

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол № 15 от 24.12.2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Дискретная оптимизация

---

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
01.03.02 - Прикладная математика и информатика

---

Направленность образовательной программы  
Математическое моделирование и искусственный интеллект

---

Форма обучения  
очная

---

г. Нижний Новгород

2026 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.06.02 Дискретная оптимизация относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции<br>(код, содержание компетенции)  | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции  |   | Наименование оценочного средства   |                               |
|---|--|---|------------------------------------|-------------------------------|
|   | Индикатор достижения компетенции<br>(код, содержание индикатора)   | Результаты обучения по дисциплине   | Для текущего контроля успеваемости | Для промежуточной аттестации  |
| ПК-6: Способен изучать и применять программное обеспечение, проводить расчётные работы и выполнять обработку результатов исследований | <p>ПК-6.1: Знает методы применения современных программных комплексов, пакетов прикладных программ и автоматизированных систем для решения прикладных задач при проведении исследований</p> <p>ПК-6.2: Умеет самостоятельно проводить расчётные работы, выбирать и применять современные программные комплексы, пакеты прикладных программ и автоматизированные системы, обрабатывать и анализировать полученные результаты</p> <p>ПК-6.3: Имеет практический опыт применения современного программного обеспечения для решения прикладных задач</p> | <p>ПК-6.1:<br/>Знание основных методов решения задач дискретной оптимизации и возможностей применения методов дискретной оптимизации в научных и практических целях</p> <p>ПК-6.2:<br/>Умение решать задачи дискретной оптимизации и применять методы дискретной оптимизации в научных и практических целях.</p> <p>ПК-6.3:<br/>Практические навыки решения задач дискретной оптимизации и применения методов дискретной оптимизации.</p> | Контрольная работа                 | Зачёт:<br>Контрольные вопросы |

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1 Трудоемкость дисциплины

|                                 |              |
|---------------------------------|--------------|
|                                 | <b>очная</b> |
| <b>Общая трудоемкость, з.е.</b> | <b>2</b>     |
| <b>Часов по учебному плану</b>  | <b>72</b>    |
| в том числе                     |              |

|  |                          |
|--|--------------------------|
| <b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>                           |                          |
| - занятия лекционного типа   | <b>16</b>                |
| - занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы) | <b>16</b>                |
| - КСР  | <b>1</b>                 |
| <b>самостоятельная работа</b>  | <b>39</b>                |
| <b>Промежуточная аттестация</b>  | <b>0</b><br><b>Зачёт</b> |

### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

| Наименование разделов и тем дисциплины   | Всего (часы) | в том числе  |  |             |   |
|--|--------------|--|--|-------------|---|
|  |              | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них |  |             | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
|  |              | Занятия лекционного типа   | Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы | Всего       |   |
|  | 0<br>Ф<br>0  | 0<br>Ф<br>0  | 0<br>Ф<br>0  | 0<br>Ф<br>0 | 0<br>Ф<br>0                               |
| Задача групповой минимизации. Методы отсечений   | 27           | 6  | 6  | 12          | 15  |
| Выпуклая оболочка целочисленных решений системы линейных уравнений, неравенств и сравнений | 20           | 4  | 4  | 8           | 12  |
| Метод Ленстры. Приведенный базис решетки.  | 24           | 6  | 6  | 12          | 12  |
| Аттестация   | 0            |  |  |             |   |
| КСР  | 1            |  |  | 1           |   |
| Итого  | 72           | 16   | 16   | 33          | 39  |

#### Содержание разделов и тем дисциплины

1. Задача групповой минимизации. Решение ЗГМ методом динамического программирования. Формирование ЗГМ в общей ЗЦЛП.
2. Методы отсечений. Полностью целочисленные алгоритмы отсечений.
3. Эффективные методы построения унимодулярной базы. Гибридные алгоритмы. Метод ветвей и границ.
4. Выпуклая оболочка целочисленных решений системы линейных неравенств.
5. Вершины и фасеты в угловом полиэдре Гомори.
6. Верхние и нижние оценки числа вершин в неявно заданных целых полиэдрах.
7. Полиномиальный алгоритм нахождения ребер неявно заданного целого полиэдра на плоскости.
8. Задача о рюкзаке. Оценки числа вершин. Точные и приближенные методы решения Свойство периодичности.
9. Полиномиальный алгоритм нахождения рационального решения системы линейных неравенств.
10. Приведенный базис целочисленной решетки. Алгоритм LLL. Алгоритм Ленстры.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Лекции по дискретной оптимизации.

#### 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

##### 5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-6:

Для ЗЦЛП  $\max\{cx \mid Ax = b, x \geq 0, x - \text{целочисленный вектор}\}$  построить соответствующую задачу групповой минимизации(ЗГМ) и решить ЗГМ методом динамического программирования.

Каждый студент получает свой комплект данных

$$c = (0, -2, 5, -2, -1), \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 & 1 & -2 \\ -3 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

например,

##### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

| Оценка     | Критерии оценивания  |
|------------|--|
| зачтено    | умение использовать отдельные приемы при наличии незначительных ошибок |
| не зачтено | поверхностные сведения о предмете, грубые ошибки, неверные ответы.     |

#### 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

##### Шкала оценивания сформированности компетенций

| Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | плохо      | неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо  | очень хорошо | отлично | превосходно |
|--|------------|---------------------|-------------------|---------|--------------|---------|-------------|
|  | не зачтено |                     |                   | зачтено |              |         |             |

|               |   |  |  |   |  |   |  |
|---------------|---|--|--|---|--|---|--|
| <u>Знания</u> | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки                          | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок   | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок   | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок                              | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.  | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.   |
| <u>Умения</u> | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа              | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки | Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| <u>Навыки</u> | Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа                | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки  | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами                                      | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами   | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов   | Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов  | Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач  |

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

| Оценка  |                          | Уровень подготовки   |
|---------|--------------------------|--|
| зачтено | <b>превосходно</b>       | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой |
|         | <b>отлично</b>           | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».  |
|         | <b>очень хорошо</b>      | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»  |
|         | <b>хорошо</b>            | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».   |
|         | <b>удовлетворительно</b> | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»                                     |

|            |                     |  |
|------------|---------------------|--|
| не зачтено | неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно». |
|            | плохо               | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»                |

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-6

1. Задача групповой минимизации. Решение ЗГМ методом динамического программирования. Формирование ЗГМ в общей ЗЦЛП.
2. Методы отсечений. Полностью целочисленные алгоритмы отсечений.
3. Эффективные методы построения унимодулярной базы. Гибридные алгоритмы. Метод ветвей и границ.
4. Выпуклая оболочка целочисленных решений системы линейных неравенств.
5. Вершины и фасеты в угловом полиэдре Гомори.
6. Верхние и нижние оценки числа вершин в неявно заданных целых полиэдрах.
7. Полиномиальный алгоритм нахождения ребер неявно заданного целого полиэдра на плоскости.
8. Задача о рюкзаке. Оценки числа вершин. Точные и приближенные методы решения Свойство периодичности.
9. Полиномиальный алгоритм нахождения рационального решения системы линейных неравенств.
10. Приведенный базис целочисленной решетки. Алгоритм LLL. Алгоритм Ленстры.

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

| Оценка     | Критерии оценивания   |
|------------|---|
| зачтено    | Компетенция ПК-6 сформирована на уровне не ниже «удовлетворительно»         |
| не зачтено | Уровень формирования компетенции ПК-6 оценивается как «неудовлетворительно» |

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Шевченко Валерий Николаевич. Линейное и целочисленное линейное программирование / ННГУ . - Н. Новгород : Изд-во Нижегород. гос. ун-та, 2005. - 160 с. - 26.00., 4 экз.
2. Шевченко Валерий Николаевич. Качественные вопросы целочисленного программирования. - М. : Наука, 1995. - 192 с. - б/п., 64 экз.

Дополнительная литература:

1. Ху Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях / пер. с англ. П. Л. Бузыцкого [и др.] ;

[и с предисл.] А. А. Фридмана. - М. : Мир, 1974. - 519 с. : с черт. - 2.14., 1 экз.

2. Трушков А. С. Исследование операций. Том 2. Задачи транспортного типа. Сетевое и целочисленное программирование / Трушков А. С. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 380 с. - Книга из коллекции Лань - Информатика. - ISBN 978-5-8114-9536-8.,  
<https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=804154&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Изд-во Лань (<https://e.lanbook.com/book>)

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Веселов Сергей Иванович, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 17.12.2025, протокол № №6.