егорова ; под ред. О. А. Олейник. - М. : Мир, 1966. - 351 с. : черт. - 1.51., 15 экз.
3. Калинин А. В. Введение в современные методы математической физики : учебное пособие / Калинин А. В., Тюхтина А. А. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2014. - 120 с. - Рекомендовано учёным советом механико-математического факультета для студентов ННГУ, обучающихся в академической магистратуре по направлениям подготовки 01.04.01 «Математика», 02.04.01 «Математика и компьютерные науки», 01.04.02 «Прикладная математика и информатика», 01.04.03 «Механика и математическое моделирование». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Физика.,

<https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=729777&idb=0>.

4. Жидков А. А. Математические основы современной теории краевых задач для уравнений с частными производными : электронное учебно-методическое пособие / Жидков А. А., Калинин А. В., Тюхтина А. А. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2012. - 82 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=730395&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Дерендяев Николай Васильевич. Проекционный метод Фурье : учебно-методическое пособие / Н. В. Дерендяев, А. В. Калинин ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2012. - 75 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=851280&idb=0>.
2. Михлин Соломон Григорьевич. Линейные уравнения в частных производных : учеб. пособие для мех.-мат. и физ. специальностей вузов. - М. : Высшая школа, 1977. - 431 с. - (Физико-математическая библиотека инженера). - 0.99., 32 экз.
3. Ладыженская Ольга Александровна. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа. - 2-е изд., перераб. - М. : Наука, 1973. - 576 с. - На корешке загл.: Уравнения эллиптического типа. - 2.50., 2 экз.
4. Михайлов Валентин Петрович. Дифференциальные уравнения в частных производных : учеб. пособие для мех.-мат. и физ. специальностей вузов. - М. : Наука, 1976. - 391 с. - 1.07., 2 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Фонд образовательных электрон. ресурсов ННГУ <http://www.unn.ru/books/resources>
2. Библиотека Eqworld (<http://eqworld.ipmnet.ru/>)

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.04.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.