

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт экономики и предпринимательства

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Математический анализ

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

38.03.05 - Бизнес-информатика

---

Направленность образовательной программы

Аналитические методы и информационные технологии поддержки принятия  
решений в экономике и бизнесе

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.11 Математический анализ относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-6: Способен выполнять отдельные задачи в рамках коллективной научно-исследовательской, проектной и учебно-профессиональной деятельности для поиска, выработки и применения новых решений в области информационно-коммуникационных технологий.	ОПК-6.1: Применяет базовые знания экономики, математики и информационных технологий для решения отдельных задач в рамках коллективной научно-исследовательской, проектной и учебно-профессиональной деятельности	ОПК-6.1: Знать сущность базовых понятий экономики, математики и информационных технологий. Уметь выполнять отдельные задачи в рамках коллективной научно-исследовательской, проектной и учебно-профессиональной деятельности для поиска, выработки и применения новых решений в области информационно-коммуникационных технологий Владеть навыками решения отдельных задач в рамках коллективной научно-исследовательской, проектной и учебно-профессиональной деятельности	Контрольная работа	Экзамен: Задачи Контрольные вопросы

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>8</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>288</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>64</b>

- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	64
- КСР	4
самостоятельная работа	84
Промежуточная аттестация	72 Экзамен

### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Тема 1. Тема 1. Числа, множества, функции	32	10	10	20	12
Тема 2. Введение в теорию пределов. Не-прерывные функции. Асимптоты	42	12	12	24	18
Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одного переменного	32	10	10	20	12
Тема 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	32	10	10	20	12
Тема 5. Интегральное исчисление	42	12	12	24	18
Тема 6. Ряды.	32	10	10	20	12
Аттестация	72				
КСР	4				4
Итого	288	64	64	132	84

#### Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Числа, множества, функции.

Развитие понятия о числе. Натуральные, целые, рациональные, действительные числа. Координатная ось (действительная прямая).

Числовые множества. Ограниченные множества. Интервалы (отрезки) на действительной прямой, открытые, замкнутые, полуоткрытые. Максимум, минимум, супремум, инфимум. Предельная точка.

Число сочетаний. Бином Ньютона (без доказательства). Треугольник Паскаля.

Понятие функции, область определения, область значений. Способы её задания (графический, табличный, аналитический). Возрастающие и убывающие функции. Монотонные функции. Чётные, нечётные, периодические функции; функции общего вида. Сложная функция как композиция нескольких функций. Повторение тем: линейная, квадратичная функции, обратная пропорциональность.

Явное задание функций в декартовых координатах. Основные элементарные функции: степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические, обратные тригонометрические, их свойства и графики. Понятие функции, обратной данной. Элементарные функции как функции, полученные из

основных элементарных путем применения четырех арифметических действий и образования сложных функций.

Элементарные способы построения графиков (сдвиг и растяжение вдоль осей, отображение относительно осей, сложение и умножение).

Другие способы аналитического задания функций и кривых в декартовых координатах: неявное, параметрическое (примеры: прямая, окружность). Другие способы введения координат: полярные координаты (примеры: спираль Архимеда, окружность и т.п.).

Функция натурального аргумента – последовательность. Примеры последовательностей.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Предельные точки последовательности.

Тема 2. Введение в теорию пределов. Непрерывные функции. Асимптоты.

Предел последовательности, геометрическая интерпретация. Сходящиеся и расходящиеся последовательности. Единственность предела последовательности (без доказательства).

Теоремы о пределах последовательности, связанных с равенствами и с неравенствами (без доказательства; геометрические интерпретации). Понятие о неопределённости, раскрытие неопределённости.

Ограниченность сходящейся последовательности. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной ограниченной последовательности, геометрическая интерпретация. Число  $\epsilon$ . Понятие натурального логарифма.

Предел функции на бесконечности и на конечном участке прямой (на языке последовательностей).

Единственность предела, теоремы о пределах (без доказательства). Возможные виды неопределённости.

Первый и второй замечательные пределы, следствия из них.

Приложения понятия предела к формализации свойств функций.

А) Непрерывность функции в точке. Точки разрыва и их классификация. Односторонняя непрерывность. Непрерывность функции на множестве. Свойства непрерывных функций на замкнутом интервале (без доказательства). Непрерывность элементарных функций в области их определения. Б) Асимптоты графиков функций и их классификация. Нахождение асимптот.

Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одного переменного.

Секущая и касательная к графику функции. Задача об определении тангенса угла наклона касательной к кривой как отношения предела приращения функции и приращения аргумента. Задача об определении мгновенной скорости при движении автомобиля по прямой трассе. Определение производной функции в точке. Обозначения производной. Объяснение термина «Дифференцирование функции».

Правила дифференцирования и производные основных элементарных функций. Производная сложной функции. Логарифмическое дифференцирование.

Определение дифференцируемой функции и дифференциала. Геометрический смысл дифференциала.

Идея приближенных вычислений с помощью замены приращения функции её дифференциалом при малых приращениях аргумента. Непрерывность дифференцируемой функции.

Эластичность функции как предел отношения относительных изменений зависимой и независимой переменных. Правило Маршалла (геометрический смысл эластичности). Примеры вычисления эластичности в экономическом анализе.

Производные и дифференциалы высших порядков.

Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши (все – без доказательства). Геометрические интерпретации. Правило Лопиталя раскрытия неопределённостей типа  $0/0$  и бесконечность/бесконечность.

Монотонность функции и знак производной. Точки экстремума: определение, необходимое условие экстремума, достаточные условия экстремума. Вторая производная и геометрия кривой, точки перегиба.

Общая схема исследования функции и построения графика. Задачи на наибольшее и наименьшее значения функции на замкнутом промежутке.

Тема 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

Понятие функции  $n$  переменных. Функция двух независимых переменных: область определения, область значений. Геометрическая интерпретация функции двух переменных. Линии уровня. Общее представление о пределе функции двух переменных.

Частное приращение, частная производная и частный дифференциал функции двух переменных. Полное приращение и дифференциал функции двух переменных. Частные производные высших порядков.

Производная по направлению. Градиент. Экстремум функции двух переменных. Необходимые условия, достаточные условия. Условный экстремум. Метод непосредственной подстановки; метод Лагранжа поиска условного экстремума.

Функции нескольких переменных в экономической науке. Теория потребительского выбора и функция полезности. Производственная функция. Производственная функция Кобба – Дугласа, производственная функция с постоянной эластичностью замещения и т.п.

Тема 5. Интегральное исчисление.

Интегральное исчисление. Первообразная. Совокупность всех первообразных – неопределённый интеграл. Интегрирование – операция, обратная дифференцированию. Классы интегрируемых функций. Четыре свойства и таблица интегралов. Неберущиеся интегралы. Замена переменного. Подведение под знак дифференциала.

Интегрирование по частям. Интегрирование дробно-рациональной функции. Некоторые замены в интегралах от тригонометрических функций и простейших иррациональностей.

Определённый интеграл: площадь криволинейной трапеции и определение определённого интеграла.

Свойства определённого интеграла. Теоремы о среднем, интеграл с переменным верхним пределом, формула Ньютона-Лейбница. Специальные функции: интегральный синус, функция Лапласа.

Приложения определённого интеграла: площадь криволинейной трапеции, длина дуги (для явно заданных функций). Стоимость хранения продукции на складе при условии её кусочно-непрерывного поступления и убытия.

Несобственные интегралы: введение в проблематику. Интегралы первого и второго рода. Понятие сходимости и расходимости.

Тема 6. Ряды.

Задачи, подводящие к идее конечности бесконечной суммы: апория Зенона об Ахиллесе и черепахе, последовательное деление отрезка на две части с образованием убывающей геометрической прогрессии длин.

Числовые ряды. Определение, сходящиеся и расходящиеся ряды, необходимое условие сходимости, признак расходимости. Ряды с положительными членами: теоремы сравнения. Признак Даламбера, радикальный признак Коши (в предельной форме). Интегральный признак сходимости Коши знакоположительного числового ряда.

Знакопередающиеся числовые ряды: признак Лейбница.

Знакопеременные числовые ряды: абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящегося ряда. Теорема Римана для условно сходящегося ряда.

Функциональные ряды: общие понятия. Область сходимости и расходимости. Степенной ряд: определение. Всё об области сходимости (абсолютной, условной) степенного ряда: радиус, интервал, формулы Даламбера и Коши-Адамара поиска радиуса сходимости. Исследование сходимости на концах интервала сходимости.

Ряды Тейлора. Ряды Маклорена. Пять классических разложений, определение радиусов сходимости к соответствующим функциям.

Вычисление интегралов с использованием степенных рядов.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

- электронный курс "Математический анализ" (<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=4281>).

Иные учебно-методические материалы: Виды самостоятельной работы по дисциплине:

1. Подготовка к практическим занятиям, в частности выполнение заданий и решение задач, выдаваемых на самостоятельную подготовку
2. Выполнение аудиторных и домашних контрольных работ
3. Работа с учебной литературой
4. Самостоятельное изучение отдельных вопросов теории
5. Подготовка к экспресс-контрольным по учебным темам дисциплины

.

Методические указания по выполнению заданий для самостоятельной работы

Самостоятельная работа студентов – это планируемая работа, выполняемая по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Она способствует углублению и расширению знаний, формированию интереса к познавательной деятельности, овладению приемами процесса познания, развитию познавательных способностей.

В основу организации самостоятельной работы студентов положен компетентностный подход (компетенции, которыми должны овладеть студенты в процессе изучения дисциплины «Математический анализ»).

#### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

**5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

**5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-6:**

Вариант контрольной работы по темам 1 и 2.

1) Найти указанные пределы. а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 5x + 2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{4x^2 + x - 2}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\lg 2x}$ ; г)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x-2} \right)^{2x+3}, \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+24x)}{e^{8x} - 1}.$$

2). Найти производные и дифференциалы функций: а)  $y = 5x^{12} - \frac{6}{\sqrt[3]{x}} - 10$ ;

$$\text{б) } y = \frac{4\sin 3x - 9\lg \sqrt{x}}{x^4 + e^x}; \quad \text{в) } y = 3^{\arcsin 2x} \cdot \cos(\sqrt[3]{x} - 2); \quad \text{г) } y = \arctg \ln x^3 + 3x\sqrt[3]{x}.$$

Вариант контрольной работы по теме 3.

Для заданных ниже функций:

- 1) найти область определения;
- 2) найти точки экстремума и промежутки возрастания-убывания (или показать, что их нет);
- 3) найти точки перегиба (или показать, что их нет);
- 4) найти асимптоты (или показать, что их нет);
- 5) Для функции из пункта а) найти дополнительно наибольшее и наименьшее значения на отрезке  $[\alpha, \beta]$ .

Вариант 1. а)  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 2$ ;

$$\text{б) } y = \frac{x^2 - 7}{x - 4}.$$

Вариант контрольной работы по теме 4.

1. Для функции  $f(x, y) = e^{2x-3y+y^2}$  найти частные производные первого порядка и написать полный дифференциал первого порядка в точке  $M(1; 1)$ .

2. Для данной функции  $f(x, y) = y\sqrt[4]{x+3y}$  найти: а) градиент функции в точке  $M(1; 1)$ ; б) модуль найденного градиента; в) производную по направлению градиента в указанной точке.

3. Для данной функции  $f(x, y) = \cos(x^3 - 3y)$  найти все частные производные второго порядка и показать, что  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ .

4. Исследовать на экстремум функцию  $f(x, y) = 6x - 6y - 3x^2 - 3y^2$

5. Найти условные экстремумы функции  $f(x, y) = 2x^2 + 2xy - 4x - \frac{y^2}{2}$  при условии  $y = 2x$

1) методом подстановки; 2) методом Лагранжа.

## Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	100% правильных ответов без погрешностей
отлично	90% и более правильных ответов
очень хорошо	от 80% до 89% правильных ответов
хорошо	от 60% до 79% правильных ответов
удовлетворительно	от 30% до 59% правильных ответов
неудовлетворительно	менее 30% правильных ответов
плохо	решения задач отсутствуют

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой



	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
<b>не зачтено</b>	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-6

##### Типовые задания/задачи

##### Задачи по теме 1.

Найти указанные пределы.

Найти указанные пределы. а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 5x + 2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{4x^2 + x - 2}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\lg 2x}$ ; г)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x-2} \right)^{2x+3}, \text{ д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+24x)}{e^{8x} - 1}.$$

##### Задачи по теме 2.

Найти производные и дифференциалы функций: а)  $y = 5x^{1/2} - \frac{6}{\sqrt[3]{x}} - 10$ ;

$$\text{б) } y = \frac{4\sin 3x - 9\sqrt{g\sqrt{x}}}{x^4 + e^x}; \text{ в) } y = 3^{\arcsin 2x} \cdot \cos(\sqrt[3]{x} - 2); \text{ г) } y = \operatorname{arctg} \ln x^3 + 3x\sqrt[3]{x}.$$

##### Задачи по теме 3.

Для заданных ниже функций

$$\text{а) } y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1, \quad \alpha = 0, \quad \beta = 2;$$

$$\text{б) } y = \frac{x^2 - 7}{x - 4}$$

- 1) найти область определения;
- 2) найти точки экстремума и промежутки возрастания-убывания (или показать, что их нет);
- 3) найти точки перегиба (или показать, что их нет);
- 4) найти асимптоты (или показать, что их нет);
- 5) Для функции из пункта а) найти дополнительно наибольшее и наименьшее значения на отрезке  $[\alpha, \beta]$ .

##### Задачи теме 4.

1. Для функции  $f(x, y) = e^{3x-3y+1}$  найти частные производные первого порядка и выписать полный дифференциал первого порядка в точке  $M(1, -1)$ .
2. Для данной функции  $f(x, y) = y\sqrt[3]{x} + 3y$  найти: а) градиент функции в точке  $M(1, 1)$ ; б) модуль найденного градиента; в) производную по направлению градиента в указанной точке.

3. Для данной функции  $f(x, y) = \cos(x^3 - 3y)$  найти все частные производные второго порядка и показать, что  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ .

4. Исследовать на экстремум функцию  $f(x, y) = 6x - 6y - 3x^2 - 3y^2$

5. Найти условные экстремумы функции  $f(x, y) = 2x^2 + 2xy - 4x - \frac{y^2}{2}$  при условии  $y = 2x - 1$  методом подстановки; 2) методом Лагранжа.

##### Задачи по теме 5.

1. Вычислить неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \left( 2x - \frac{3}{x} + 7 \cos x \right) dx; \text{ б) } \int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx; \text{ в) } \int x \cos(x^2) dx; \text{ г) } \int x e^{x^2+2} dx; \text{ д) } \int \frac{dx}{(x^2 - 4)(x + 3)};$$

$$\text{е) } \int \sin^3 x \cos^3 x dx.$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt[3]{x}$ ,  $x = 2$ ,  $y = 0$ .

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Решено правильно. Студент приводит разные способы (приемы) решения задачи
отлично	Решено правильно
очень хорошо	Решено правильно, допущена несколько несущественных ошибок (не влияющих на ответ)
хорошо	Решение содержит негрубые ошибки
удовлетворительно	Решено частично, содержит много негрубых ошибки
неудовлетворительно	Решено неправильно. Имеют место грубые ошибки
плохо	Решение отсутствует

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-6

Классификация числовых множеств.  
Число сочетаний  $C_n^k$ . Бином Ньютона.  
Понятие функции, область определения, область значений. Способы задания.  
Элементарные свойства функций (монотонность, четность, нечетность, периодичность). Функция общего вида. Сложная функция как композиция нескольких функций.  
Основные элементарные функции. Функция, обратная данной. Элементарные функции.  
Элементарные способы построения графиков (сдвиг и растяжение вдоль осей, отображение относительно осей, сложение и умножение).  
Задание кривых неявно, параметрически, в полярных координатах.  
Арифметическая и геометрическая прогрессии. Последовательности.  
Предел последовательности, геометрическая интерпретация. Сходящиеся и расходящиеся последовательности. Единственность предела последовательности.  
Теоремы о пределах последовательности, связанных с равенствами и с неравенствами (без доказательства; геометрические интерпретации).  
Ограниченность сходящейся последовательности.  
Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной ограниченной последовательности, геометрическая интерпретация.  
Сходимость последовательности  $\left\{1 + \frac{1}{n}\right\}^p$ . (Все без доказательства.) Число  $e$ . Понятие натурального логарифма.  
Предел функции при  $x \rightarrow \pm\infty$  и на конечном участке. Единственность предела, теоремы о пределах (без доказательства).  
Возможные виды неопределенностей.  
Первый и второй замечательные пределы, следствия из них.  
Непрерывность функции в точке. Точки разрыва и их классификация. Односторонняя непрерывность.  
Непрерывность функции на множестве. Свойства непрерывных функций на замкнутом интервале (без доказательства). Непрерывность элементарных функций в области их определения.  
Асимптоты графиков функций и их классификация. Нахождение асимптот.  
Секунда и касательная к графику функции. Задача об определении тангенса угла наклона касательной к кривой как отношения предела приращения функции и приращения аргумента.  
Задача об определении мгновенной скорости при движении автомобиля по прямой трассе.  
Определение производной функции в точке. Обозначения производной. Объяснение термина «Дифференцирование функции».  
Правила дифференцирования и производные основных элементарных функций. Производная сложной функции. Логарифмическое дифференцирование.  
Определение дифференцируемой функции и дифференциала. Геометрический смысл дифференциала. Идея приближенных вычислений с помощью замены приращения функции её дифференциалом при малых приращениях аргумента. Непрерывность дифференцируемой функции.  
Эластичность функции как предел отношения относительных изменений зависимой и независимой переменных. Правило Маршалла (геометрический смысл эластичности). Примеры вычисления эластичности в экономическом анализе.  
Производные и дифференциалы высших порядков.  
Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши (все – без доказательства). Геометрические интерпретации.  
Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей типа  $\frac{0}{0}$  и  $\frac{\infty}{\infty}$ .  
Монотонность функции и знак производной. Точки экстремума: определение, необходимое условие экстремума, достаточные условия экстремума.  
Вторая производная и геометрия кривой, точки перегиба.  
Общая схема исследования функции и построения графика.  
Задачи на наибольшее и наименьшее значения функции на замкнутом промежутке.

Понятие функции и переменных. Функция двух независимых переменных: область определения, область значений. Геометрическая интерпретация функции двух переменных. Линии уровня.  
Общее представление о пределе функции двух переменных.  
Частное приращение, частная производная и частный дифференциал функции двух переменных. Полное приращение и дифференциал функции двух переменных. Частные производные высших порядков.  
Производная по направлению. Градиент.  
Экстремум функции двух переменных. Необходимые условия, достаточные условия.  
Условный экстремум. Метод непосредственной подстановки; метод Лагранжа поиска условного экстремума.  
Функции нескольких переменных в экономической науке. Теория потребительского выбора и функция полезности. Производственная функция. Производственная функция Кобба – Дугласа, производственная функция с постоянной эластичностью замещения и т.п.  
Интегральное исчисление. Первообразная. Неопределённый интеграл. Интегрирование – операция, обратная дифференцированию.  
Классы интегрируемых функций. Четыре свойства и таблица интегралов. Неберущиеся интегралы. Замена переменного. Подведение под знак дифференциала.  
Интегрирование по частям.  
Интегрирование дробно-рациональной функции.  
Некоторые замены в интегралах от тригонометрических функций и простейших иррациональностей.  
Определённый интеграл: площадь криволинейной трапеции и определение определённого интеграла.  
Свойства определённого интеграла.  
Теоремы о среднем, интеграл с переменным верхним пределом, формула Ньютона-Лейбница.  
Специальные функции: интегральный синус, функция Лапласа.  
Приложения определённого интеграла: площадь криволинейной трапеции, длина дуги (для явно заданных функций). Стоимость хранения продукции на складе при условии её кусочно-непрерывного поступления и убытия.  
Несобственные интегралы: введение в проблематику. Интегралы первого и второго рода. Понятие сходимости и расходимости, вычисление  $\int_a^{\infty} \frac{dx}{x^a}$ ,  $\int_0^1 \frac{dx}{x^a}$ .  
Задачи, подводящие к идее конечности бесконечной суммы: апория Зенона об Ахиллесе и черепахе, последовательное деление отрезка на две части с образованием убывающей геометрической прогрессии длин.  
Числовые ряды. Определение, сходящиеся и расходящиеся ряды, необходимое условие сходимости, признак расходимости.  
Ряды с положительными членами: теоремы сравнения. Признак Даламбера, радикальный признак Коши (в предельной форме). Интегральный признак сходимости Коши знакоположительного числового ряда.  
Знакопередающиеся числовые ряды: признак Лейбница.  
Знакопеременные числовые ряды: абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящегося ряда. Теорема Римана для условно сходящегося ряда.  
Функциональные ряды: общие понятия. Область сходимости и расходимости. Степенной ряд: определение. Все об области сходимости (абсолютной, условной) степенного ряда: радиус, интервал, формулы Даламбера и Коши-Адамара поиска радиуса сходимости. Исследование сходимости на концах интервала сходимости.  
Ряды Тейлора. Ряды Маклорена. Пять классических разложений, определение радиусов сходимости к соответствующим функциям.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Красс Максим Семенович. Математика для экономического бакалавриата : Учебник / Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации; Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики. - 1. - Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2022. - 472 с. - ВО - Бакалавриат. - ISBN 978-5-16-004467-5. - ISBN 978-5-16-105061-3., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=834406&idb=0>.
2. Математика для экономистов : учебник / О. В. Татарников [и др.] ; под общей редакцией О. В. Татарникова. - Москва : Юрайт, 2023. - 593 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-14844-2. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=848528&idb=0>.
3. Гисин В. Б. Математика. Практикум : учебное пособие / В. Б. Гисин, Н. Ш. Кремер. - Москва : Юрайт, 2022. - 202 с. - (Профессиональное образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/491553> (дата обращения: 14.08.2022). - ISBN 978-5-9916-8846-8 : 699.00. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=816752&idb=0>.
4. Кремер Н. Ш. Математика для экономистов: от арифметики до эконометрики. Учебно-справочное пособие : учебник / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; под общей редакцией Н. Ш. Кремера. - 5-е изд. ; испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2022. - 760 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/488582> (дата обращения: 14.08.2022). - ISBN 978-5-534-14218-1 : 1969.00. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=816752&idb=0>.

Action=FindDocs&ids=820683&idb=0.

Дополнительная литература:

1. Манишина Е. Е. Контрольные работы по математическому анализу : учебно-методическое пособие для студентов заочного отделения экономических специальностей / Е. Е. Манишина, Т. М. Митрякова ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Центр Дистанционного Образования. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2005. - 34 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=825099&idb=0>.
2. Солдатов Михаил Александрович. Математический анализ функций нескольких переменных : учебное пособие. Ч. 1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных / М. А. Солдатов, С. С. Круглова, Е. В. Круглов ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2014. - 66 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=850552&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<http://www.znaniium.com/>

<http://e.lanbook.com/>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 38.03.05 - Бизнес-информатика.

Автор(ы): Семенов Алексей Валерьевич, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Кузнецов Юрий Алексеевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 12.12.2023, протокол № 6.