

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Павловский филиал ННГУ

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Линейная алгебра

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

09.03.03 - Прикладная информатика

Направленность образовательной программы

Прикладная информатика в экономике и управлении

Форма обучения

очная, очно-заочная

г. Павлово

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.04 Линейная алгебра относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p>УК-1.1: Демонстрирует знание принципов сбора, отбора и обобщения информации, базирующихся на системном подходе</p> <p>УК-1.2: Демонстрирует умение соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности</p> <p>УК-1.3: Демонстрирует наличие практического опыта работы с информационными источниками, опыта научного поиска и представления научных результатов</p>	<p>УК-1.1: Знать основные положения матричной алгебры, теории определителей, линейного пространства и его свойств, линейных преобразований, теории и практики решения систем линейных алгебраических уравнений и различных приложений линейной алгебры в экономике</p> <p>Уметь применять методы линейной алгебры и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач;</p> <p>Владеть навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов.</p> <p>УК-1.2: Знать принципы решения стандартных задач профессиональной деятельности с учетом основных требований</p>	Контрольная работа Тест	Экзамен: Контрольные вопросы

		<p>матричной алгебры, теории определителей, линейного пространства и его свойств, линейных преобразований, теории и практики решения систем линейных алгебраических уравнений и различных приложений линейной алгебры в экономике</p> <p>Уметь разработать требования применять методы линейной алгебры и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения стандартных задач профессиональной деятельности</p> <p>Владеть навыками подбора и использования программно-технических средств для решения стандартных задач с учетом основных требований методов линейной алгебры.</p> <p>УК-1.3:</p> <p>Знать принципы подготовки обзоров, аннотаций, составления рефератов, научных докладов, публикаций, и библиографии по научно-исследовательской работе с учетом требований линейной алгебры</p> <p>Уметь использовать основы линейной алгебры при подготовке обзоров, аннотаций, составления рефератов, научных докладов, публикаций, и библиографии по научно-исследовательской работе</p> <p>Владеть навыками использования методов и средств обеспечения линейной алгебры при подготовке обзоров, аннотаций, составления рефератов, научных докладов, публикаций, и библиографии по научно-исследовательской работе.</p>		
--	--	---	--	--

<p>ПК-9: Способен моделировать прикладные (бизнес) процессы и объекты предметной области</p>	<p>ПК-9.1: Демонстрирует знание методических основ моделирования процессов и объектов предметной области</p> <p>ПК-9.2: Демонстрирует умение применения знаний к моделированию прикладных процессов и объектов предметной области при разработке программного обеспечения ИС</p> <p>ПК-9.3: Имеет практический опыт моделирования процессов и объектов на примере конкретной предметной области</p>	<p>ПК-9.1: Знать описание прикладных процессов и информационного обеспечения решения прикладных задач, использующих основы матричной алгебры, теории определителей, теории и практики решения систем линейных алгебраических уравнений.</p> <p>Уметь использовать в практической деятельности существующие методы линейной алгебры в сфере информационных систем и информационных технологий</p> <p>Владеть навыками соблюдения норм и правил, существующих в виртуальной среде.</p> <p>ПК-9.2: Знать стандарты оформления технической документации с учетом основ линейной алгебры</p> <p>Уметь использовать стандарты оформления технической документации на различных стадиях жизненного цикла информационной системы с учетом основ линейной алгебры</p> <p>Владеть навыками использования инструментов линейной алгебры при разработке технической документации.</p> <p>ПК-9.3: Знать основные инструменты линейной алгебры при составлении технической документации</p> <p>Уметь применять методы и средства линейной алгебры на различных этапах жизненного цикла ИС</p> <p>Владеть методами и средствами обеспечения основ линейной алгебры на</p>	<p>Контрольная работа Тест</p>	<p>Экзамен: Контрольные вопросы</p>
--	---	--	------------------------------------	---

		различных этапах жизненного цикла информационной системы.		
--	--	---	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная	очно-заочная
Общая трудоемкость, з.е.	4	4
Часов по учебному плану	144	144
в том числе		
аудиторные занятия (контактная работа):		
- занятия лекционного типа	32	12
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32	12
- КСР	2	2
самостоятельная работа	42	82
Промежуточная аттестация	36 Экзамен	36 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)		в том числе							
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них						Самостоятельная работа обучающегося, часы	
			Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы		Всего			
ОФ	ОЗФ	ОФ	ОЗФ	ОФ	ОЗФ	ОФ	ОЗФ	ОФ	ОЗФ	
Тема 1. Матрицы и определители	21	21	6	2	6	2	12	4	9	17
Тема 2. Системы линейных уравнений	27	27	10	4	10	4	20	8	7	19
Тема 3. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии	24	24	8	3	8	3	16	6	8	18
Тема 4. Линейные преобразования и квадратичные формы	20	20	6	2	6	2	12	4	8	16
Тема 5. Комплексные числа	14	14	2	1	2	1	4	2	10	12
Аттестация	36	36								
КСР	2	2					2	2		
Итого	144	144	32	12	32	12	66	26	42	82

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Матрицы и определители.

1. Понятие матрицы. Основные определения. Действия над матрицами и их свойства. Применение матриц при решении экономических задач.
2. Определители квадратных матриц. Свойства определителей.
3. Обратная матрица. Линейная зависимость строк матрицы. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Ранг матрицы.

Тема 2. Системы линейных уравнений.

1. Критерий совместности неоднородной системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Квадратные неоднородные системы линейных уравнений. Метод обратной матрицы и формулы Крамера.
2. Нахождение решений произвольной системы линейных уравнений. Метод Гаусса.
3. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Структура общего решения. Структура общего решения неоднородной системы линейных уравнений.

Тема 3. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии.

1. Понятие вектора. Линейные операции над векторами: сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число. Коллинеарные и компланарные векторы.
2. Прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Координаты вектора и точки. Координаты суммы векторов и произведения вектора на число. Условие коллинеарности двух векторов.
3. Длина вектора. Расстояние между двумя точками. Скалярное произведение векторов. Основные свойства. Выражение скалярного произведения через прямоугольные координаты.
4. Векторное и смешанное произведения векторов. Их выражения через прямоугольные координаты.
5. Уравнения прямой на плоскости. Нормальный вектор прямой. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Точка пересечения двух прямых.
6. Плоскости в пространстве. Уравнения плоскости в пространстве. Нормальный вектор плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
7. Угол между прямой и плоскостью в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости в пространстве.
8. Линии второго порядка на плоскости: эллипс, гипербола, парабола. Эксцентриситет, директрисы и фокусы кривых второго порядка на плоскости.

Тема 4. Линейные преобразования и квадратичные формы.

1. Понятие линейного пространства. Линейная зависимость элементов линейного пространства. Базис линейного пространства. Размерность линейного пространства. Изоморфизм.
2. Понятие линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.

Тема 5. Комплексные числа.

1. Понятие комплексного числа. Операции над комплексными числами.
2. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Операции над комплексными числами в тригонометрической записи.

Практические занятия /лабораторные работы организуются, в том числе, в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

На проведение практических занятий / лабораторных работ в форме практической подготовки отводится: очная форма обучения - 32 ч., очно-заочная форма обучения - 12 ч.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

- электронный курс "Линейная алгебра (ПИ, Голубева Е.А.)"

(<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=7843>).

Иные учебно-методические материалы: Цель самостоятельной работы - формирование навыков непрерывного самообразования и профессионального совершенствования.

Самостоятельная работа способствует формированию аналитического и творческого мышления, совершенствует способы организации исследовательской деятельности, воспитывает целеустремленность, системность и последовательность в работе студентов, развивает у них навык завершать начатую работу.

Основные виды самостоятельной работы студентов:

- работа с основной и дополнительной литературой;
- изучение категориального аппарата дисциплины;
- самостоятельное изучение тем дисциплины;
- подготовка к экзамену;
- работа в библиотеке;
- изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет.

Работа с основной и дополнительной литературой

Изучение рекомендованной литературы следует начинать с учебников и учебных пособий, затем переходить к научным монографиям и материалам периодических изданий. Работа с литературой предусматривает конспектирование наиболее актуальных и познавательных материалов. Это не только мобилизует внимание, но и способствует более глубокому осмыслению материала, его лучшему запоминанию, а также позволяет студентам проводить систематизацию и сравнительный анализ изучаемой информации. Таким образом, конспектирование – одна из основных форм самостоятельного труда, которая требует от студента активно работать с учебной литературой и не ограничиваться конспектом лекций. Студент должен уметь самостоятельно подбирать необходимую литературу для учебной и научной работы, уметь обращаться с предметными каталогами и библиографическим справочником библиотеки.

Изучение категориального аппарата дисциплины

Изучение и осмысление экономических категорий требует проработки лекционного материала, выполнения практических заданий, изучение словарей, энциклопедий, справочников.

Индивидуальная самостоятельная работа студента направлена на овладение и грамотное применение экономической терминологии в области компьютерного моделирования.

Самостоятельное изучение тем дисциплины

Особое место отводится самостоятельной проработке студентами отдельных разделов и тем изучаемой дисциплины. Такой подход вырабатывает у студентов инициативу, стремление к увеличению объема знаний, умений и навыков, всестороннего овладения способами и приемами профессиональной деятельности.

Изучение вопросов определенной темы направлено на более глубокое усвоение основных категорий экономической теории, понимание экономических процессов, происходящих в обществе, совершенствование навыка анализа теоретического и эмпирического материала.

Подготовка к экзамену

Промежуточная аттестация студентов по дисциплине проходит в виде экзамена и предусматривает оценку. Условием успешного прохождения промежуточной аттестации является систематическая работа студента в течение семестра. В этом случае подготовка к экзамену является систематизацией всех полученных знаний по данной дисциплине. Рекомендуется внимательно изучить перечень вопросов к экзамену, а также использовать в процессе обучения программу, учебно-методический комплекс, другие методические материалы.

Желательно спланировать троекратный просмотр материала перед экзаменом. Во-первых, внимательное чтение с осмыслением, подчеркиванием и составлением краткого плана ответа. Во-вторых, повторная проработка наиболее сложных вопросов. В-третьих, быстрый просмотр материала или планов ответов для его систематизации в памяти.

Самостоятельная работа в библиотеке

Важным аспектом самостоятельной подготовки студентов является работа с библиотечным фондом.

Эта работа предполагает различные варианты повышения профессионального уровня студентов:

- а) получение книг для подробного изучения в течение семестра на научном абонементе;
- б) изучение книг, журналов, газет - в читальном зале;
- в) возможность поиска необходимого материала посредством электронного каталога;
- г) получение необходимых сведений об источниках информации у сотрудников библиотеки.

Изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет

Ресурсы Интернет являются одним из альтернативных источников быстрого поиска требуемой информации. Их использование возможно для получения основных и дополнительных сведений по изучаемым материалам. Необходимо помнить об оформлении ссылок на Интернет-источники.

Для повышения эффективности самостоятельной работы студентов преподавателю целесообразно использовать следующие виды деятельности:

- консультации,
- выдача заданий на самостоятельную работу,
- информационное обеспечение обучения,
- контроль качества самостоятельной работы студентов.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции УК-1:

Тема 1.
Вариант 1

1. Вычислите определитель с использованием правила Лапласа:

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}.$$

2. Найдите обратную матрицу для следующих матриц. Проверьте результат.

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Вариант 2

1. Вычислите определитель с использованием правила Лапласа:

$$\begin{vmatrix} -2 & 0 & -3 & 1 \\ -1 & -3 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}.$$

2. Найдите обратную матрицу для следующих матриц. Проверьте результат.

$$D = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & -3 \\ -2 & -4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Тема 2.

Вариант 1

1. Решите систему уравнений двумя способами: методом обратной матрицы и методом Крамера:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 9, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 3. \end{cases}$$

2. Решите систему уравнений методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 5x_1 + 12x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 10, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 2, \\ 11x_1 + 11x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 8. \end{cases}$$

Вариант 2

1. Решите систему уравнений двумя способами: методом обратной матрицы и методом Крамера:

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 5x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$$

2. Решите систему уравнений методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 7x_1 + 5x_2 - 7x_3 - x_4 = 8, \\ x_1 + 8x_2 - 18x_3 - 5x_4 = -6. \end{cases}$$

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-9:

Тема 3.

Контрольная работа 1.

Вариант 1

1. Докажите тождество $(\vec{a} \times \vec{b})^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = \vec{a}^2 \cdot \vec{b}^2$.
2. Вектор \vec{c} перпендикулярен векторам \vec{a} и \vec{b} , а угол между \vec{a} и \vec{b} равен 30° . Зная, что $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = |\vec{c}| = 3$, вычислите $(\vec{a}\vec{b}\vec{c})$.

3. Найдите объем треугольной пирамиды с вершинами $A(0;0;1)$, $B(2;3;5)$, $C(6;2;3)$ и $D(3;7;2)$.

Вариант 2

1. Докажите, что $(\vec{a} \times \vec{b})^2 \leq \vec{a}^2 \cdot \vec{b}^2$. В каком случае будет иметь знак равенства?
2. Векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} , образующие правую тройку, взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 3$, вычислите $(\vec{a}\vec{b}\vec{c})$.
3. Постройте пирамиду с вершинами $O(0;0;0)$, $A(5;2;0)$, $B(2;5;0)$, $C(1;2;4)$ и вычислите её объем, площадь грани ABC и высоту пирамиды, опущенную на эту грань.

Контрольная работа 2.

Вариант 1

1. Треугольник ABC задан своими вершинами $A(3;4)$, $B(2;-1)$, $C(1;-7)$. Составьте уравнения:
 - а) трёх его сторон,
 - б) трёх его медиан,
 - в) прямых, проходящих через вершины треугольника параллельно противоположным сторонам,
 - г) серединного перпендикуляра к стороне AB ,
 - д) трёх его высот.
2. Постройте кривые второго порядка и отметьте их элементы:
 - а. $x^2 + y^2 + 10x - 4y + 13 = 0$;
 - б. $y^2 - 8y = 4x$;
 - с. $16x^2 - 9y^2 - 64x + 54y - 161 = 0$;
 - д. $x^2 + 2y^2 - 4x + 4y + 2 = 0$.

Вариант 2

1. Треугольник ABC задан своими вершинами $A(-4;-5)$, $B(3;3)$, $C(5;-2)$. Составьте уравнения:
 - а) трёх его сторон,
 - б) трёх его медиан,
 - в) прямых, проходящих через вершины треугольника параллельно противоположным сторонам,
 - г) серединного перпендикуляра к стороне AB ,
 - д) трёх его высот.
2. Постройте кривые второго порядка и отметьте их элементы:
 - а. $x^2 + 4y^2 - 6x + 8y = 3$;
 - б. $x^2 + 4x + 2y + 4 = 0$;
 - с. $x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0$;
 - д. $9x^2 - 16y^2 + 90x + 32y - 367 = 0$.

Контрольная работа 3.

Вариант 1

1. Найдите расстояние от точки $M(2;-1;3)$ до прямой $l: \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{5}$.
2. Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-1;3;5)$ и прямую $l: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$.

3. Постройте плоскость $\pi: x + y - z = 0$ и прямую, проходящую через точки $M_1(0;0;4)$ и $M_2(2;2;0)$. Найдите точку пересечения прямой с плоскостью и угол между ними.

Вариант 2

1. Вычислите угол между прямой $l: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{0}$ и прямой, проходящей через начало координат и точку $M(1;1;-1)$.
2. Докажите перпендикулярность прямых $l_1: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{3}$ и $l_2: \begin{cases} 3x + y - 5z + 1 = 0, \\ 2x + 3y - 8z + 3 = 0. \end{cases}$
3. Напишите уравнение плоскости, проходящей через параллельные прямые $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ и $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$.

Тема 4.

Вариант 1

1. Найдите собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Найдите линейное преобразование неизвестных, приводящее квадратичную форму, заданную своей матрицей, к каноническому виду. Выясните, является ли квадратичная форма знакоопределённой.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вариант 2

1. Найдите собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Найдите линейное преобразование неизвестных, приводящее квадратичную форму, заданную своей матрицей, к каноническому виду. Выясните, является ли квадратичная форма знакоопределённой.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Тема 5.

Вариант 1

1. Представьте в тригонометрической форме комплексные числа: $1 + i\sqrt{3}$; 5.
2. Найдите все значения корня $\sqrt[4]{-1}$.
3. Вычислите $(\sqrt{1-i})^6$

Вариант 2

1. Представьте в тригонометрической форме комплексные числа: $1 - i\sqrt{3}$; -2.
2. Найдите все значения корня $\sqrt[4]{1}$.
3. Вычислите $(\cos 9^\circ + i \sin 9^\circ)^{10}$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	выставляется студенту, если он решил безошибочно все задачи,

Оценка	Критерии оценивания
	продемонстрировав безупречное владение методами решения
отлично	выставляется студенту, если он решил все задачи, но допустил 1-2 незначительные ошибки в решении, которые не относятся к контролируемой теме
очень хорошо	выставляется студенту, если он достаточно хорошо применяет теоретический материал при решении задач, но допускает 1-2 заметные ошибки в решении, которые может самостоятельно исправить
хорошо	выставляется студенту, если он достаточно хорошо применяет теоретический материал при решении задач, но допускает 1-2 заметные ошибки в решении, которые самостоятельно исправить не может
удовлетворительно	выставляется студенту, если он безошибочно решил 50% заданий, с остальными заданиями, либо справился частично, либо не справился совсем
неудовлетворительно	выставляется студенту, если он не умеет решать типовые задачи, в его работе менее 50% правильно решённых заданий
плохо	выставляется студенту, если он не приступал к решению задач на контрольной работе

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции УК-1:

№1. Найдите матрицу X , если известно, что:

$$X * \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 & 34 \\ 33 & 77 \end{pmatrix}$$

Варианты ответов:

1) $X = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$

2) $X = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$

3) $X = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

4) $X = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

№2. Найдите матрицу X , если известно, что:

$$\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 5 & 12 \end{pmatrix} + X = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 1 & 20 \end{pmatrix}$$

Варианты ответов:

1) $X = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 11 \end{pmatrix}$

2) $X = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$

3) $X = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$

4) $X = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$

№3. Найдите транспонированную матрицу по отношению к матрице

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 & 6 \\ 8 & 6 & 5 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

Варианты ответов:

1) $\begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 \\ 8 & 6 & 5 \\ 0 & -3 & 6 \end{pmatrix}$

$$2) \begin{pmatrix} 8 & 6 & 5 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & -3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} 4 & 8 & 0 \\ -3 & 6 & 3 \\ 6 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} 6 & -3 & 4 \\ 5 & 6 & 8 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

№4. Матрицу $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ возвели в степень n , и получилась матрица $\begin{pmatrix} 35 & 126 \\ 42 & 161 \end{pmatrix}$. Чему равно n ?

Варианты ответов:

- 1) 4
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 5

№5. Сопоставьте матрицу и её вид:

$$1) \begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 0 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 4 & 6 & 0 \\ 7 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- А) Диагональная
- Б) Единичная
- В) Ступенчатая
- Г) Треугольная

5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ПК-9:

№6. Произведение матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 8 & 6 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ на транспонированную по отношению к ней матрицу равно:

Варианты ответов:

$$1) \begin{pmatrix} 101 & 43 \\ 43 & 29 \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} 130 & 43 \\ 43 & 72 \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} 43 & 101 \\ 43 & 29 \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} 43 & 29 \\ 101 & 43 \end{pmatrix}$$

№7. Найдите x , если известно, что определитель матрицы $\begin{pmatrix} 5 & -3 & 0 \\ x-3 & 2 & 4 \\ 7 & x-5 & 6 \end{pmatrix}$ равен 14.

Варианты ответов:

- 1) 3
- 2) 4
- 3) 7
- 4) 1

№8. Найдите решение системы линейных уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 8, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

Варианты ответов:

- 1) (3;1;2)
- 2) (-2;1;0)
- 3) (-3;-1;-2)
- 4) (2;-1;0)

№9. Решите систему линейных уравнений
$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 8x_3 + 9x_4 = 9, \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 5x_4 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 4. \end{cases}$$

Варианты ответов:

- 1) $(2 + c_1 + 2c_2, 1 - 2c_1 + c_2, c_1, -c_2)$
- 2) $(2 + c_1 - 2c_2, 1 - 2c_1 - c_2, c_1, c_2)$
- 3) $(c_1 - 2c_2, 1, c_1, c_2)$
- 4) $(2; -1; 0)$

№10. Найдите собственные значения матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Варианты ответов:

- 1) -1; -2
- 2) -1; 2
- 3) 1; 2
- 4) 1; -2

Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	100% правильных ответов
отлично	90-99% правильных ответов
очень хорошо	81-89% правильных ответов
хорошо	66-80% правильных ответов
удовлетворительно	51-65% правильных ответов
неудовлетворительно	31-50% правильных ответов
плохо	30% и меньше правильных ответов

Оценка	Критерии оценивания

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки и. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

Тема 1. Матрицы и определители

1. Определение матрицы. Равенство матриц. Сумма матриц. Произведение матрицы на число. Умножение двух матриц.

2. Свойства матричных операций.

3. Перестановки из n элементов и транспозиции.

4. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителей. Теорема об умножении определителей.

5. Обратная матрица. Теорема об обратной матрице.

6. Линейная комбинация строк (столбцов) матрицы. Линейная зависимость и независимость строк (столбцов) матрицы.

7. Элементарные преобразования матрицы. Свойства матриц, полученных с помощью элементарных преобразований. Нахождение обратной матрицы при помощи элементарных преобразований.

8. Ранг матрицы и его свойства. Вычисление ранга матрицы.

9. Теорема о базисном миноре.

10. Критерий линейной зависимости строк (столбцов) квадратной матрицы. Определение линейной зависимости строк (столбцов) матрицы с помощью элементарных преобразований.

Тема 2. Системы линейных уравнений

11. Системы линейных уравнений. Основные понятия. Геометрический смысл линейных уравнений. Матричная запись системы линейных уравнений. Линейные матричные уравнения. Решение системы.

12. Теорема Кронекера-Капелли.

13. Решение невырожденных линейных систем квадратной матрицей. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера.

14. Решение произвольных линейных систем. Метод Гаусса.

15. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальная система решений и ее нахождение.

16. Общее решение неоднородной системы.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-9

Тема 3. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии

Векторная алгебра. Основные понятия.

Линейные операции над векторами: сумма и разность векторов, умножение вектора на число. Свойства линейных операций.

Проекция вектора на ось, свойства проекций.

Ортогональный (декартовый) базис. Базис на плоскости и в пространстве. Координаты точки.

Координаты вектора. Система координат на плоскости и в пространстве. Формула расстояния между двумя точками в координатах.

Условие коллинеарности векторов. Формула деления отрезка в заданном отношении.

Определение скалярного произведения. Свойства скалярного произведения и их применение.

Выражение скалярного произведения через декартовы координаты векторов. Направляющие косинусы

вектора.

Векторное произведение двух векторов и его свойства.

Выражение векторного произведения в декартовых координатах. Определение площади параллелограмма и площади треугольника с помощью векторного произведения.

Векторно-скалярное (смешанное) произведение трех векторов и его свойства. Выражение смешанного произведения в декартовых координатах. Определение объема параллелепипеда и тетраэдра. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Свойства линейной независимости векторов.

Ранг и базис системы векторов.

Плоскость. Взаимное расположение двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.

Различные виды уравнений плоскости.

Прямая в пространстве. Различные виды уравнений прямой в пространстве.

Взаимное расположение двух прямых в пространстве.

Взаимное расположение прямой и плоскости.

Прямая на плоскости. Различные виды уравнений прямой на плоскости.

Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой на плоскости.

Изображение на плоскости множества решений системы линейных неравенств.

Кривые второго порядка и их канонические уравнения. Эксцентриситет эллипса и гиперболы. Свойства эллипса, гиперболы и параболы.

Общее уравнение кривой второго порядка. Теорема о классификации кривых второго порядка.

Поверхности второго порядка. Теорема о классификации квадрик.

Преобразование декартовых прямоугольных систем координат.

Тема 4. Линейные преобразования и квадратичные формы

Определение линейного пространства и его простейшие свойства.

Линейная зависимость и независимость систем векторов.

Размерность и базис пространства.

Подпространства и их свойства.

Преобразование координат при переходе к новому базису.

Евклидовы пространства. Скалярное произведение векторов и его свойства. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Косинус угла между векторами. Ортогональность векторов. Неравенство треугольника и теорема Пифагора.

Ортонормированные системы векторов и их свойства. Метод ортогонализации линейно независимой системы векторов.

Определение линейного преобразования. Примеры и простейшие свойства линейных преобразований.

Матрица линейного преобразования. Действия над линейными преобразованиями. Изменение матрицы линейного преобразования при переходе к новому базису. Подобие матриц.

Собственные числа и собственные векторы матрицы. Характеристическое уравнение. Свойства собственных чисел.

Свойства собственных векторов.

Определение квадратичной формы. Матричная запись квадратичной формы. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Теорема о приведении квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования.

Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра.

Тема 5. Комплексные числа

Понятие комплексного числа

1. Операции над комплексными числами

1. Тригонометрическая форма записи комплексного числа

1. Операции над комплексными числами в тригонометрической записи

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Вся компетенция (части компетенции), на формирование которой направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
отлично	Вся компетенция (части компетенции), на формирование которой направлена

Оценка	Критерии оценивания
	дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Вся компетенция (части компетенции), на формирование которой направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Вся компетенция (части компетенции), на формирование которой направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Вся компетенция (части компетенции), на формирование которой направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна часть компетенции сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна часть компетенции сформирована на уровне «плохо»

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Гриншпон И. Э. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия. Сборник заданий для практических занятий : учебное пособие для вузов / Гриншпон И. Э. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 124 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-46704-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=866707&idb=0>.
2. Звонилов Виктор Иванович. Линейная алгебра. Вопросы : учебно-методическое пособие / В. И. Звонилов ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2024. - 23 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=891982&idb=0>.
3. Ивановская В. Ю. Математика для экономистов. Линейная алгебра и аналитическая геометрия в примерах и задачах : учебное пособие / Ивановская В. Ю. - Вологда : ВГМХА им. Н.В. Верещагина, 2022. - 110 с. - Книга из коллекции ВГМХА им. Н.В. Верещагина - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=862036&idb=0>.
4. Линейная алгебра и аналитическая геометрия (1 семестр): Конспект лекций / Воловиков А. Ю., Дроздов И. Ю., Касаткин Г. В., Плаченков А. Б., Сазонов А. И., Свистова С. Ф. - Москва : РТУ МИРЭА, 2023. - 151 с. - Книга из коллекции РТУ МИРЭА - Математика. - ISBN 978-5-7339-1887-7., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=888446&idb=0>.
5. Литвиненкова З. Н. Линейная алгебра : учебное пособие / Литвиненкова З. Н., Осюк Е. А. - Санкт-Петербург : СПбГУ ГА им. А.А. Новикова, 2023. - 177 с. - Книга из коллекции СПбГУ ГА им. А.А. Новикова - Математика. - ISBN 978-5-907354-55-5., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?>

Action=FindDocs&ids=886743&idb=0.

Дополнительная литература:

1. Новодерова А. П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Семестр 2 : учебно-методическое пособие. Ч. 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Семестр 2. Часть 1 / Новодерова А. П. - Москва : РТУ МИРЭА, 2023. - 77 с. - Книга из коллекции РТУ МИРЭА - Математика. - ISBN 978-5-7339-1866-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=888466&idb=0>.
2. Орлова И. В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия для экономистов : учебник и практикум / И. В. Орлова, В. В. Угрозов, Е. С. Филонова. - Москва : Юрайт, 2023. - 370 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-9916-9556-5. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=846950&idb=0>.
3. Шилин И. А. Линейная алгебра. Задачник : учебное пособие / И. А. Шилин. - Москва : Юрайт, 2023. - 118 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-14382-9. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=848044&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Операционная система Microsoft Windows
2. Пакет прикладных программ Microsoft Office
3. Интернет браузеры (Mozilla Firefox, Google Chrome)

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 09.03.03 - Прикладная информатика.

Автор(ы): Голубева Екатерина Александровна, кандидат физико-математических наук.

Рецензент(ы): Васин Дмитрий Юрьевич, кандидат технических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 27.11.2023, протокол № 5.