

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 15 от 24.12.2025 г.

Рабочая программа дисциплины

Введение в нелинейную динамику

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Направленность образовательной программы
Математическое моделирование и искусственный интеллект

Форма обучения
очная

г. Нижний Новгород

2026 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.05.05 Введение в нелинейную динамику относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-13: Способен участвовать в исследовании математических моделей в естественных науках и технике	<p>ПК-13.1: Знает методы создания, анализа и исследования математических моделей в естественных науках и технике</p> <p>ПК-13.2: Знает математические методы обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований</p> <p>ПК-13.3: Умеет корректно использовать методы создания, анализа и исследования математических моделей, умеет применять численные и аналитические методы решения базовых математических задач и классических задач естествознания в практической деятельности</p> <p>ПК-13.4: Владеет навыками использования математических методов обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований</p>	<p>ПК-13.1: Знает: основные термины, понятия и методы нелинейной динамики, применяемые для анализа и исследования поведения конкретных динамических объектов, основные бифуркации нелинейных динамических систем и механизмы перехода к хаотическим режимам, приемы исследования динамики нелинейных систем второго порядка</p> <p>ПК-13.2: Знает основные положения, качественные методы и подходы нелинейной динамики, основные бифуркации нелинейных динамических систем и механизмы перехода к хаотическим режимам.</p> <p>ПК-13.3: Умеет: использовать методы и приемы нелинейной динамики при решении конкретных задач динамики систем, планировать вычислительный эксперимент на ЭВМ</p> <p>ПК-13.4: Владеет основными методами</p>	Собеседование Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы Задачи

		и представлениями нелинейной динамики и технологией вычислительного эксперимента при проведении исследований динамики конкретных объектов и систем.		
--	--	---	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	3
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	2
самостоятельная работа	22
Промежуточная аттестация	36 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	
Введение. Математическое моделирование в исследовании нелинейной динамики	5	1	2	3	2
Основные понятия нелинейной динамики. Устойчивость состояний равновесия и периодических движений	21	6	10	16	5
Бифуркации, качественные методы и приемы исследования нелинейных динамических систем.	21	6	10	16	5
Компьютерное моделирование в исследовании нелинейных динамических систем	23	3	10	13	10
Аттестация	36				

КСР	2			2	
Итого	108	16	32	50	22

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Понятие устойчивости движения. Анализ локальной устойчивости состояний равновесия динамических систем. Теорема Гробмана-Хартмана.
2. Исследование устойчивости состояний равновесия с использованием метода функций Ляпунова.
3. Динамические системы первого порядка.
4. Типы состояний равновесия в двумерных динамических системах. Разбиение плоскости параметров характеристического уравнения по типу его корней.
5. Устойчивость периодических движений динамических систем второго порядка.
6. Метод точечных преобразований для исследования предельных циклов динамических систем второго порядка.
7. Устойчивость периодических движений многомерных динамических систем. Мультипликаторы периодических движений. Седловые предельные циклы.
8. Устойчивость непериодических движений многомерных динамических систем. Показатели Ляпунова.
9. Бифуркации состояний равновесия автономных динамических систем второго порядка: седло-узловая бифуркация, бифуркация рождения предельного цикла (бифуркация Андронова-Хопфа).
10. «Безопасные» и «опасные» границы области устойчивости состояния равновесия.
11. Бифуркации автономных динамических систем второго порядка: сепаратрисные связки и петли сепаратрис.
12. Бифуркация двойного предельного цикла в автономных динамических системах второго порядка.
13. Бифуркация петли сепаратрисы седло-узла в автономных динамических системах второго порядка.
14. Применение метода точечных преобразований для анализа бифуркации двойного предельного цикла в автономных динамических системах второго порядка.
15. Анализ устойчивости периодических движений многомерных динамических систем (на примере системы с трехмерным фазовым пространством).
16. Применение метода точечных отображений для исследования устойчивости периодических движений в многомерных динамических системах.
17. Устойчивость неподвижной точки отображения Пуанкаре, типы бифуркаций неподвижной точки при переходе через границы области устойчивости.
18. Седло-узловая бифуркация периодических движений многомерных динамических систем.
19. Переход к хаотическому поведению в многомерных динамических системах через перемежаемость I типа.
20. Суперкритическая бифуркация удвоения периода предельного цикла в многомерных динамических системах.
21. Переход к хаотическому поведению в многомерных динамических системах через последовательность бифуркаций удвоения периода.
22. Субкритическая бифуркация удвоения периода предельного цикла в многомерных динамических системах. Переход к хаотическому поведению через перемежаемость III типа
23. Бифуркация рождения двумерного тора в многомерных динамических системах. Резонансные предельные циклы и квазипериодические движения. Физическая интерпретация возникающих режимов.
24. Субкритическая бифуркация двумерного тора в многомерных динамических системах. Переход к хаотическому поведению через перемежаемость II типа.
25. Нелокальные бифуркации многомерных динамических систем: бифуркация петли сепаратрисы седло-узла, бифуркация петли сепаратрисы седло-фокуса.
26. Сценарии перехода к хаотическому поведению: каскад бифуркаций удвоения периода, разрушение двумерного тора, перемежаемость.

27. Приемы исследования динамических систем второго порядка: критерий отсутствия предельных циклов, циклы без контакта, поворот векторного поля
28. Метод малого параметра (метод Понтрягина) исследования предельных циклов в системах, близких к нелинейным консервативным системам.
29. Нелинейный осциллятор: построение фазового портрета консервативного нелинейного осциллятора, период колебаний, неизохронность.
30. Одномерные отображения (неподвижные точки и их устойчивость, бифуркации).
31. Логистическое отображение.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:
Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Качественные методы нелинейной динамики-1, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=5417>.

Иные учебно-методические материалы:

1. Некоркин Владимир Исаакович. Лекции по основам теории колебаний : учеб. пособие для студентов ННГУ, специализирующихся в области радиофизики, приклад. математики и мат. моделирования / ННГУ. - Н. Новгород : Изд-во ННГУ, 2012. - 311 с. - ISBN 978-5-91326-230-1 : 162.13.
2. Горяченко Вадим Демьянович. Элементы теории колебаний : учеб. пособие для вузов. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Высшая школа, 2001. - 395 с. - ISBN 5-06-004166-2 : 80.85.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-13:

1. Определение динамической системы.
2. Понятие состояния и пространства состояний динамических систем.
3. Понятие эволюционного оператора и фазовой траектории.
4. Основные классы динамических систем.
5. Понятие аттрактора динамической системы.
6. Дайте определение области притяжения аттрактора.
7. Типы аттракторов двумерных динамических систем.
8. Понятие бифуркации динамических систем.

9. Понятие устойчивости движения. Определение устойчивости по Ляпунову. Понятие асимптотической устойчивости, орбитной устойчивости, устойчивости по Пуассону.
10. Как проводится локальный анализ устойчивости состояний равновесия?
11. Теорема Гробана-Хартмана. Понятие топологической эквивалентности динамических систем.
12. Теорема Ляпунова об устойчивости состояния равновесия по первому приближению. Устойчивость состояний равновесия «в большом» и «в целом».
13. Критерий устойчивости Рауса-Гурвица.
14. Исследование устойчивости состояний равновесия с использованием метода функций Ляпунова.
15. Типы состояний равновесия в динамических системах второго порядка. Диаграмма разбиения плоскости корней характеристического уравнения на области с различным типом состояний равновесия в динамических системах второго порядка.
16. Дайте определение характеристического показателя предельного цикла в динамических системах второго порядка и сформулируйте условие устойчивости предельного цикла.
17. Метод точечных преобразований для исследования предельных циклов двумерных динамических систем.
18. Теорема Кенигса об устойчивости неподвижной точки точечного преобразования отрезка без контакта в себя. Диаграмма Ламерея.
19. Условие устойчивости предельного цикла в многомерных динамических системах.
20. Дайте определение ляпуновского характеристического показателя.
21. Понятие грубости динамических систем. Негрубые траектории в динамических системах второго порядка. Перечислите простейшие бифуркации в динамических системах второго порядка.
22. Охарактеризуйте бифуркацию седло-узловое состояние равновесия предельного цикла динамических систем второго порядка.
23. Опишите бифуркацию Андронова-Хопфа. Понятия «безопасной» и «опасной» области устойчивости состояния равновесия.
24. Опишите бифуркацию петли сепаратрисы в динамических системах второго порядка.
25. Опишите бифуркацию двойного предельного цикла в динамических системах второго порядка.
26. Поясните метод исследования устойчивости периодических движений в многомерных динамических системах на примере трехмерной динамической системы.
27. Объясните понятия матрицы монодромии и мультипликатора предельного цикла.
28. Теорема об устойчивости периодического движения в многомерных динамических системах.
29. Понятие отображения Пуанкаре секущей поверхности в себя. Кратные неподвижные точки отображения Пуанкаре. Устойчивость неподвижной точки отображения Пуанкаре.
30. Типы бифуркаций неподвижных точек отображения Пуанкаре и соответствующих им предельных циклов.

31. Изобразите область устойчивости неподвижной точки отображения Пуанкаре на плоскости (C, J) коэффициентов характеристического уравнения $r^2 - Cr + J = 0$ и поясните характер бифуркаций при переходе через границы области устойчивости.

32. Опишите седло-узловую бифуркацию предельного цикла.

33. Опишите бифуркацию удвоения периода предельного цикла.

34. Опишите бифуркацию рождения двумерного тора из предельного цикла.

35. Опишите бифуркацию потери симметрии.

36. Изобразите зависимость фазовой переменной от времени для двухчастотного колебательного движения. Когда оно будет периодическим, и когда – квазипериодическим?

37. Поясните механизм перехода к хаосу через перемежаемость.

38. Поясните механизм перехода к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода.

39. Поясните механизм возникновения хаоса через разрушение двумерного тора.

40. Опишите приемы качественного исследования нелинейных динамических систем второго порядка (критерий Бендиксона–Дюлака, метод циклов без контакта, поворот векторного поля).

41. Опишите алгоритм построения фазового портрета консервативных динамических систем второго порядка.

42. Опишите бифуркации одномерных отображений.

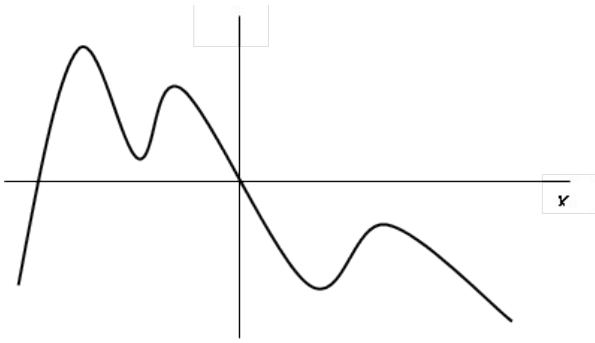
Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Уровень и полнота освоения учебного материала позволяет обучающемуся давать верные ответы на 80-100% заданий
не зачтено	Количество правильно данных ответов меньше 80% (от 0 до 79%)

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-13:

Вариант 1

Задание 1. Построить фазовый портрет нелинейного осциллятора с потенциалом $V(x)$ вида



Задание 2. Для системы

$$dx/dt = y,$$

$$dy/dt = -(1 - rs)x - (r - s)y$$

построить на плоскости (r, s) области, соответствующие различным типам состояний равновесия.

Задание 3. Динамическая система

$$dx/dt = y,$$

$$dy/dt = g - ly - \sin x$$

при некоторых значениях параметров g и l имеет предельный цикл. Определите характер устойчивости этого цикла.

Задание 4. При каких значениях параметров r и m динамическая система

$$dx/dt = r - \cos x,$$

$$dy/dt = 2r(l - \sin x - my)$$

не имеет предельных циклов.

Вариант 2

Задание 1. Найти состояния равновесия системы уравнение

$$\frac{dx}{dt} = \sin x, \quad \frac{dy}{dt} = \sin y$$

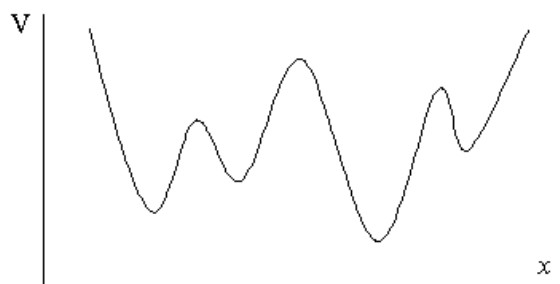
и определить характер состояний равновесия.

Задание 2. Динамическая система

$$dx/dt = y, \quad dy/dt = g - (l + b \cos x)y - \sin x$$

имеет при некоторых значениях параметров g, l, b петлю сепаратрис седла. Каков характер устойчивости предельного цикла, который может родиться от этой петли?

Задание 3. Построить фазовый портрет нелинейного осциллятора с потенциалом $V(x)$ вида



Задание 4. При каких значениях параметров Γ и m динамическая система

$$dx/dt = r - \sin x,$$

$$dy/dt = 4r(1 - 2\cos x - my)$$

не имеет предельных циклов, используя функцию $V(x) = (bx^2 + ay^2)/2$

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Работа выполнена полностью. Нет ошибок в логических рассуждениях. Студент показал полный объем знаний, умений в освоении пройденных тем и применение их на практике.
отлично	Работа выполнена полностью. Нет ошибок в логических рассуждениях. Возможно наличие одной неточности или описки, не являющихся следствием незнания или непонимания учебного материала. Студент показал полный объем знаний, умений в освоении пройденных тем и применение их на практике.
очень хорошо	Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны.
хорошо	Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны. Допущена одна ошибка или два-три недочета.
удовлетворительно	Допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов.
неудовлетворительно	Работа выполнена не полностью. Допущены грубые ошибки.
плохо	Не выполнено ни одного задания или работа не сдана.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
--------	--------------------

зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-13

1. Понятие устойчивости движения. Анализ локальной устойчивости состояний равновесия динамических систем. Теорема Гробмана-Хартмана.
2. Исследование устойчивости состояний равновесия с использованием метода функций Ляпунова.
3. Динамические системы первого порядка.
4. Типы состояний равновесия в двумерных динамических системах. Разбиение плоскости параметров характеристического уравнения по типу его корней.
5. Устойчивость периодических движений динамических систем второго порядка.
6. Метод точечных преобразований для исследования предельных циклов динамических систем второго порядка.
7. Устойчивость периодических движений многомерных динамических систем. Мультипликаторы периодических движений. Седловые предельные циклы.
8. Устойчивость непериодических движений многомерных динамических систем. Показатели Ляпунова.
9. Бифуркации состояний равновесия автономных динамических систем второго порядка: седло-узловая бифуркация, бифуркация рождения предельного цикла (бифуркация Андронова-Хопфа).
10. «Безопасные» и «опасные» границы области устойчивости состояния равновесия.
11. Бифуркации автономных динамических систем второго порядка: сепаратрисные связки и петли сепаратрис.

12. Бифуркация двойного предельного цикла в автономных динамических системах второго порядка.
13. Бифуркация петли сепаратрисы седло-узла в автономных динамических системах второго порядка.
14. Применение метода точечных преобразований для анализа бифуркации двойного предельного цикла в автономных динамических системах второго порядка.
15. Анализ устойчивости периодических движений многомерных динамических систем (на примере системы с трехмерным фазовым пространством).
16. «Безопасные» и «опасные» границы области устойчивости состояния равновесия.
17. Применение метода точечных преобразований для анализа бифуркации двойного предельного цикла в автономных динамических системах второго порядка.
18. Анализ устойчивости периодических движений многомерных динамических систем (на примере системы с трехмерным фазовым пространством).
19. Применение метода точечных отображений для исследования устойчивости периодических движений в многомерных динамических системах.
20. Устойчивость неподвижной точки отображения Пуанкаре, типы бифуркаций неподвижной точки при переходе через границы области устойчивости.
21. Седло-узловая бифуркация периодических движений многомерных динамических систем.
22. Переход к хаотическому поведению в многомерных динамических системах через перемежаемость I типа.
23. Суперкритическая бифуркация удвоения периода предельного цикла в многомерных динамических системах.
24. Переход к хаотическому поведению в многомерных динамических системах через последовательность бифуркаций удвоения периода.
25. Субкритическая бифуркация удвоения периода предельного цикла в многомерных динамических системах. Переход к хаотическому поведению через перемежаемость III типа.
26. Бифуркация рождения двумерного тора в многомерных динамических системах. Резонансные предельные циклы и квазипериодические движения. Физическая интерпретация возникающих режимов.
27. Субкритическая бифуркация двумерного тора в многомерных динамических системах. Переход к хаотическому поведению через перемежаемость II типа.
28. Нелокальные бифуркации многомерных динамических систем: бифуркация петли сепаратрисы седло-узла, бифуркация петли сепаратрисы седло-фокуса.
29. Сценарии перехода к хаотическому поведению: каскад бифуркаций удвоения периода, разрушение двумерного тора, перемежаемость.
30. Приемы исследования динамических систем второго порядка: критерий отсутствия предельных циклов, циклы без контакта, поворот векторного поля. 3.11.2. Метод малого параметра (метод Понтрягина) исследования предельных циклов в системах, близких к нелинейным консервативным системам.
31. Нелинейный осциллятор: построение фазового портрета консервативного нелинейного осциллятора, период колебаний, неизохронность.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Дан полный, развернутый ответ на контрольный вопрос (вопросы), показана

Оценка	Критерии оценивания
	<p>совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные его признаки, причинно-следственные связи. Студент демонстрирует глубокие и прочные знания материала по заданным вопросам, исчерпывающе и последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, полно и аргументировано отвечает на дополнительные вопросы, делает самостоятельные выводы, умозаключения, демонстрирует кругозор, используя материал из дополнительных источников, интернет ресурсов. Сообщение носит исследовательский характер.</p>
отлично	<p>Дан полный, развернутый ответ на контрольный вопрос (вопросы), показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные его признаки, причинно-следственные связи. Студент демонстрирует глубокие и прочные знания материала по заданным вопросам, исчерпывающе и последовательно, грамотно и логически стройно его излагает.</p>
очень хорошо	<p>Дан полный, развернутый ответ на контрольный вопрос (вопросы), показана совокупность осознанных знаний об объекте, доказательно раскрыты основные положения дисциплины; в ответе прослеживается четкая структура, логическая последовательность, отражающая сущность раскрываемых понятий, теорий, явлений. Студент твердо знает материал по заданным вопросам, грамотно и последовательно его излагает, но допускает несущественные неточности в определениях</p>
хорошо	<p>Дан полный, но недостаточно последовательный ответ на контрольный вопрос (вопросы), но при этом показано умение выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Ответ логичен и изложен в терминах науки. Студент владеет знаниями только по основному материалу, но не знает отдельных деталей и особенностей, допускает неточности и испытывает затруднения с формулировкой определений.</p>
удовлетворительно	<p>Дан недостаточно полный и недостаточно развернутый ответ. Логика и последовательность изложения имеют нарушения. Допущены ошибки в раскрытии понятий, употреблении терминов. Обучающийся не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Обучающийся может конкретизировать обобщенные знания, доказав на примерах их основные положения только с помощью преподавателя. Студент знает только отдельные моменты, относящиеся к заданным вопросам, слабо владеет понятийным аппаратом, нарушает последовательность в изложении материала.</p>
неудовлетворительно	<p>Дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса с существенными ошибками в определениях. Присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения. Обучающийся не осознает связь данного понятия, теории, явления с другими объектами дисциплины. Отсутствуют выводы, конкретизация и доказательность изложения. Речь</p>

Оценка	Критерии оценивания
	неграмотная. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа обучающегося не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы темы.
плохо	Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-13

Задачи 1. Построить фазовые портреты систем:

$$\frac{dx}{dt} = x^3 - ax^2 - 2a^2x, a > 0,$$

$$\frac{dx}{dt} = x^4 + 2x^2 + 1 - b,$$

$$\frac{dx}{dt} = ax^3 - bx, a > 0$$

в зависимости от параметров a и b .

Задача 2. Исследовать число и устойчивость состояний равновесия динамической системы

$$\frac{dx}{dt} = -(x^3 - \alpha x + \mu)$$

Задача 3. Найти состояния равновесия и проанализировать их устойчивость в зависимости от параметров m и g в системе

$$\frac{dx}{dt} = mx + y - xz, \quad \frac{dy}{dt} = -x, \quad \frac{dz}{dt} = -gz + gx$$

Задача 4. Исследовать устойчивость нулевого положения равновесия системы

$$\frac{dx}{dt} = ay + mx^3 + x^5, \quad \frac{dy}{dt} = -bx + ny^3, \quad \text{где } \underline{a, b, m, n} > 0,$$

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Работа выполнена полностью. Нет ошибок в логических рассуждениях. Студент показал полный объем знаний, умений в освоении пройденных тем и применение их на практике.
отлично	Работа выполнена полностью. Нет ошибок в логических рассуждениях. Возможно наличие одной неточности или описки, не являющихся следствием незнания или непонимания учебного материала. Студент показал полный объем знаний, умений в освоении пройденных тем и применение их на практике.

Оценка	Критерии оценивания
очень хорошо	Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны.
хорошо	Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны. Допущена одна ошибка или два-три недочета.
удовлетворительно	Допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов.
неудовлетворительно	Работа выполнена не полностью. Допущены грубые ошибки.
плохо	Не выполнено ни одного задания или работа не сдана.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Некоркин Владимир Исаакович. Лекции по основам теории колебаний : учеб. пособие для студентов ННГУ, специализирующихся в области радиофизики, приклад. математики и мат. моделирования / ННГУ. - Н. Новгород : Изд-во ННГУ, 2012. - 311 с. - ISBN 978-5-91326-230-1 : 162.13., 148 экз.
2. Горяченко Вадим Демьянович. Элементы теории колебаний : учеб. пособие для вузов. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Высшая школа, 2001. - 395 с. - ISBN 5-06-004166-2 : 80.85., 2 экз.
3. Горяченко Вадим Демьянович. Сборник задач по теории колебаний : учеб. пособие / ГГУ им. Н. И. Лобачевского. - Горький : ГГУ, 1982. - 79 с. : ил. - 0.10., 4 экз.
4. Анищенко В. С. Знакомство с нелинейной динамикой : лекции соровского профессора : учеб. пособие. - М. ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2002. - 144 с. - ISBN 5-93972-116-8 : 88.30., 1 экз.

Дополнительная литература:

1. Андронов Александр Александрович. Теория колебаний / с предисл. Л. И. Мандельштама. - 2-е изд. - М. : Наука, 1981. - 568 с. : ил. - 2.60., 274 экз.
2. Шустер Гейнц Георг. Детерминированный хаос : Введение / пер. с англ. Ф. М. Израйлева [и др.] ; под ред. А. В. Гапонова-Грехова, М. И. Рабиновича. - М. : Мир, 1988. - 240 с. : ил. - 2.60., 3 экз.
3. Неймарк Ю. И. Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний. - М. : Наука, 1972. - 471 с. - 1.89., 51 экз.
4. Неймарк Юрий Исаакович. Динамические системы и управляемые процессы. - М. : Наука, 1978. - 336 с. : ил. - 1.50., 40 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Для реализации программы данного курса специальное программное обеспечение не требуется.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Никифорова Ирина Владимировна, кандидат физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Иванченко Михаил Васильевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 17.12.2025, протокол № №6.