

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Дзержинский филиал ННГУ

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Линейная алгебра

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
09.03.03 - Прикладная информатика

Направленность образовательной программы
ИТ-сервисы и технологии обработки данных в экономике и финансах

Форма обучения
очно-заочная

г. Дзержинск

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.04 Линейная алгебра относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции) | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции | | Наименование оценочного средства | |
|--|---|---|---|--|
| | Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора) | Результаты обучения по дисциплине | Для текущего контроля успеваемости | Для промежуточной аттестации |
| УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | <p>УК-1.1: Демонстрирует знание принципов сбора, отбора и обобщения информации, базирующихся на системном подходе</p> <p>УК-1.2: Демонстрирует умение соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.</p> <p>УК-1.3: Демонстрирует наличие практического опыта работы с информационными источниками, опыта научного поиска и представления научных результатов.</p> | <p>УК-1.1:</p> <p>Знать: основные положения матричной алгебры, теории определителей, линейного пространства и его свойств, линейных преобразований, теории и практики решения систем линейных алгебраических уравнений и различных приложений линейной алгебры в экономике</p> <p>Уметь: применять методы линейной алгебры и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач;</p> <p>Владеть: навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов.</p> <p>УК-1.2:</p> <p>Знать: принципы решения стандартных задач профессиональной деятельности с учетом основных требований</p> | <p>Тест</p> <p>Задания</p> <p>Контрольная работа</p> <p>Реферат</p> | <p>Экзамен:</p> <p>Контрольные вопросы</p> |

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | <p>матричной алгебры, теории определителей, линейного пространства и его свойств, линейных преобразований, теории и практики решения систем линейных алгебраических уравнений и различных приложений линейной алгебры в экономике</p> <p>Уметь: разработать требования применять методы линейной алгебры и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения стандартных задач профессиональной деятельности</p> <p>Владеть: навыками подбора и использования программно-технических средств для решения стандартных задач с учетом основных требований методов линейной алгебры</p> <p>УК-1.3:</p> <p>Знать: принципы подготовки обзоров, аннотаций, составления рефератов, научных докладов, публикаций, и библиографии по научно-исследовательской работе с учетом требований линейной алгебры</p> <p>Уметь: использовать основы линейной алгебры при подготовке обзоров, аннотаций, составления рефератов, научных докладов, публикаций, и библиографии по научно-исследовательской работе</p> <p>Владеть: навыками использования методов и средств обеспечения линейной алгебры при подготовке обзоров, аннотаций, составления рефератов, научных докладов, публикаций, и библиографии по научно-исследовательской работе</p> | | |
|--|--|--|--|--|

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

| | |
|--|-----------------------------|
| | очно-заочная |
| Общая трудоемкость, з.е. | 4 |
| Часов по учебному плану | 144 |
| в том числе | |
| аудиторные занятия (контактная работа): | |
| - занятия лекционного типа | 20 |
| - занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы) | 10 |
| - КСР | 2 |
| самостоятельная работа | 76 |
| Промежуточная аттестация | 36 Экзамен |

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

| Наименование разделов и тем дисциплины | Всего (часы) | в том числе | | | |
|--|------------------|--|--|------------------|---|
| | | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них | | | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
| | | Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы | Всего | |
| | 0 3 Ф 0 | 0 3 Ф 0 | 0 3 Ф 0 | 0 3 Ф 0 | 0 3 Ф 0 |
| Тема 1. Матрицы и определители | 21 | 4 | 2 | 6 | 15 |
| Тема 2. Системы линейных уравнений | 21 | 4 | 2 | 6 | 15 |
| Тема 3. Векторная алгебра | 21 | 4 | 2 | 6 | 15 |
| Тема 4. Линейные отображения | 21 | 4 | 2 | 6 | 15 |
| Тема 5. Комплексные числа | 22 | 4 | 2 | 6 | 16 |
| Аттестация | 36 | | | | |
| КСР | 2 | | | 2 | |
| Итого | 144 | 20 | 10 | 32 | 76 |

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Матрицы и определители

Определение матрицы. Равенство матриц. Сумма матриц. Произведение матрицы на число. Умножение двух матриц. Свойства матричных операций. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителей. Вычисление величины определителя. Обратная матрица. Теорема о существовании

обратной матрицы. Свойства обратных матриц. Линейная комбинация строк (столбцов) матрицы. Линейная зависимость и независимость строк (столбцов) матрицы. Элементарные преобразования матрицы. Свойства матриц, полученных с помощью элементарных преобразований. Нахождение обратной матрицы при помощи элементарных преобразований. Ранг матрицы и его свойства. Вычисление ранга матрицы. Критерий линейной зависимости строк (столбцов) квадратной матрицы. Определение линейной зависимости строк (столбцов) матрицы с помощью элементарных преобразований. Использование матриц в решении экономических задач.

Тема 2. Системы линейных уравнений

Основные понятия. Экономические примеры систем линейных уравнений. Геометрический смысл линейных уравнений. Матричная запись системы линейных уравнений. Линейные матричные уравнения. Решение системы. Эквивалентные системы уравнений. Решение невырожденных линейных систем. Формулы Крамера. Теорема Кронекера-Капелли. Решение произвольных линейных систем. Метод Гаусса и метод Жордано-Гаусса. Базисные решения системы уравнений. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальная система решений и ее нахождение. Общее решение системы неоднородных линейных уравнений.

Тема 3. Векторная алгебра

Линейные операции над векторами: сумма и разность векторов, умножение вектора на число. Свойства линейных операций. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторы в трехмерном пространстве. Понятие линейного векторного пространства. Вектор в n -мерном пространстве. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Размерность и базис векторного пространства. Разложение вектора по базису. Дополнение до базиса. Матрица перехода к новому базису. Свойства матрицы перехода. Линейные подпространства. Сумма и пересечение линейных подпространств и их свойства. Линейная оболочка и ее свойство. Евклидовы пространства. Свойства длины вектора. Ортонормированная система векторов. Ортогональное дополнение и его свойства.

Тема 4. Линейные отображения

Отображения. Образ, ранг, ядро, дефект отображения. Отображение базиса. Линейные операторы и их свойства. Структура линейного оператора. Матрицы оператора в разных базисах. Определитель оператора в разных базисах. Собственные векторы и собственные значения. Независимость собственных векторов. Симметричный оператор. Ортогональность собственных векторов. Понятие квадратичной формы. Связь между квадратичной формой и оператором. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Свойства канонических форм. Критерий Сильвестра.

Тема 5. Комплексные числа

Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи. Модуль и аргумент. Экспонента от комплексного числа, формула Эйлера. Действия над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление, извлечение корней.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Линейная алгебра, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=6986>.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции УК-1:

1. При умножении двух матриц 4-го порядка получается матрица:

Выберите один ответ:

- a. 8×4
- b. 16×16
- c. 4×4
- d. 8×8

2. Решение матричного уравнения $A \cdot X \cdot C = B$, где A, X, C, B - матрицы соответствующих порядков, имеет вид:

Выберите один ответ:

- a. $X = ACB^{-1}$
- b. $X = (AB)^{-1}C$
- c. $X = A^{-1}BC^{-1}$
- d. $X = A^{-1}BC$

3. Укажите верные свойства обратной матрицы

Выберите один или несколько ответов:

- a. $\det(A^{-1}) = 1/\det(A)$
- b. $(A \cdot B)^{-1} = A^{-1} \cdot B^{-1}$
- c. $(A^{-1})^T = A^{-1}$
- d. $(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$
- e. $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$

f. $\det(A^{-1}) = \det(A)$.

4. Если матрицу A n -го порядка умножить на константу K , то её определитель умножается на:

Выберите один ответ:

a. $2K$

b. $K!$

c. K

d. K^n

5. Минор, порядок которого определяет ранг матрицы, называется...

Выберите один ответ:

a. базисным

b. ранговым

c. свободным

d. вырожденным

6. При транспонировании определитель:

Выберите один ответ:

a. меняет знак

b. увеличивается в два раза

c. нет верного варианта ответа

d. не меняется

7. Определитель равен нулю тогда, когда:

Выберите один или несколько ответов:

a. содержит две одинаковые строки (столбца)

b. содержит нулевую строку (столбец)

c. содержит две пропорциональные строки (столбца)

8. Квадратная матрица A вырождена тогда и только тогда, когда:

Выберите один ответ:

- a. $\det(A) = 0$
- b. существует обратная матрица A^{-1}
- c. $\text{tr } A = 0$
- d. сумма элементов матрицы равна нулю

9. При элементарных преобразованиях матрицы ранг матрицы:

Выберите один ответ:

- a. уменьшается на единицу
- b. нет верного варианта ответа
- c. не меняется
- d. меняет знак

10. Определитель матрицы порядка $n \times n$ представляет собой сумму:

Выберите один ответ:

- a. $n!$ слагаемых
- b. n^2 слагаемых
- c. $2n$ слагаемых
- d. n слагаемых

11. Матрица A^{-1} называется обратной матрице A , если выполняется условие...

Выберите один ответ:

- a. $A^{-1} = A^T$
- b. $A^{-1}E = EA^{-1} = A$
- c. $A^{-1}A = AA^{-1} = E$
- d. $A^{-1}A = AA^{-1} = A$

12. При сложении двух матриц порядка $n \times n$ получается матрица:

Выберите один ответ:

a. $2n \times 2n$

b. $n^2 \times n^2$

с. нет верного ответа

d. $n \times n$

13. Решение матричного уравнения $AX=B$, где A, X, B - матрицы соответствующих порядков, имеет вид:

Выберите один ответ:

a. $X=A^{-1}B$

b. $X=AB$

с. $X=AB^{-1}$

d. $X=(AB)^{-1}$

14. Минором M_{ij} матрицы A называется:

Выберите один ответ:

a. определитель матрицы, получаемый при вычеркивании в матрице A j -ой строки и i -го столбца

b. нет верного варианта ответа

с. определитель матрицы, получаемый при вычеркивании в матрице A i -ой строки и j -го столбца

d. элемент матрицы, стоящий на пересечении i -ой строки и j -ого столбца

15. Рангом матрицы называется:

Выберите один ответ:

a. число строк матрицы

b. определитель матрицы, отличный от нуля

с. наибольший из порядков её миноров, равных нулю

d. наибольший из порядков её миноров, отличных от нуля

16. Известно, что $A_{3 \times 4} \cdot B_{4 \times 5} = C_{m \times n}$. Чему равны m и n – размеры матрицы C ?

Выберите один ответ:

a. $m=3, n=4$

b. $m=5, n=3$

c. $m=3, n=5$

d. $m=4, n=4$

Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

| Оценка | Критерии оценивания |
|---------------------|---------------------------------|
| превосходно | 96-100% правильных ответов |
| отлично | 86-95% правильных ответов |
| очень хорошо | 81-85% правильных ответов |
| хорошо | 66-80% правильных ответов |
| удовлетворительно | 56-65% правильных ответов |
| неудовлетворительно | 46-55% правильных ответов |
| плохо | 45% и меньше правильных ответов |

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции УК-1:

Задание 1

Задача 1. Вычислить сумму и произведение двух матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задача 2. Вычислить $A + \lambda B$, если:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \lambda = -3.$$

Задача 3. Вычислить определитель третьего порядка

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 7 & 1 \end{vmatrix}.$$

Задача 4. Найти матрицу обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 7 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 5. Найти ранг матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 6. Привести матрицу к ступенчатому виду.

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -4 & 2 \\ 5 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Задание 2

Задача 1. Решить систему уравнений, используя правило Крамера:.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = -3 \\ -x - y + 2z = -6 \\ 2x + y + 2z = -1 \end{cases}.$$

Задача 2. Решить систему уравнений с помощью обратной матрицы:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = -3 \\ -x - y + 2z = -6 \\ 2x + y + 2z = -1 \end{cases}.$$

Задача 3. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 3x + 4y = -2 \\ 2x - y + 4z = -1 \\ -x - 2y + 2z = 2 \end{cases} \quad \text{Ответ: } x = -2, y = 1, z = 1.$$

Задание 3

Задача 1. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 2. Найти \bar{x} , если $\bar{x} = 3\bar{a}_1 - 2\bar{a}_2 + \bar{a}_3$ и $\bar{a}_1 = (1, 2, 1, 2)$, $\bar{a}_2 = (-1, -3, 4, 5)$, $\bar{a}_3 = (-5, 0, 2, 3)$.

Задача 3. Выясните, являются ли векторы линейно независимыми. Если векторы линейно зависимы, выразите один из векторов через остальные.

$$\bar{a}_1 = (1, -1, 0), \bar{a}_2 = (2, 0, -1).$$

Задание 4

1. Записать уравнения прямой, проходящей через точку $M(8; 9; 10)$ параллельно оси OZ .
2. Составить уравнение прямой, проходящей через две данные точки: $A(-3; 1)$ и $B(1; 2)$.

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3}.$$

3. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-3; 1)$, параллельно прямой:

Задание 5

1. Составить уравнение эллипса, фокусы которого расположены на оси Ox симметрично относительно начала координат, большая ось равна 16, а расстояние между директрисами 32.
2. Определить фокус и директрису параболы $y^2 = 12x$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

| Оценка | Критерии оценивания |
|-------------------|---|
| превосходно | Задание выполнено в полном объеме (все поставленные задачи решены), ответ логичен и обоснован, обучающийся отвечает четко и последовательно, показывает глубокое знание основного и дополнительного материала |
| отлично | Задание выполнено в полном объеме (все поставленные задачи решены), ответ логичен и обоснован, обучающийся отвечает четко и последовательно, показывает глубокое знание основного материала |
| очень хорошо | Задание выполнено в полном объеме (все поставленные задачи решены), ответ логичен и обоснован, обучающийся отвечает четко и последовательно, показывает глубокое знание материала, допущено не более 2 неточностей не принципиального характера |
| хорошо | Задание выполнено в полном объеме (все поставленные задачи решены), ответ логичен и обоснован, допущены неточности не принципиального характера, но обучающийся показывает систему знаний по теме своими ответами на поставленные вопросы |
| удовлетворительно | Задание выполнено не в полном объеме (решено более 50% поставленных задач), но обучающийся допускает ошибки, нарушена последовательность ответа, но в целом раскрывает содержание основного материала |

| Оценка | Критерии оценивания |
|---------------------|---|
| неудовлетворительно | Задание выполнено не в полном объеме (решено менее 50% поставленных задач), обучающийся дает неверную информацию при ответе на поставленные задачи, допускает грубые ошибки при толковании материала, демонстрирует незнание основных терминов и понятий. |
| плохо | Задание не выполнено, обучающийся демонстрирует полное незнание материала |

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции УК-1:

Контрольная работа 1 по теме «Матрицы и определители».

Вариант 1.

1. Произвести умножение матриц в указанном порядке.

$$а) \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 7 & 8 \\ 2 & 6 & -3 \end{pmatrix}; \quad б) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$$

2. Вычислить определители.

$$1. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \end{vmatrix} \quad 2. \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & -2 \\ 3 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

3. Найти обратную матрицу A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Определить ранг матрицы.

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & -5 & 1 & 7 \\ 8 & 7 & -2 & -1 & 15 \\ 2 & -1 & 8 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Контрольная работа 2 по теме «Системы линейных уравнений».

Вариант 1.

1. Решить систему уравнений методами Крамера, обратной матрицы и Гаусса. Сделать проверку полученного решения.

$$\begin{cases} 5x + 8y - z = -7, \\ x + 2y + 3z = 1, \\ 2x - 3y + 2z = 9 \end{cases}.$$

2. Решить систему.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3, \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = -3; \end{cases}$$

3. Найти какое-либо одно базисное решение системы линейных уравнений.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 2, \\ x_1 - 3x_3 + 6x_4 + x_5 = 4, \\ 4x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = -2; \end{cases}$$

4. Решить систему линейных однородных уравнений.

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 0, \\ 2x_1 + 9x_2 + 6x_3 = 0; \end{cases}$$

5. Найдите общее решение системы линейных уравнений.

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2; \end{cases}$$

Контрольная работа 3 по теме «Векторная алгебра».

Вариант 1.

1. Вычислите ранг и укажите возможный базис систем векторов.

$$\mathbf{a}_1 = (4, 1, 0, 5), \mathbf{a}_2 = (-1, 3, 4, -8), \mathbf{a}_3 = (3, 4, 4, -3), \mathbf{a}_4 = (6, 8, 8, -6).$$

2. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

$$\text{старый базис } \mathbf{e}_1 = (1, 2), \mathbf{e}_2 = (1, 1); \text{ новый базис } \mathbf{e}'_1 = (1, 0), \mathbf{e}'_2 = (0, 1);$$

3. Найдите систему линейных уравнений, задающую линейное подпространство, содержащее следующие векторы:

$$\mathbf{a}_1 = (1, 1, 2, -1), \mathbf{a}_2 = (1, -1, 0, 1);$$

4. Дополните векторы до ортогонального базиса.

$$\mathbf{a} = (1, 1, 1, 2), \mathbf{b} = (1, 2, 3, -3).$$

Контрольная работа 4 по теме «Линейные отображения».

Вариант 1.

1. Найдите собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & -2 \end{pmatrix};$$

2. Матрица P линейного оператора задана в старом базисе. Определите, какой вид имеет матрица оператора в новом базисе.

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -6 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}; \text{новый базис: } \mathbf{a}_1 = (1, 0, 1), \mathbf{a}_2 = (3, 1, 0), \mathbf{a}_3 = (2, 1, 2).$$

3. Приведите к каноническому виду квадратичную форму и определите ее ранг.

$$\hat{L}(\mathbf{x}) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3.$$

4. Исследуйте квадратичную форму на знакоопределенность.

$$\hat{L}(\mathbf{x}) = x_1^2 + 4x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2;$$

Контрольная работа 5 по теме «Комплексные числа».

Вариант 1.

Даны четыре комплексных числа a_1, a_2, b_1, b_2 .

$$a_1 = 3 - i, \quad a_2 = 2 + 3i, \quad b_1 = 2\sqrt{2}, \quad b_2 = 1 - i.$$

$$\text{Найти: } a_1 + a_2, a_1 - a_2, a_1 \cdot a_2, \frac{a_1}{a_2}, \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{12}, \sqrt[3]{\frac{b_1}{b_2}}.$$

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|--|
| зачтено | оценка «зачтено» выставляется студенту, который выполнил задание контрольной работы в объеме более 50%, его ответ логичен и обоснован, допущены неточности не принципиального характера, но обучающийся показывает систему знаний по теме своими ответами на поставленные вопросы. |
| не зачтено | оценка «не зачтено» выставляется студенту, который выполнил задание контрольной работы не в полном объеме (решено менее 50% поставленных задач), обучающийся дает неверную информацию при ответе на поставленные вопросы, допускает грубые ошибки при толковании материала. |

5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Реферат) для оценки сформированности компетенции УК-1:

Темы для рефератов

1. Использование матриц в решении экономических задач.
2. Экономические примеры систем линейных уравнений.
3. Экономическая интерпретация собственных чисел и собственных векторов.

4. Квадратичные формы.
5. Закон инерции квадратичных форм.
6. Определитель Грамма, его геометрический смысл и свойства. Определение положительно определенной квадратичной формы и положительно определенной матрицы.
7. Критерий Сильвестра положительно определенности симметрической матрицы.
8. Критерий Якоби. Треугольное разложение положительно определенной матрицы. Квадратный корень из положительно определенной симметрической матрицы.
9. Комплексные числа.

Критерии оценивания (оценочное средство - Реферат)

| Оценка | Критерии оценивания |
|--------------|---|
| превосходно | содержание и оформление работы соответствует требованиям Методических рекомендаций и теме работы; работа актуальна, выполнена самостоятельно, имеет творческий характер, отличается высоким уровнем новизны; дан обстоятельный анализ степени теоретического исследования проблемы, различных подходов к ее решению; проблема раскрыта глубоко и максимально всесторонне, материал изложен логично; теоретические положения органично сопряжены с практикой; даны представляющие интерес практические рекомендации, вытекающие из анализа проблемы; в работе широко используются материалы исследования, проведенного автором самостоятельно или в составе группы (в отдельных случаях допускается опора на вторичный анализ имеющихся данных); в работе проведен количественный анализ проблемы, который подкрепляет теорию и иллюстрирует реальную ситуацию, приведены таблицы сравнений, графики, диаграммы, формулы, показывающие умение автора формализовать результаты исследования; широко представлен список использованных источников по теме работы; приложения к работе иллюстрируют достижения автора и подкрепляют его выводы; по своему содержанию и форме работа соответствует всем предъявленным требованиям. |
| отлично | содержание и оформление работы соответствует требованиям Методических рекомендаций и теме работы; работа актуальна, выполнена самостоятельно, имеет творческий характер, отличается определенной новизной; дан обстоятельный анализ степени теоретического исследования проблемы, различных подходов к ее решению; проблема раскрыта глубоко и всесторонне, материал изложен логично; теоретические положения органично сопряжены с практикой; даны представляющие интерес практические рекомендации, вытекающие из анализа проблемы; в работе проведен количественный анализ проблемы, который подкрепляет теорию и иллюстрирует реальную ситуацию, приведены таблицы сравнений, графики, диаграммы, формулы, показывающие умение автора формализовать результаты исследования; широко представлен список использованных источников по теме работы; приложения к работе иллюстрируют достижения автора и подкрепляют его выводы; по своему содержанию и форме работа соответствует всем предъявленным требованиям. |
| очень хорошо | содержание и оформление работы соответствует требованиям Методических указаний; содержание работы в целом соответствует заявленной теме; работа актуальна, написана самостоятельно; проведен глубокий анализ степени теоретического исследования проблемы; в докладе и ответах на вопросы |

| Оценка | Критерии оценивания |
|---------------------|--|
| | основные положения работы раскрыты на хорошем или достаточном теоретическом и методологическом уровне; теоретические положения сопряжены с практикой; представлены количественные показатели, характеризующие проблемную ситуацию; практические рекомендации обоснованы; приложения грамотно составлены и прослеживается связь с положениями курсовой работы; составлен список использованных источников по теме работы. |
| хорошо | содержание и оформление работы соответствует требованиям Методических указаний; содержание работы в целом соответствует заявленной теме; работа актуальна, написана самостоятельно; дан анализ степени теоретического исследования проблемы; в докладе и ответах на вопросы основные положения работы раскрыты на достаточном теоретическом и методологическом уровне; теоретические положения сопряжены с практикой; представлены количественные показатели, характеризующие проблемную ситуацию; практические рекомендации обоснованы; приложения грамотно составлены и прослеживается связь с положениями курсовой работы; составлен список использованных источников по теме работы. |
| удовлетворительно | содержание и оформление работы соответствует требованиям данных Методических указаний; имеет место определенное несоответствие содержания работы заявленной теме; в докладе и ответах на вопросы исследуемая проблема в основном раскрыта, но не отличается новизной, теоретической глубиной и аргументированностью, имеются не точные или не полностью правильные ответы; нарушена логика изложения материала, задачи раскрыты не полностью; в работе не полностью использованы необходимые для раскрытия темы научная литература, нормативные документы, а также материалы исследований; теоретические положения слабо увязаны с управленческой практикой, практические рекомендации носят формальный бездоказательный характер. |
| неудовлетворительно | содержание и оформление работы не соответствует требованиям данных Методических указаний; содержание работы не соответствует ее теме; в докладе и ответах на вопросы даны в основном неверные ответы; работа содержит существенные теоретико-методологические ошибки и поверхностную аргументацию основных положений; курсовая работа носит умозрительный и (или) компилятивный характер; предложения автора четко не сформулированы. |
| плохо | содержание и оформление работы не соответствует требованиям данных Методических указаний; содержание работы не соответствует ее теме; в докладе и ответах на вопросы даны только неверные ответы; работа содержит грубые теоретико-методологические ошибки и не содержит никакой аргументации основных положений; курсовая работа носит умозрительный и (или) компилятивный характер; предложения автора не сформулированы. |

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

| Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | плохо | неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | очень хорошо | отлично | превосходно |
|--|---|--|--|---|---|--|--|
| | не зачтено | | зачтено | | | | |
| <u>Знания</u> | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| <u>Умения</u> | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки | Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| <u>Навыки</u> | Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов | Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов | Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач |

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

| Оценка | Уровень подготовки |
|--------|--------------------|
|--------|--------------------|

| | | |
|-------------------|----------------------------|--|
| | | |
| зачтено | превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой |
| | отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично». |
| | очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо» |
| | хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо». |
| | удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно». |
| | плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

Тема 1. Матрицы и определители

1. Определение матрицы. Равенство матриц. Сумма матриц. Произведение матрицы на число. Умножение двух матриц.
2. Свойства матричных операций.
3. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителей. Вычисление величины определителя.
4. Обратная матрица. Теорема о существовании обратной матрицы. Свойства обратных матриц.
5. Линейная комбинация строк (столбцов) матрицы. Линейная зависимость и независимость строк (столбцов) матрицы.
6. Элементарные преобразования матрицы. Свойства матриц, полученных с помощью элементарных преобразований. Нахождение обратной матрицы при помощи элементарных преобразований.
7. Ранг матрицы и его свойства. Вычисление ранга матрицы.
8. Критерий линейной зависимости строк (столбцов) квадратной матрицы. Определение линейной зависимости строк (столбцов) матрицы с помощью элементарных преобразований.

Тема 2. Системы линейных уравнений

9. Системы линейных уравнений. Основные понятия. Матричная запись системы линейных уравнений. Линейные матричные уравнения. Решение системы.
10. Теорема Кронекера-Капелли.
11. Решение невырожденных линейных систем. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера.
12. Решение произвольных линейных систем. Метод Гаусса.
13. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальная система решений и ее нахождение.

Тема 3. Векторная алгебра

14. Линейные операции над векторами: сумма и разность векторов, умножение вектора на число. Свойства линейных операций.
15. Скалярное произведение векторов и его свойства.
16. Координаты вектора. Векторы в трехмерном пространстве. Вектор в n -мерном пространстве.
17. Понятие линейного векторного пространства.
18. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и независимость векторов.
19. Размерность и базис векторного пространства.
20. Разложение вектора по базису. Дополнение до базиса.
21. Матрица перехода к новому базису. Свойства матрицы перехода.
22. Линейные подпространства. Сумма и пересечение линейных подпространств и их свойства.
23. Линейная оболочка и ее свойство.
24. Евклидовы пространства. Свойства длины вектора.
25. Ортонормированная система векторов. Ортогональное дополнение и его свойства.

Тема 4. Линейные отображения

26. Отображения. Образ, ранг, ядро, дефект отображения. Отображение базиса.
27. Линейные операторы и их свойства. Структура линейного оператора.
28. Матрицы оператора в разных базисах. Определитель оператора в разных базисах.
29. Собственные векторы и собственные значения.
30. Независимость собственных векторов.
31. Симметричный оператор.
32. Ортогональность собственных векторов.
33. Понятие квадратичной формы. Связь между квадратичной формой и оператором.
34. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
35. Свойства канонических форм.
36. Критерий Сильвестра.

Тема 5. Комплексные числа

37. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи. Модуль и аргумент. Экспонента от комплексного числа, формула Эйлера.
38. Действия над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление, извлечение корней.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

| Оценка | Критерии оценивания |
|--------------|--|
| превосходно | Высокий уровень подготовки, безупречное владение теоретическим материалом, студент демонстрирует творческий подход к решению нестандартных ситуаций. Студент дал полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета, подтверждая теоретический материал практическими примерами из практики. Студент активно работал на практических занятиях. |
| отлично | Высокий уровень подготовки с незначительными ошибками. Студент дал полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета, подтверждает теоретический материал практическими примерами из практики. Студент активно работал на практических занятиях. |
| очень хорошо | Хорошая подготовка. Студент дает ответ на все теоретические вопросы билета, но имеются неточности в определениях понятий, процессов и т.п. Студент активно работал на практических занятиях. |

| Оценка | Критерии оценивания |
|---------------------|---|
| хорошо | В целом хорошая подготовка с заметными ошибками или недочетами. Студент дает полный ответ на все теоретические вопросы билета, но имеются неточности в определениях понятий, процессов и т.п. Допускаются ошибки при ответах на дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора. Студент работал на практических занятиях. |
| удовлетворительно | Минимально достаточный уровень подготовки. Студент показывает минимальный уровень теоретических знаний, делает существенные ошибки, но при ответах на наводящие вопросы, может правильно сориентироваться и в общих чертах дать правильный ответ. Студент посещал практические занятия. |
| неудовлетворительно | Подготовка недостаточная и требует дополнительного изучения материала. Студент дает ошибочные ответы, как на теоретические вопросы билета, так и на наводящие и дополнительные вопросы экзаменатора. Студент пропустил большую часть практических занятий. |
| плохо | Подготовка абсолютно недостаточная. Студент не отвечает на поставленные вопросы. Студент отсутствовал на большинстве лекций и практических занятий. |

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Малугин В. А. Линейная алгебра для экономистов. Учебник, практикум и сборник задач / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. - Москва : Юрайт, 2023. - 478 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-02976-5. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=842891&idb=0>.
2. Кремер Н. Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман, И. М. Тришин ; под редакцией Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. ; испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2023. - 422 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-08547-1. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=845569&idb=0>.
3. Бурмистрова Е. Б. Линейная алгебра : учебник и практикум / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. - Москва : Юрайт, 2023. - 421 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-15839-7. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=845205&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Бугров Я. С. Высшая математика в 3 т. Т. 2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии : учебник / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - 7-е изд. - Москва : Юрайт, 2023. - 281 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-03009-9. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=846254&idb=0>.
2. Татарников О. В. Линейная алгебра : учебник и практикум / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В.

Г. Шершнева ; под общей редакцией О. В. Татарникова. - Москва : Юрайт, 2023. - 334 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-9916-3568-4. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=872034&idb=0>.

3. Потапов А. П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум / А. П. Потапов. - Москва : Юрайт, 2023. - 309 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-01232-3. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=843792&idb=0>.

4. Привалов И. И. Аналитическая геометрия : учебник / И. И. Привалов. - 40-е изд. - Москва : Юрайт, 2023. - 233 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-01262-0. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=844165&idb=0>.

5. Ивлева А. М. Основы алгебры и аналитической геометрии : учебник / Ивлева А. М. - 2-е изд. - Новосибирск : НГТУ, 2021. - 286 с. - Книга из коллекции НГТУ - Математика. - ISBN 978-5-7782-4430-6., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=800862&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. MS Office;
2. ИПС «Консультант +»;
3. ИПС «Гарант»;
4. Поисковые система «Яндекс», «Google»;
5. ЭБС znanium.com;
6. ЭБС «biblio-online.ru».

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 09.03.03 - Прикладная информатика.

Автор(ы): Маева Лариса Сергеевна, кандидат экономических наук.

Заведующий кафедрой: Поляков Евгений Артурович, кандидат педагогических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 28.12.2024, протокол № 21.