

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Радиофизический факультет

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Алгебра и геометрия

---

Уровень высшего образования

Специалитет

---

Направление подготовки / специальность

11.05.02 - Специальные радиотехнические системы

---

Направленность образовательной программы

Радиотехнические системы и комплексы сбора и обработки информации

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.09 Алгебра и геометрия относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен использовать в профессиональной деятельности основные законы естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретических и экспериментальных исследований, приобретать новые математические и естественнонаучные знания, используя современные образовательные и информационные технологии	ОПК-1.1: Разбирается в основных разделах математических и естественнонаучных дисциплин ОПК-1.2: Применяет основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретических и экспериментальных исследований	ОПК-1.1: Знать основные методы решения задач теории векторных пространств, евклидовых пространств, линейных преобразований.  Уметь решать задачи теоретического и прикладного характера из различных разделов линейной алгебры и аналитической геометрии.  Владеть практическим опытом решения задач теории векторных пространств, евклидовых пространств, линейных преобразований.  ОПК-1.2: Знать методы и алгоритмы линейной алгебры для решения прикладных задач.  Уметь разрабатывать модели объектов с применением методов линейной алгебры.	Разноуровневые задачи	Экзамен: Контрольные вопросы

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>8</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>288</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>64</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>48</b>
- КСР	<b>4</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>73</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>99</b> <b>Экзамен</b>

### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора- торные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
Тема 1.	5	2	2	4	1
Тема 2	26	8	8	16	10
Тема 3	34	12	12	24	10
Тема 4	28	10	10	20	8
Тема 5	10	4	2	6	4
Тема 6	7	2	1	3	4
Тема 7	10	4	2	6	4
Тема 8	10	4	2	6	4
Тема 9	10	4	2	6	4
Тема 10	7	2	1	3	4
Тема 11	7	2	1	3	4
Тема 12	10	4	2	6	4
Тема 13	7	2	1	3	4
Тема 14	7	2	1	3	4
Тема 15	7	2	1	3	4
Аттестация	99				
КСР	4			4	
Итого	288	64	48	116	73

## Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Решение систем линейных уравнений второго и третьего порядка. Определители 2 и 3 порядка.

Тема 2. Векторная алгебра. Свободный вектор, линейные операции над векторами и их свойства. Линейная зависимость и её критерии. Базис и система координат на плоскости и в пространстве. Координаты вектора. Деление отрезка в данном отношении. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов, их свойства, формулы для вычисления в ортонормированном базисе. Замена базиса и системы координат. Сдвиг начала координат. Поворот координат.

Тема 3. Прямая линия на плоскости (разные типы уравнения прямой). Типовые задачи о прямых на плоскости (угол между прямыми, расстояние от точки до прямой). Плоскость (разные типы уравнения плоскости). Расстояние от точки до плоскости. Прямая линия в пространстве (разные типы уравнения прямой в пространстве и их связь). Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Расстояние между скрещивающимися прямыми Угол между прямой и плоскостью. Пучки прямых и связки плоскостей.

Тема 4. Кривые второго порядка: геометрические определения эллипса, гиперболы и параболы, вывод канонических уравнений. Изучение вида кривых второго порядка по их каноническим уравнениям. Эксцентриситет, директрисы, фокальные и директориальные свойства. Кривые второго порядка: общее уравнение, постановка задачи классификации, теоремы о приведении уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Аффинная классификация кривых второго порядка. Прямоугольная классификация кривых второго порядка. Уравнение поверхности в пространстве. Цилиндрические поверхности. Поверхности вращения. Эллипсоид. Коническая поверхность. Конус второго порядка. Однополостный гиперболоид. Двуполостный гиперболоид. Параболоиды. Прямолинейные образующие.

Тема 5. Комплексные числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Сопряженные числа. Неравенство треугольника. Формула Муавра, корни из единицы.

Тема 6. Многочлены. Делимость в кольце многочленов. НОД. Производная многочлена. Основная теорема алгебры над полем комплексных чисел. Формулы Виета.

Тема 7. Матрицы и системы линейных уравнений. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса-Жордана их решения. Операции с матрицами (сложение матриц, умножение матрицы на число, умножение матрицы на матрицу, транспонирование матрицы) и их свойства.

Тема 8. Определитель (детерминант) матрицы и его свойства. Правило Крамера. Обратная матрица. Решение матричных уравнений. Теорема об умножении определителей.

Тема 9. Линейное (векторное) пространство над полем. Примеры: пространство геометрических векторов, пространство радиус-векторов, арифметическое пространство над полем  $F$ , пространство матриц над полем  $F$ , пространство многочленов. Простейшие следствия из аксиом. Линейная оболочка. Линейная зависимость. Эквивалентные системы векторов. Конечномерные и бесконечномерные линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства. Координаты вектора в базисе. Изменение координат вектора при замене базиса, матрица перехода. Изоморфизм линейных пространств.

Тема 10. Теория систем линейных уравнений. Ранг матрицы. Теорема Кронекера–Капелли. Множество решений системы линейных уравнений, два способа задания линейного многообразия. Два способа задания линейного подпространства, фундаментальная система решений системы линейных уравнений. Размерность пространства решений системы линейных однородных уравнений.

Тема 11. Суммы подпространств, базис и размерность суммы. Прямая сумма. Критерий прямой суммы.

Тема 12. Линейные преобразования векторного пространства, действия с ними, их матрицы, изменение матрицы линейного преобразования при изменении базиса, подобие матриц. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и числа. Характеристический многочлен линейного преобразования. Выражение его коэффициентов через элементы матрицы. Теорема о существовании собственного вектора над полем комплексных чисел и ее вещественный аналог. Диагонализуемые преобразования.

Тема 13. Евклидово (унитарное) пространство.

Неравенство Коши–Буняковского–Шварца. Неравенство треугольника. Теорема Пифагора. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых векторов. Запись скалярного произведения через координаты в произвольном, ортогональном и ортонормированном базисах. Процесс ортогонализации Грама–Шмидта. Изоморфизм унитарных пространств.

Тема 14. Квадратичные формы и их матрицы. Изменение матрицы квадратичной функции при изменении базиса. Теорема Лагранжа о приведении квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции. Критерий Сильвестра положительной определенности, связь со скалярным произведением.

Тема 15. Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств. Сопряженное преобразование, свойства операции сопряжения. Самосопряженные преобразования. Унитарные и ортогональные преобразования.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:  
Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

1. Алгебра и геометрия (Аналитическая геометрия) 1 курс (Радиофак), <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=4579>.
2. Алгебра и геометрия (линейная алгебра), <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=3243>.

Иные учебно-методические материалы:

1. Теоретический материал лекционных занятий и литературные источники (список обязательной и дополнительной литературы приводится).  
Для подготовки к экзамену рекомендуется использовать собственные конспекты лекций, а также источники, рекомендованные в списке литературы.
2. Домашние задания к научно-практическим занятиям.  
Домашние задания выдаются по стандартному задачнику (указан в списке литературы).

Проверка выполнения домашних заданий проводится в начале каждого практического занятия. Основная форма контроля: проверка в форме коллективного обсуждения у доски выполнения отдельных заданий.

### 3. Письменные контрольные работы.

В течение учебного семестра проводится 4 контрольные работы (3 в 1-м семестре и одна – во 2-м) по материалам всех разделов курса. Для подготовки к контрольным работам рекомендуется повторно прочитать теоретические разделы в задачнике, просмотреть полезные разделы в соответствующих источниках из списка рекомендованной литературы, а также самостоятельно решить несколько задач по теме контрольной работы из указанного задачника.

## 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

### 5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

#### 5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Разноуровневые задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Даны три вектора  $a(1, 5)$ ,  $b(6, 4)$  и  $c(0, 5)$ . Подобрать числа  $\alpha$  и  $\beta$  так, чтобы векторы  $\alpha a$ ,  $\beta b$  и  $c$  образовали замкнутую ломаную линию, если начало каждого последующего вектора совместить с концом предыдущего.

2. В ортонормированном базисе даны три вектора:  $a(-1, 2)$ ,  $b(5, 1)$  и  $c(4, -2)$ . Вычислить  $b(a, c) - c(a, b)$ .

3. Найти вектор длины 3, ортогональный векторам  $(-1, 2, 1)$  и  $(2, 3, 4)$ .

4. Даны точки  $A(8, -6, 7)$  и  $B(-20, 15, 10)$ . Установить, пересекает ли прямая  $AB$  какую-нибудь из осей координат.

5. Найти общее уравнение прямой

$$\frac{x-7}{8} = \frac{x-8}{7} = z+3.$$

6. Записать каноническое уравнение прямой

$$\begin{cases} 3x + 5y - 11z + 2 = 0 \\ x - 8y + z = 0 \end{cases}.$$

7. Написать уравнение эллипса, пересекающего ось  $OX$  в точках  $(1, 0)$  и  $(9, 0)$  и касающегося оси  $OY$  в точке  $(0, 3)$ , зная, что оси эллипса параллельны осям координат.

#### Задача 1.

Пусть  $A = \{f_1, f_2, f_3\}$  – система многочленов  $f_1 = 4 + t$ ,  $f_2 = 5 - 2t$ ,  $f_3 = -6 + 5t$ .

1. Найти ранг и базу системы  $A$ .

2. Многочлены, не входящие в базу, выразить через многочлены базы.

#### Задача 2. Дана неоднородная система уравнений с 5 неизвестными.

1. Найти общее решение неоднородной системы уравнений.

2. Найти фундаментальную систему решений соответствующей однородной системы.

3. Найти общее решение однородной системы.

#### Задача 3.

Пусть  $V_1 = L(f_1, f_2)$ ,  $V_2 = L(g_1, g_2)$ , где  $f_1 = 1 - 5t^2$ ,  $f_2 = 1$ ,  $g_1 = 2t + 3t^2$ ,  $g_2 = -2t + 13t^2$ .

- 1.Найти базис и размерность пересечения этих подпространств.
- 2.Базис пересечения разложить по  $f_1, f_2$  и по  $g_1, g_2$ .

Задача 4. Дано подпространство  $L = L(a_1)$  и вектор  $b = (1, 1, 1)$ ,  $a_1 = (0, 1, 1)$ . Найти проекцию вектора  $b$  на  $L(a_1)$  и ортогональную составляющую. Сделать проверку.

Задача 5. Даны точки  $B(1, 2, 3)$  и  $C(5, 2, 3)$ . Найти уравнение прямой, проходящей через эти точки в общем виде. Принадлежит ли точка  $A(0, 0, 0)$  этой прямой? Если нет, то записать уравнение плоскости в общем виде, содержащую эту прямую и точку  $A$

Задача 6. Дано подпространство  $L = L(a_1)$  и вектор.  $b = (1, 1, 1)$ ,  $a_1 = (0, 2, 1)$ . Найти проекцию вектора  $b$  на  $L(a_1)$  и ортогональную составляющую. Сделать проверку.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Разноуровневые задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задача решена полностью.
не зачтено	Задача не решалась или решена не полностью.

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущест	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов



			не в полном объеме	в полном объеме, но некоторые с недочетами	некоторые с недочетами	енными недочетам и, выполнены все задания в полном объеме	
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Свойства сложения векторов. Доказательство того, что два вектора коллинеарны тогда и только тогда, когда один из них получается из другого умножением на число.
2. Координаты суммы векторов и произведения вектора на число. Вывод формулы длины вектора.

3. Прямоугольная система координат. Вывод формулы расстояния между двумя точками в прямоугольных координатах. Деление отрезка в данном отношении.
4. Вывод свойств скалярного произведения и вывод формулы для скалярного произведения в прямоугольных координатах.
5. Определение и свойства векторного произведения. Прямоугольные координаты векторного произведения.
6. Определение и свойства смешанного произведения. Смешанное произведение в прямоугольных координатах.
7. Вывод формул преобразования плоских прямоугольных координат точки.
8. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
9. Вывод общего уравнения прямой. Неполные уравнения прямой.
10. Уравнение прямой в отрезках.
11. Вывод канонического, параметрических уравнений прямой на плоскости и уравнения прямой, проходящей через две точки.
12. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
13. Вывод уравнения плоскости, проходящей через три точки.
14. Расположение плоскостей, заданных неполными уравнениями.
15. Вывод уравнения плоскости в отрезках.
16. Уравнения прямой как линии пересечения двух плоскостей и канонические уравнения прямой в пространстве. Получение одной пары уравнений из другой.
17. Выражение угла между прямыми через их угловые коэффициенты.
18. Угол между прямой и плоскостью.
19. Условие того, что две прямые лежат в одной плоскости.
20. Необходимые и достаточные условия того, что кривая 2-го порядка является окружностью.
21. Фокальное свойство эллипса.
22. Директориальное свойство эллипса.
23. Формулировка фокального свойства гиперболы и доказательство директориального свойства гиперболы.
24. Директориальное свойство параболы.
25. Полярные уравнения эллипса, гиперболы и параболы.
26. Аффинная классификация кривых второго порядка.
27. Вывод уравнения поверхности вращения.
28. Сечения эллипсоида плоскостями, параллельными координатным плоскостям.
29. Сечения однополосного гиперболоида плоскостями, параллельными координатным плоскостям.
30. Сечения двуполосного гиперболоида плоскостями, параллельными координатным плоскостям.
31. Сечения эллиптического параболоида плоскостями, параллельными координатным плоскостям.
32. Сечения гиперболического параболоида плоскостями, параллельными координатным плоскостям.
33. Конус 2-го порядка как асимптотический конус гиперболоидов.
34. Доказательство того, что комплексные числа образуют поле.
35. Свойства сопряженных комплексных чисел.
36. Тригонометрическая и показательная форма записи комплексного числа. Свойства модуля и аргумента комплексного числа.
37. Формула Муавра. Извлечение корней из комплексных чисел.
38. Теорема о делении многочлена на  $x^2 - c$ . Теорема Безу.
39. Обоснование и применения схемы Горнера.
40. Кратные корни многочлена. Теорема о корнях производной.
41. Формулировка основной теоремы алгебры. Доказательство теоремы о разложении многочлена с комплексными коэффициентами на линейные множители.
42. Формулы Виета.

43. Формулировка леммы о мнимых корнях многочлена с вещественными коэффициентами. Доказательство теоремы о разложении на неприводимые множители многочлена с вещественными коэффициентами.
44. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.
45. Операции над матрицами: сложение, умножение на число, умножение. Доказательство некоммутативности умножения. Доказательство ассоциативности умножения матриц.
46. Транспонирование матрицы, его свойства. Транспонирование произведения матриц (с доказательством).
47. Перестановка. Инверсия. Транспозиция. Формулировка леммы о транспозиции соседних элементов. Доказательство теоремы о транспозиции двух элементов перестановки.
48. Определение определителя. Поведение при транспонировании. Следствие о свойствах строк и столбцов.
49. Линейность определителя.
50. Перестановка строк определителя.
51. Определитель с равными или пропорциональными строками.
52. Добавление к одной строке определителя другой строки, умноженной на число.
53. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о связи между ними.
54. Разложение определителя по строке.
55. Определитель треугольной матрицы.
56. Обратная матрица. Теорема о её существовании. Формула для обратной матрицы.
57. Свойства обратной матрицы. Доказательство формулы для обратной к произведению матриц.
58. Матричная запись системы линейных уравнений. Критерий существования и единственности решения квадратной системы.
59. Доказательство формул Крамера.
60. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса.
61. Определение линейного пространства. Примеры. Координатное пространство.
62. Отличительный признак подпространства.
63. Линейная оболочка как подпространство.
64. Определения линейно зависимой, линейно независимой совокупностей векторов. Выражение вектора через другие векторы линейно зависимой совокупности.
65. Теорема об избыточном векторе.
66. Теорема о линейной зависимости линейных комбинаций.
67. Определение базиса. Определение координат вектора, доказательство их единственности.
68. Доказательство линейности координат вектора.
69. Определение размерности. Теорема о базисе в  $n$ -мерном пространстве.
70. Теорема о размерности пространства с данным базисом.
71. Теорема о базисе и размерности подпространства.
72. Теорема о размерности линейной оболочки.
73. Замена базиса: матрица перехода, доказательство её невырожденности.
74. Замена базиса: преобразование координат вектора.
75. Пересечение подпространств как подпространство.
76. Сумма подпространств как наименьшее подпространство, содержащее слагаемые.
77. Теорема о единственности разложения вектора из суммы подпространств.
78. Формула Грассмана.
79. Определение ранга матрицы. Теорема о базисном миноре. Следствия.
80. Вычисление ранга матрицы с помощью окаймляющих миноров.
81. Теорема о вычислении ранга матрицы методом Гаусса.
82. Теорема о существовании ненулевого решения однородной системы линейных уравнений.
83. Теорема о размерности пространства решений однородной системы. Фундаментальная совокупность решений.

84. Теорема Кронекера-Капелли.
85. Теорема о множестве решений неоднородной системы линейных уравнений.
86. Линейное отображение и его матрица.
87. Действие матрицы линейного отображения на координаты вектора.
88. Преобразование матрицы линейного отображения при замене базисов.
89. Теорема о размерности ядра и образа линейного отображения.
90. Изоморфизм линейных пространств. Изоморфность как отношение эквивалентности (доказательство симметричности).
91. Теорема о построении изоморфизма.
92. Классификация конечномерных линейных пространств.
93. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора, их нахождение. Теорема о корнях характеристического многочлена.
94. Теорема о приведении матрицы линейного отображения к простейшему виду.
95. Критерий диагонализуемости линейного оператора.
96. Линейная независимость собственных векторов, отвечающих различным собственным значениям.
97. Диагонализуемость оператора с простым спектром.
98. Определение евклидова (унитарного) пространства. Примеры.
99. Неравенство Коши-Буняковского.
100. Ортогональные векторы. Теорема об ортогонализации.
101. Докажите, что ортогональное дополнение подпространства является подпространством.
102. Пересечение подпространства и его ортогонального дополнения.
103. Разложение пространства в сумму подпространства и его ортогонального дополнения.
104. Определение ортогональной (унитарной) матрицы. Свойства строк и столбцов ортогональной (унитарной) матрицы.
105. Определение изометрии. Классификация конечномерных евклидовых (унитарных) пространств.
106. Определение сопряжённого оператора. Теорема о матрицах сопряжённых операторов.
107. Определение инвариантного подпространства. Теорема об инвариантности ортогонального дополнения относительно сопряжённого оператора.
108. Теорема о собственных значениях эрмитовой матрицы.
109. Ортогональность собственных векторов, отвечающих различным собственным значениям самосопряжённого оператора.
110. Диагонализуемость самосопряжённого оператора.
111. Определение квадратичной формы. Преобразование матрицы квадратичной формы при замене базиса.
112. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.
113. Закон инерции квадратичных форм.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена

Оценка	Критерии оценивания
	дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Веселов А. П. Лекции по аналитической геометрии : учебное пособие / Веселов А. П., Троицкий Е. В. - Москва : МЦНМО, 2017. - 152 с. - Допущено УМО по классическому университетскому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям 01.03.01 Математика, 01.03.04 Механика и математическое моделирование и специальности 01.05.01 Фундаментальная математика и механика. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции МЦНМО - Математика. - ISBN 978-5-4439-3064-0., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=717316&idb=0>.
2. Ильин Владимир Александрович. Аналитическая геометрия : учебник для студентов физ. специальностей и специальности "Прикладная математика". - Изд. 7-е, стер. - М. : Физматлит, 2009. - 224 с. - (Курс высшей математики и математической физики / под ред. А. Н. Тихонова, В. А. Ильина, А. Г. Свешникова ; вып. 3). - ISBN 978-5-9221-0511-8 : 205.00., 11 экз.
3. Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии : [учеб. пособие для мат. и физ. специальностей ун-тов и пед. ин-тов] / под ред. А. С. Феденко. - Минск : Университетское, 1989. - 285, [1] с. : ил. - ISBN 5-7855-0017-5 (в пер.) : 0.90., 51 экз.
4. Фаддеев Д. К. Лекции по алгебре : учебное пособие для вузов / Фаддеев Д. К. - 9-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 416 с. - Допущено Министерством образования и науки РФ в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки и специальностям в области естественно-научных, педагогических и технических наук. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-47249-9., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=868199&idb=0>.
5. Ильин Владимир Александрович. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учеб. для

студентов ун-тов и техн. вузов, обучающихся по специальностям "Математика", "Прикладная математика и информатика" / МГУ им. М. В. Ломоносова. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Проспект : Изд-во Моск. ун-та, 2012. - 400 с. - (Классический университетский учебник). - На тит. л.: Учебник удостоен премии Президента РФ в области образования. - ISBN 978-5-392-02856-6 : 220.00., 34 экз.

6. Алгебра и аналитическая геометрия : [учеб. пособие для мат. специальностей ун-тов и пед. ин-тов : в 2 ч.]. Ч. 2. - Минск : Вышэйшая школа, 1987. - 268, [1] с. - 1.00., 1 экз.

Дополнительная литература:

1. Беклемишев Дмитрий Владимирович. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учеб. для студентов вузов. - Изд. 12-е, испр. - М. : Физматлит, 2009. - 312 с. - ISBN 978-5-9221-0979-6 : 305.00., 19 экз.

2. Цубербиллер О. Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. - Изд. 34-е, стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2009. - 336 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0475-9 : 324.72., 158 экз.

3. Звонилов Виктор Иванович. Аналитическая геометрия. Вопросы : учебно-методическое пособие / В. И. Звонилов ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2024. - 17 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=891981&idb=0>.

4. Звонилов Виктор Иванович. Линейная алгебра. Вопросы : учебно-методическое пособие / В. И. Звонилов ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2024. - 23 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=891982&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=4579>

<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=3243>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки/специальности 11.05.02 - Специальные радиотехнические системы.

Автор(ы): Звонилов Виктор Иванович, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 16.01.2024 г., протокол № №1.