

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный универси-
тет им. Н.И. Лобачевского»

Радиофизический
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ
протокол от
«14» декабря 2021 г. № 4

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Теория колебаний
(наименование дисциплины (модуля))

Бакалавриат
(бакалавриат / магистратура / специалитет)

03.03.03 Радиофизика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Фундаментальная радиофизика

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Бакалавр
(бакалавр / магистр / специалист)

Очная
(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2022

1. Место и цели дисциплины (модуля) в структуре ОПОП

Дисциплина «Теория колебаний» относится к дисциплинам базовой части (блок Б1.Б) основной профессиональной образовательной программы (ОПОП) высшего образования по направлению подготовки 03.03.03 «Радиофизика» на радиофизическом факультете ННГУ. Дисциплина изучается в 5-м и 6-м семестрах.

Целями освоения дисциплины являются:

Выработка нелинейно-динамического мышления – совокупности концепций, представлений, моделей, методов, которые составляют содержание единого подхода к исследованию колебательно-волновых явлений и процессов, происходящих в системах различной природы. В рамках дисциплины демонстрируется, как можно распознавать в сложных, на первый взгляд, колебательно-волновых процессах в конкретных задачах радиофизики основные элементарные колебательные явления и сводить исходную проблему к анализу моделей этих явлений. В первой части дисциплины (5-ый семестр) предполагается ознакомить студентов с базовыми идеями и подходами теории колебаний; дать понятие об основных методах теории колебаний; выработать навыки по построению и исследованию колебательно-волновых систем. Во второй части дисциплины (6-ый семестр) предполагается ознакомить студентов с подходами и методами исследования высокоразмерных систем; дать основные сведения о явлениях и процессах типичных для высокоразмерных систем; выработать навыки исследования высокоразмерных систем. Основное внимание здесь будет уделяться изучению систем с многомерным фазовым пространством и нелинейных пространственно-распределенных систем, а акцент будет делаться на изучении явлений и феноменов, не существующих в малоразмерных системах – квазипериодических движений, динамического хаоса и странных аттракторов, солитонов и ударных волн, структурообразования и др.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников) ОПК-1, ОПК-2

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций
<i>ОПК-1</i> способность к овладению базовыми знаниями в области математики и естественных наук, их использованию в профессиональной деятельности <i>этап освоения базовый</i>	З1 (ОПК-1). Знать основные составляющие аппарата теории колебаний (определения, математические методы, теоремы). У1 (ОПК-1). Уметь применять формульный аппарат теории колебаний для решения физических задач. В1 (ОПК-1). Владеть аппаратом теории колебаний.

ОПК-2 способность самостоятельно приобретать новые знания, используя современные образовательные и информационные технологии <i>этап освоения базовый</i>	31 (ОПК-2). Знать методы теории колебаний, необходимые для приобретения новых знаний в области теоретической физики, электродинамики, электроники. У1 (ОПК-2). Уметь применять аппарат теории колебаний, необходимый для изучения теоретической физики, электродинамики, электроники. В1 (ОПК-2). Владеть навыками использования математического аппарата теории колебаний, применяемого в теоретической физике, электродинамике, электронике.
--	--

3. Структура и содержание дисциплины «Теория колебаний»

Объем дисциплины составляет **8** зачетных единиц, всего **288** часов, из которых **116** часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (**64** часа занятий лекционного типа, **48** часов практических занятий, **4** часа – контрольные самостоятельные работы), **91** час составляет самостоятельная работа обучающегося. На подготовку к экзамену и экзамен по учебному плану отводится **81** академический час.

Содержание дисциплины (модуля)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Базовые идеи и подходы теории колебаний	28	6	4		10	18
Основные методы теории колебаний	42	15	7		22	20
Исследование базовых моделей теории колебаний	36	11	5		16	20
Параметрические системы.	13	6			6	7
Резонансное взаимодействие осцилляторов	13	6			6	7
Простые волны и образование разрывов.	23	6	10		16	7
Стационарные волны в консервативных и автоколебательных системах.	24	7	10		18	6
Автоколебания в многомерных дина-	28	7	12		22	6

мических системах.						
В т. ч. текущий контроль	4		4		4	
Промежуточная аттестация – экзамен						

Текущий контроль успеваемости проходит в рамках практических занятий. Итоговый контроль осуществляется на экзамене.

Содержание разделов дисциплины (5 семестр)

Раздел 1. Базовые идеи и подходы теории колебаний

1.1. Историческое введение, формулировка предмета и содержания теории колебаний. Понятие динамической системы и фазового пространства, системы с непрерывным и дискретным временем, грубой динамической системы.

1.2. Динамические системы на прямой. Грубые состояния равновесия. Основные бифуркации.

Раздел 2. Основные методы теории колебаний

2.1. Устойчивость линеаризованных сосредоточенных систем с непрерывным и дискретным временем

Сведение задачи к оценке расположения корней характеристического уравнения на комплексной плоскости. Классификация типов состояний равновесия (особых точек) в системах второго и третьего порядка; исследование их устойчивости. Простейшие динамические системы с дискретным временем. Отображение Пуанкаре. Классификация неподвижных точек одномерных и двумерных точечных отображений.

2.2. Колебания в нелинейных системах с одной степенью свободы

Линейный и нелинейный осцилляторы. Фазовый портрет. Резонанс в нелинейном осцилляторе. Основы качественной теории и теории бифуркаций динамических систем на плоскости. Грубые предельные циклы, основные характеристики. Основные (коразмерности 1) бифуркации динамических систем на плоскости: двукратное равновесие, нейтральное равновесие (бифуркация Андронова-Хопфа), двукратный предельный цикл, петля сепаратрисы седла и седло-узла, сепаратрисная связка.

2.3. Автоколебательные системы

Система с одной степенью свободы. Физические примеры. Метод разрывных колебаний. Метод Ван-дер-Поля (автономный и неавтономный случаи). Связанные автогенераторы. Явление захватывания, определение полосы синхронизации. Конкуренция колебаний в многомодовых автогенераторах.

2.4. Колебания и волны в упорядоченных структурах

Приводятся дисперсионные уравнения для цепочек связанных осцилляторов. Вводится физический смысл понятия "дисперсия". Переход от дискретных структур к распределенным. Фазовая и групповая скорости, распространение волнового пакета. Характеристические уравнения ограниченных распределенных систем.

Раздел 3. Исследование базовых моделей теории колебаний

Динамика сверхпроводящего Джозефсоновского контакта и маятника в вязкой среде. Исследование уравнений Ван-дер-Поля и Рэлея. Конкуренция колебаний в многомодовых автогенераторах.

Содержание разделов дисциплины (6 семестр)

Раздел 1. Параметрические системы

Рассматривается параметрический резонанс в системах с одной степенью свободы. Теория Флоке. Уравнение Матье. Асимптотический метод. Определение зон параметрической неустойчивости. Системы с медленно меняющимися параметрами. Адиабатические инварианты. Распространение гармонической волны в средах с плавной неоднородностью.

Раздел 2. Резонансное взаимодействие осцилляторов

Взаимодействие трех связанных осцилляторов в системе с квадратичной нелинейностью. Соотношение Мэнли-Роу. Резонансное взаимодействие волн в слабонелинейных средах с дисперсией.

Раздел 3. Простые волны и образование разрывов

Гравитационные волны на мелкой воде. Теория характеристик. Формирование разрывов. Определение координат разрыва.

Раздел 4. Стационарные волны в консервативных и автоколебательных распределенных системах

Стационарные ударные волны. Уединенные волны - солитоны. Солитоны в уравнении Кортевега де Вриза. Эволюция нестационарного возмущения.

Раздел 5. Автоколебания в многомерных динамических системах

Основные (коразмерности 1) бифуркации многомерных динамических систем: Бифуркации состояний равновесия: двукратное равновесие, бифуркация Андронова-Хопфа. Бифуркации периодических движений: двукратный предельный цикл, удвоение периода, рождение инвариантного тора. Нелокальные бифуркации в окрестности гомоклинической траектории. Динамический хаос. Странный аттрактор. Характеристические показатели Ляпунова. Фрактальные структуры и размерность странных аттракторов. Ляпуновская размерность. Переход к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода. Универсальность Фейгенбаума. Сценарии перехода к хаосу через бифуркации квазипериодических движений. Модели Ландау-Хопфа Рюэля-Такенса. Хаос в системах с гомоклинической кривой. Отображение подкова Смейла.

4. Образовательные технологии

В соответствии с рабочей программой и тематическим планом изучение дисциплины проходит в виде аудиторной и самостоятельной работы студентов. Учебный процесс в аудитории осуществляется в форме практических занятий.

Образовательные технологии, способствующие формированию компетенций используемые на занятиях лекционного типа:

- лекции с проблемным изложением учебного материала.

используемые на занятиях практического типа:

- регламентированная самостоятельная деятельность студентов;

- решение проблемных ситуаций для реализации технологии коллективной мыслительной деятельности.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

5.1. Темы практических занятий, по которым дается домашнее задание

5 семестр

1. Знакомство с аппаратом фазового пространства. Понятие о грубых и негрубых динамических системах (на примере систем на прямой). Исследование систем на прямой.
2. Исследование грубых состояний равновесия на фазовой плоскости и в трехмерном пространстве. Линеаризация и составление характеристических уравнений.
3. Методы определения устойчивости состояний равновесия линеаризованных систем. Метод Гурвица.
4. Знакомство с методом точечных преобразований. Исследование грубых неподвижных точек одномерных и двумерных точечных отображений.
5. Нелинейный осциллятор. Построение фазового портрета.

6 семестр

1. Исследование автоколебательных систем на плоскости методом разрывных колебаний.
2. Метод Ван-дер-Поля для автономных систем. Нахождение частоты и амплитуды автоколебаний.
3. Метод Ван-дер-Поля для неавтономных систем.
4. Изучение динамических систем с дискретным временем. Исследование неподвижных точек одномерных точечных отображений.
5. Отображение Пуанкаре. Исследование автоколебательных систем на плоскости методом точечных отображений.
6. Цепочечные структуры. Вывод уравнений и составление дисперсионных характеристик, определение собственных частот.
7. Переход от цепочечных структур к сплошной среде. Составление дисперсионных уравнений непрерывных распределенных систем. Критерий Стэррока.
8. Стационарные волны в консервативных средах.
9. Простые волны. Эволюция простых волн, определение координат разрывов.
10. Стационарные волны в неконсервативных средах.

Выполнение домашних заданий проверяется на занятиях. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы – основная и дополнительная литература.

5.2. Темы лабораторных занятий

Не предусмотрены

5.3. Вопросы, которые должны быть проработаны в ходе самостоятельной работы

5 семестр

1. Определение грубой (структурно-устойчивой) системы на фазовой плоскости.
2. Определение состояния равновесия и предельного цикла на фазовой плоскости.
3. Отображение Пуанкаре.
4. Двукратное и нейтральное равновесия на фазовой плоскости.
5. Двукратный предельный цикл. Определение и основные свойства.
6. Петля сепаратрисы седла и седло-узла. Определение и основные свойства.
7. Автоколебания. Определение и основные свойства.
8. Построение фазового портрета двумерных систем методом Ван-дер-Поля и разрывных колебаний.
9. Дисперсия волн и диспергирующая среда.
10. Построение вольтамперной характеристики Джозефсоновского контакта.

6 семестр

1. Условия существования параметрического резонанса.
2. Определение распадной неустойчивости.
3. Основные свойства солитонов.
4. Основные сценарии потери устойчивости периодических движений трехмерных систем.
5. Динамический хаос.
6. Примеры систем, генерирующих фрактальные структуры.
7. Ляпуновская размерность.
8. В чем состоит универсальность Фейгенбаума.
9. Как описывается поведение траекторий в окрестности гомоклинической орбиты, образованной сепаратрисой седло-фокуса.
10. Основные сценарии перехода к хаосу.

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, навыков), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

ОПК-1: способность к овладению базовыми знаниями в области математики и естественных наук, их использованию в профессиональной деятельности.

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
<u>Знания</u> Знать основные составляющие аппарата теории колебаний (определения, математические методы, теоремы).	Отсутствие знаний материала	Наличие грубых ошибок в основном материале	Знание основного материала с рядом негрубых ошибок	Знание основного материала с рядом заметных погрешностей	Знание основного материала с незначительными погрешностями	Знание основного материала без ошибок и погрешностей	Знание основного и дополнительного материала без ошибок и погрешностей
<u>Умения</u> Уметь приме-	Отсутствует способ-	Наличие грубых ошибок	Способность решения	Способность решения	Способность решения	Способность решения	Способность

нять формульный аппарат теории колебаний для решения физических задач	ность решения стандартных задач	при решении стандартных задач	основных стандартных задач с существенными ошибками	всех стандартных задач с незначительными погрешностями	всех стандартных задач без ошибок и погрешностей	стандартных и некоторых нестандартных задач	решения стандартных задач и широкого круга нестандартных задач
<u>Навыки</u> Владеть аппаратом теории колебаний	Полное отсутствие навыка	Отсутствие навыка	Владение навыком в минимальном объеме	Посредственное владение навыком	Достаточное владение навыком	Хорошее владение навыком	Всестороннее владение навыком
Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

ОПК-2: способность самостоятельно приобретать новые знания, используя современные образовательные и информационные технологии.

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
<u>Знания</u> Знать методы теории колебаний, необходимые для приобретения новых зна-	Отсутствие знаний материала	Наличие грубых ошибок в основном материале	Знание основного материала с рядом негрубых ошибок	Знание основного материала с рядом заметных погрешностей	Знание основного материала с незначительными погрешностями	Знание основного материала без ошибок и погрешностей	Знание основного и дополнительного материала без ошибок и погрешно-

ний в области теоретической физики, электродинамики, электроники.							стей
<u>Умения</u> Уметь применять аппарат теории колебаний, необходимый для изучения теоретической физики, электродинамики, электроники.	Отсутствует способность решения стандартных задач	Наличие грубых ошибок при решении стандартных задач	Способность решения основных стандартных задач с существенными ошибками	Способность решения всех стандартных задач с незначительными погрешностями	Способность решения всех стандартных задач без ошибок и погрешностей	Способность решения стандартных и некоторых нестандартных задач	Способность решения стандартных задач и широкого круга нестандартных задач
<u>Навыки</u> Владеть навыками использования математического аппарата теории колебаний, применяемого в теоретической физике, электродинамике, электронике.	Полное отсутствие навыка	Отсутствие навыка	Владение навыком в минимальном объеме	Посредственное владение навыком	Достаточное владение навыком	Хорошее владение навыком	Всестороннее владение навыком
Шкала	0 – 20 %	20 – 50	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90	90 – 99	100%

оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий		%			%	%	
--	--	---	--	--	---	---	--

6.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Итоговый контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в виде экзаменов в конце 5-го и 6-го семестров, на которых определяется:

- уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине;
- уровень понимания студентами изученного материала
- способности студентов использовать полученные знания для решения конкретных задач.

Экзамены проводятся в устной форме и заключается в ответе студентом на теоретические вопросы курса (с предварительной подготовкой) и последующем собеседовании в рамках тематики курса. Собеседование проводится в форме вопросов, на которые студент должен дать краткий ответ. Практическая часть экзамена предусматривает решение задачи.

Критерии оценок.

Оценка	Уровень подготовки
Превосходно	Высокий уровень подготовки, безупречное владение теоретическим материалом, студент демонстрирует творческий подход к решению нестандартных ситуаций. Студент дал полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета, подтверждая теоретический материал практическими примерами. Студент активно работал на практических занятиях. 100 %-ное выполнение контрольных экзаменационных заданий
Отлично	Высокий уровень подготовки с незначительными ошибками. Студент дал полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета, подтверждает теоретический материал практическими примерами. Студент активно работал на практических занятиях. Выполнение контрольных экзаменационных заданий на 90% и выше
Очень хорошо	Хорошая подготовка. Студент дает ответ на все теоретические вопросы билета при наличии неточностей. Студент активно работал на практических занятиях.

	Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 80 до 90%.
Хорошо	В целом хорошая подготовка с заметными ошибками или недочетами. Студент дает полный ответ на все теоретические вопросы билета при наличии неточностей. Допускаются ошибки при ответах на дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора. Студент работал на практических занятиях. Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 70 до 80%.
Удовлетворительно	Минимально достаточный уровень подготовки. Студент показывает минимальный уровень теоретических знаний, делает существенные ошибки, но при ответах на наводящие вопросы, может правильно сориентироваться и в общих чертах дать правильный ответ. Студент посещал практические занятия. Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 50 до 70%.
Неудовлетворительно	Подготовка недостаточная и требует дополнительного изучения материала. Студент дает ошибочные ответы, как на теоретические вопросы билета, так и на наводящие и дополнительные вопросы экзаменатора. Выполнение контрольных экзаменационных заданий до 50%.
Плохо	Подготовка абсолютно недостаточная. Студент не отвечает на поставленные вопросы. Выполнение контрольных экзаменационных заданий менее 20 %.

6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих сформированность компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- устные и письменные ответы на вопросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и навыков используются следующие процедуры и технологии:

- практические контрольные задания, включающие одну или несколько задач

Для проведения итогового контроля сформированности компетенции используются: устный опрос, решение практических задач.

6.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих сформированность компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

Вопросы к экзамену (5 семестр) для оценки сформированности компетенций ОПК-1, ОПК-2

1. Динамические системы с дискретным и непрерывным временем. Фазовое пространство. Типы траекторий. Динамические системы с диссипацией.
2. Бифуркации состояний равновесия динамических систем на прямой: двукратное равновесие, транскритическая.
3. Транскритическая бифуркация состояний равновесия на прямой.
4. Бифуркация состояний равновесия динамических систем на прямой: трехкратное равновесие.
5. Устойчивость по Ляпунову состояний равновесия.
6. Метод линеаризации определения устойчивости состояний равновесия.
7. Классификация состояний равновесия динамических систем на плоскости (случай действительных корней).
8. Классификация состояний равновесия трехмерных систем (случай действительных корней).
9. Критерий Рауса-Гурвица.
10. Основные свойства точечных отображений. Отображение Пуанкаре.
11. Классификация неподвижных точек двумерных точечных отображений (действительные мультипликаторы).
12. Классификация неподвижных точек двумерных точечных отображений (комплексные мультипликаторы).
13. Грубые предельные циклы в пространстве (действительные мультипликаторы).
14. Линейный осциллятор. Основные свойства.
15. Нелинейный осциллятор. Основные свойства.
16. Предельные циклы динамических систем на плоскости. Основные характеристики.
17. Орбитальная устойчивость.
18. Седло-узловая бифуркация состояний равновесия на плоскости.
19. Суперкритическая бифуркация Андронова-Хопфа.
20. Субкритическая бифуркация Андронова-Хопфа.
21. Бифуркация петли сепаратрис седло-узла.
22. Бифуркация двукратного предельного цикла.
23. Бифуркация петли сепаратрисы седла (случай отрицательной седловой величины).
24. Бифуркация петли сепаратрис седла (случай положительной седловой величины).
25. Определение грубости (структурной устойчивости) динамических систем на плоскости.
26. Условия грубости динамических систем на плоскости.
27. Релаксационные периодические колебания.
28. Динамика быстро-медленных систем с однократной релаксацией.
29. Функция Ляпунова. Второй метод Ляпунова.
30. Стационарный и нестационарный эффекты Джозефсона. Эквивалентная схема контакта Динамика Джозефсоновского контакта в случае $0 < \gamma < 1$.
31. ВАХ Джозефсоновского контакта.
32. Динамика Джозефсоновского контакта в случае $\gamma = 0$.
33. Динамика Джозефсоновского контакта в случае $\gamma > 1$.

**Вопросы к экзамену (6 семестр) для оценки сформированности компетенций
ОПК-1, ОПК-2**

1. Вынужденные колебания линейного осциллятора (консервативный случай).
2. Вынужденные колебания линейного осциллятора (диссипативный случай).
3. Резонанс в нелинейном осцилляторе (консервативный случай).
4. Резонанс в нелинейном осцилляторе (диссипативный случай).
5. Вынужденная синхронизация (исследование укороченной системы).
6. Вынужденная синхронизация. Отображение Пуанкаре. Полоса синхронизации.
7. Автоколебания и автоколебательные системы. Основные свойства.
8. Автоколебания в системе с активным элементом (мягкий режим возбуждения).
9. Автоколебания в системе с активным элементом (жесткий режим возбуждения).
10. Бифуркация Андронова-Хопфа в пространстве (случай отрицательной ляпуновской величины).
11. Бифуркация Андронова-Хопфа в пространстве (случай положительной ляпуновской величины).
12. Метод Ван-дер-Поля для слабонелинейных систем с одной степенью свободы.
13. Метод Ван-дер-Поля для автономных систем.
14. Колебания и волны в цепочке взаимосвязанных линейных осцилляторов. Дисперсия.
15. Дисперсия. Построение дисперсионного уравнения для одномерной среды. Влияние граничных условий.
16. Длинноволновый переход от упорядоченной структуры к среде.
17. Структуры Тьюринга.
18. ВАХ Джозефсоновского контакта.
19. Теория Флоке.
20. Параметрические колебания маятника.
21. Устойчивость и неустойчивость нулевого решения линейных параметрических систем. Параметрический резонанс.
22. Колебания маятника с вибрирующей точкой подвеса.
23. Приближение ВКБ. Адиабатический инвариант.
24. Волны на мелкой воде.
25. Простые волны. Образование разрыва
26. Солитоны в уравнении КдВ (существование).
27. Солитоны в уравнении КдВ (устойчивость).
28. Устойчивость солитонов в уравнении Кортевега-де-Вриза.
29. Двукратный предельный цикл в пространстве.
30. Бифуркация удвоения периода периодического движения.
31. Бифуркация рождения инвариантного тора.

Типовые задачи для оценивания сформированности умений и навыков по компетенциям ОПК-1, ОПК-2

1. Исследуйте динамику системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + a \\ \dot{x}_2 = x_1 + bx_2 \end{cases}$$

в которой a и b удовлетворяют условиям: $a > 0$, $b \in \mathbb{R}$. Постройте фазовые портреты системы для различных значений параметра b . Найдите уравнения особых траекторий системы (ведущего и не ведущего направлений узла, сепаратрис седла).

2. Для уравнения:

$$\dot{x} = x - \frac{ax}{x+1},$$

определенного, при $x > -1$, где a – положительный параметр, постройте бифуркационную диаграмму и установите тип, происходящей бифуркации.

3. Постройте фазовый портрет системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 \sqrt{1-a^2} - (b - \sqrt{1-a^2})x_2 \end{cases}$$

где параметры a и b удовлетворяют условиям: $b > 0$, $0 \leq a < 1$. Установите разбиение области $\{b > 0, 0 \leq a < 1\}$ на подобласти соответствующие различным типам состояний равновесия.

4. Исследуйте нелокальную динамику системы

$$\begin{cases} \dot{x} = ay - bf(x) \\ \dot{y} = -y + f(x) \end{cases},$$

где параметры a и b положительные параметры, а функция $f(x)$ удовлетворяет условиям: $f(x) > 0$, если $x \neq 0$ и $f(0) = 0, f'(0) > 0$. Указание: используйте второй метод Ляпунова.

5. Исследуйте динамику системы

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = 1 + \rho^3 \\ \dot{\rho} = \mu\rho + \rho^3 + \rho^5 \end{cases},$$

заданной в полярных координатах.

6. Исследуйте динамику системы

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -x + \mu[y^2 + \alpha(1-x^2)]y \end{cases},$$

где параметр $0 < \mu < 1$, а параметр $\alpha \in \mathbb{R}$. Постройте бифуркационную диаграмму и фазовые портреты системы.

7. Построить разбиение фазовой плоскости на фазовые траектории для системы, описываемой уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{\mu} x = x(1-x)(x - \frac{1}{2}) - y \\ \dot{y} = x - \frac{1}{2} \end{cases}, \quad 0 < \mu < 1$$

8. Рассмотреть квадратичные отображения:

$$\bar{x} = x^2 + \mu,$$

где μ - параметр.

- Найти и классифицировать неподвижные точки, как функции параметра μ .
- Найти значения параметра μ , при которых происходят бифуркации неподвижных точек, и провести классификацию этих бифуркаций.
- Для каких значений μ существуют устойчивые периодические траектории периода 2.

9. Построить фазовый портрет и описать качественно возможные колебательные режимы системы:

$$\ddot{x} + x(x^2 - 1) = 0.$$

10. Построить фазовый портрет и описать качественно возможные колебательные режимы системы:

$$\ddot{\varphi} - (2 + \cos \varphi) \sin \varphi = 0.$$

11. Изучить явление резонанса в нелинейном осцилляторе:

$$\ddot{x} + x = \mu [x^3 + 2E \cos \omega t],$$

где $0 < \mu < 1$, $\omega = 1 + \mu \xi$, а ξ – параметр, характеризующий расстройку между собственной частотой осциллятора и частотой внешнего воздействия.

12. Найти зависимость амплитуды колебаний от параметра α . Определить, какие ветви бифуркационной кривой соответствуют устойчивым автоколебаниям системы:

$$\ddot{x} + x = \mu [\dot{x}^2 + \alpha(1 - x^2)] \dot{x}, \quad 0 < \mu < 1$$

13. Какие типы стационарных волн возможны в среде, состояние которой описывается уравнением:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \sin u - \gamma, \quad \text{где } \gamma \geq 0.$$

6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания

Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утверждённое приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. №55-ОД,

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) основная литература:

1. Некоркин В.И. Лекции по основам теории колебаний: Учебное пособие. - Нижний Новгород: издательство Нижегородского госуниверситета, 2012. -311с.
2. А.А. Андронов, А.А. Витт, С.Э. Хайкин. Теория колебаний, -М.: Физматгиз, 1959, http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=123658
3. М.И. Рабинович, Д.И. Трубецков. Введение в теорию колебаний и волн. -М.: Наука, 1984 (1 изд.), 1992 (2 изд.), 2002 (3 изд.).
4. Сборник задач по теории колебаний. Под ред. В.И. Королева, Л.В. Постникова, - М.: Наука, 1978.
5. Н.В. Бутенин, Ю.И. Неймарк, Н.А. Фуфаев. Введение в теорию нелинейных колебаний. -М.: Наука, 1987.

б) дополнительная литература:

1. Н.Н. Боголюбов, Ю.И. Митропольский. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. -М.: Наука, 1974.
2. Матросов В.В. Вынужденная синхронизация. Учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский университет, 2013. http://www.rf.unn.ru/rus/ktk/sites/default/files/manual_matrosov_forced_synch.pdf
3. Исследование динамики систем с разрывными колебаниями: Составитель Мотова М.И. Учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский университет, 2010. http://www.rf.unn.ru/rus/ktk/sites/default/files/manual_motova_break.doc
4. М.И. Рабинович. Теория колебаний и волн. Учебное пособие. Горький, Изд-во ГГУ, 1977.
5. М.И. Рабинович, М.И. Мотова, Т.М. Тарантович. Колебания и волны в нелинейных системах. Учебное пособие. Горький, Изд-во ГГУ, 1978.
6. Алдошин Г. Т. Теория линейных и нелинейных колебаний. Изд-во "Лань", 2013, 320с. https://e.lanbook.com/book/4640?category_pk=918#authors
7. В.Д. Горяченко Элементы теории колебаний. Учебное пособие. Красноярск. Изд.-во Краснояр. ун-та. 1995.
8. А.П. Кузнецов, С.П. Кузнецов, Н.М. Рыскин Нелинейные колебания: учебное пособие для вузов. – М.: Физматлит, 2002.
9. В.С. Анищенко. Сложные колебания в простых системах. -М.: Наука, 1990.
10. Г. Шустер. Детерминированный хаос. -М.: Мир, 1988.
11. Л.И. Мандельштам. Лекции по теории колебаний, -М.: Наука, 1972.
12. С.П. Стрелков. Введение в теорию колебаний. -М.: Наука, 1964.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Лекционный зал, аудитории для практических занятий в группах.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций и ОПОП ВПО по специальности 03.03.03. Радиофизика.

Автор Некоркин В.И.

Рецензент (ы) _____ Канаков О.И.

Заведующий кафедрой Матросов В.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии радиофизического факультета

от «9» декабря 2021 года, протокол № 07/21