

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол № 15 от 24.12.2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Численные методы

---

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
01.03.02 - Прикладная математика и информатика

---

Направленность образовательной программы  
Математическое моделирование и искусственный интеллект

---

Форма обучения  
очная

---

г. Нижний Новгород

2026 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.15 Численные методы относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1.2: Умеет использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности, осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний ОПК-1.3: Имеет практический опыт применения фундаментальных знаний, полученных в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: ОПК-1.1: Знает постановки задач дисциплины «Численные методы», понятийный аппарат и утверждения, основные приемы и формулы, подходы к изучению аппроксимации, устойчивости, сходимости: – основы теории погрешности и теории приближения Знает постановки модельных задач дисциплины «Численные методы», их прикладное значение, этапы построения численной модели и проведения численного эксперимента  функций (интерполяция, поиск элементов наилучшего приближения); – методы численного дифференцирования и интегрирования; – методы решения задач линейной алгебры, условия сходимости итерационных процессов, итерационные методы решения нелинейных уравнений и систем; – методы численного решения задачи Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем; – методы	Отчет по лабораторным работам Практическое задание Проект Доклад Собеседование	Зачёт: Контрольные вопросы Доклад  Экзамен: Контрольные вопросы Задания

численного решения  
стационарных и  
нестационарных задач  
математической физики,  
включая нелинейные задачи.

**ОПК-1.2:**

На примере модельных задач  
дисциплины «Численные  
методы» умеет провести  
эксперимент по проверке  
корректной реализации  
алгоритмов, обосновать  
аппроксимацию,  
устойчивость, сходимость,  
исследовать эффективность  
численного метода:  
умеет формулировать  
постановку модельных задач;  
исследовать корректность  
численной модели;  
эффективность и сходимость  
метода, анализировать  
(оценивать) погрешность;  
умеет ставить цели  
численного исследования,  
разрабатывать программную  
реализацию; проводить  
вычислительный эксперимент

**ОПК-1.3:**

Владеет навыками  
алгоритмизации и реализации  
численных методов решения  
задач на ЭВМ, средствами  
визуализации результатов  
расчетов и методами анализа  
результатов.

Владеет навыками  
разработки и применения  
программных систем,  
поддерживающих спектр  
экспериментальных  
возможностей для изучения  
как свойств метода, так и  
свойств моделируемых  
объектов.

Владеет навыками численного  
решения математических  
задач, требующих  
комплексного подхода при  
подборе численных методов и

		проведении вычислительного эксперимента.		
--	--	--	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>6</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>216</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>96</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>32</b>
- КСР	<b>3</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>49</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>36</b> <b>Экзамен, Зачёт</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	
1.. Введение в предмет. Основы представления вещественных чисел в машинной арифметике. Сплайн-интерполяция. Организация и проведение вычислений, разработка и программная реализация алгоритмов. Разработка программных средств поддержки вычислительного эксперимента.	42	24	8	32	10
2. Численные методы линейной алгебры. Аппарат исследования. Обусловленность линейных систем, вытекающие свойства. Итерационные методы линейной алгебры: методы простой итерации и минимальных невязок. Свойства полиномов Чебышева и оптимизация параметров метода. Сопряженные направления и метод сопряженных градиентов. Численные методы решения полной и частичной проблемы собственных чисел. Организация и проведение вычислений, разработка и программная реализация алгоритмов. Разработка программных средств поддержки вычислительного эксперимента. Подготовка студентов к выполнению проекта.	42	24	8	32	10
3. Интерполяция, численное дифференцирование и интегрирование. Построение и вопросы сходимости. Структура общей погрешности.	45	24	8	32	13

Организация адаптивных вычислений на неравномерных сетках. Контроль вычислительной погрешности					
4. Численные методы, основанные на решении задач оптимизации. Наилучшие приближения в гильбертовых пространствах, обработка экспериментальных данных, экономизация степенных рядов. Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений вариационно-проекционными методами (методы Бубнова-Галеркина, коллокаций, наименьших квадратов, Рунге). Представление об МКЭ (методе конечных элементов). Вычислительные аспекты МКЭ.	48	24	8	32	16
5. Численные методы решения нелинейных уравнений, систем нелинейных уравнений и квазилинеаризация разностных схем (нелинейное уравнение теплопроводности, Модельная задача VIII). Вычислительный эксперимент как метод исследования сложных систем	0			0	
Аттестация	36				
КСР	3			3	
Итого	216	96	32	131	49

### Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Введение в предмет. Основы представления вещественных чисел в машинной арифметике.

Сплайн-интерполяция. Организация и проведение вычислений, разработка и программная реализация алгоритмов. Разработка программных средств поддержки вычислительного эксперимента. (синхронизирована с Темой 6 дисциплины "Численные методы")

Тема 2. Численные методы линейной алгебры. Аппарат исследования. Обусловленность линейных систем, вытекающие свойства. Итерационные методы линейной алгебры: методы простой итерации, минимальных невязок, свойства полиномов Чебышева и оптимизация параметров. Метод сопряженных градиентов. Численные методы решения полной и частичной проблемы собственных чисел.

Организация и проведение вычислений, разработка и программная реализация алгоритмов. Разработка программных средств поддержки вычислительного эксперимента. Подготовка студентов к выполнению проекта (синхронизирована с Темой 7 дисциплины "Численные методы").

Тема 3. Интерполяция полиномами, численное дифференцирование и интегрирование. Организация адаптивных вычислений на неравномерных сетках. Контроль вычислительной погрешности (синхронизирована с Темой 8 дисциплины "Численные методы").

Тема 4. Численные методы, основанные на решении задач оптимизации. Наилучшие приближения, обработка экспериментальных данных, решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений вариационно-проекционными методами. Представление об МКЭ (метод конечных элементов), (синхронизирована с Темой 9 дисциплины "Численные методы"). Вычислительные аспекты МКЭ.

Тема 5. Численные методы решения нелинейных уравнений, систем нелинейных уравнений и квазилинеаризация разностных схем (нелинейное уравнение теплопроводности, Модельная задача VIII). Вычислительный эксперимент как метод исследования сложных систем (синхронизирована с Темой 10 дисциплины "Численные методы").

### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются: Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

"Численные методы" – Весна-1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6; "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6.", <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815>;  
<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135>.

Иные учебно-методические материалы:

Пояснительная записка

Дисциплина «Практикум по численным методам» синхронизирована с дисциплиной "Численные методы".

Контроль текущей успеваемости по дисциплине "Практикум по численным методам" осуществляется на основе:

- 1) практических заданий;
- 2) лабораторных работ (и отчетов к ним);
- 3) выполнения проекта (программная реализация метода и вычислительный эксперимент);

Выполнение указанных заданий является необходимым условием прохождения промежуточной аттестации (Семестр 6, зачет).

На основе решенных в семестре практических заданий (выборка из 3 – 5 задач) и результатов проекта студент готовит доклад.

Контрольные вопросы (семестр 6) и доклад выносятся на зачет.

Основные требования к программам:

- программа должна быть написана студентом на алгоритмическом языке высокого уровня;
- код, реализующий численный метод, должен быть подготовлен студентом самостоятельно;
- программа и способ работы с ней должны быть пригодны для организации вычислительного эксперимента, в том числе проверки корректной реализации метода, изучения свойств моделируемого) объекта.

Часть заданий лабораторного практикума выполняются на программах-тренажерах.

При выполнении практических заданий для вычислений, вспомогательных по отношению к изучаемому методу, можно использовать математический пакет.

Параллельное программирование приветствуется.

Комплекты практических заданий, лабораторных работ, проектов и контрольных вопросов в комплексе ориентированы на достижение следующих целей обучения:

- формирование научного мышления, понимания областей и перспектив применения

численных методов;

- освоение методов численного анализа и вычислительного эксперимента;
- выработки навыков решения задач с использованием методов математического моделирования;
- формирования алгоритмического подхода к решению прикладных задач;
- освоение методов обработки экспериментальных данных;
  
- закрепление практических навыков работы с ЭВМ; навыков работы с современным программным обеспечением; навыков разработки и применения программных систем и комплексов.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>:

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Весна-1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. ЭУК, учебно-методический комплекс. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ. – Н. Новгород, 2021. Ид. н. 815ЕМ.06.2021. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815> – Вход требует авторизации.
2. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. ЭУК, учебно-методический комплекс. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ. – Н. Новгород, 2021. Ид. н. 2135ЕМ.06.2021. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135> – Вход требует авторизации.

а также издания:

3. Стронгина Н.Р. Практикум по курсу "Численные методы": Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем и задачи математического моделирования. – Н. Новгород: Издательство ННГУ, 2021. – 72 с.
  4. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. Практикум по курсу "Численные методы": Применение итерационных методов решения разностных схем на примере задачи Дирихле для уравнения Пуассона. – Н.Новгород: Издательство ННГУ, 2021. - 48 с.
- и электронные издания, указанные в списке основной литературы.

## **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

### **5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

#### **5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Отчет по лабораторным работам) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:**

Семестр 5

Студент выполняет Лабораторный практикум, включающий:

Лабораторная работа №1. Численное решение задачи Коши для ОДУ. Тексты заданий и варианты на ресурсах:

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135> – Вход требует авторизации.

- Стронгина Н.Р. Практикум по курсу "Численные методы": Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем и задачи математического моделирования. – Н. Новгород: Издательство ННГУ, 2021. – 72 с.

Лабораторная работа №2. Численное решение краевой задачи для ОДУ с разрывными коэффициентами методом баланса (задача о распределении температуры на отрезке).

Тексты заданий и варианты на ресурсе

- Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135> – Вход требует авторизации.

Лабораторная работа №3. Численное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в двумерной (прямоугольной) области (задача о распределении температуры на пластине), тестовый вариант.

Тексты заданий и варианты на ресурсах

- Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135> – Вход требует авторизации.

- Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. Практикум по курсу "Численные методы": Применение итерационных методов решения разностных схем на примере задачи Дирихле для уравнения Пуассона. – Н.Новгород: Издательство ННГУ, 2021. - 48 с.

Требования к оформлению отчета (на бланке отчета) в тексте соответствующего задания.

### **Критерии оценивания (оценочное средство - Отчет по лабораторным работам)**

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задание выполнено, отчет оформлен на бланке и соответствует требованиям, возможны незначительные (негрубые) ошибки. Все контрольные точки вычислений должны быть пройдены верно.
не зачтено	Задание не выполнено или выполнено в существенно неполном объеме, отчет не представлен или не соответствует требованиям, имеют место существенные недочеты или грубые ошибки, работа над ошибками не проведена.

### **5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:**

#### **Семестр 5**

Студент выполняет Практикум, включающий:

Практикум №1 (на ресурсе e-learning.unn.ru Практикум по модулю 16). Комплект заданий по Теме 2 «Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем»

Тексты заданий и варианты на ресурсах:

- Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135> – Вход требует авторизации.

онгина Н.Р. Практикум по курсу "Численные методы": Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем и задачи математического моделирования. – Н. Новгород: Издательство ННГУ, 2021. – 72 с.

Практикум №2 (на ресурсе e-learning.unn.ru Практикум по модулям 4-7). Комплект заданий по Темам 3-5 «Уравнение теплопроводности как модельная задача дисциплины «Численные методы» и метод баланса», «Основы теории разностных схем», «Численное решение нестационарного уравнения теплопроводности».

Тексты заданий и варианты на ресурсе:

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135> – Вход требует авторизации.

Практикум №3 (на ресурсе e-learning.unn.ru Практикум по модулям 8-9). Комплект заданий по Теме 6 «Численное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона на основе разностных схем и итерационных методов линейной алгебры».

Тексты заданий и варианты на ресурсах

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135> – Вход требует авторизации.
2. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. Практикум по курсу "Численные методы": Применение итерационных методов решения разностных схем на примере задачи Дирихле для уравнения Пуассона. – Н.Новгород: Издательство ННГУ, 2021. - 48 с. В тексте решения должны быть отражены: постановка задачи, цель и задача вычислений, применяемый метод и его свойства, ход решения, итоговый и промежуточные результаты (контрольные точки); анализ погрешности и ответ на другие вопросы задания; сервис (инструмент) проведенных вычислений.

## Семестр 6

Студент в рамках самостоятельной работы выполняет отдельные задания Практикума, включающего:

Практикум №4 (на ресурсе e-learning.unn.ru Практикум по модулю 11). Практикум по Теме 7

«Численные методы линейной алгебры». Тексты заданий и варианты на ресурсах:

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Весна-1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815> – Вход требует авторизации.
  1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. Практикум по курсу "Численные методы": Применение итерационных методов решения разностных схем на примере задачи Дирихле для уравнения Пуассона. – Н.Новгород: Издательство ННГУ, 2021. - 48 с.
- 2.

Практикум №5 (на ресурсе e-learning.unn.ru Практикум по модулю 12). Комплект заданий по Темам 6, 8 «Основы теории интерполяции: сплайн-интерполяция, интерполяция полиномами, численное дифференцирование, численное интегрирование»

Тексты заданий и варианты на ресурсе:

3. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Весна-1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815> – Вход требует авторизации.

Практикум №6 (на ресурсе e-learning.unn.ru Практикум по модулю 14). Комплект заданий по Теме 9 «Численные методы, основанные на решении задач оптимизации» (отыскание наилучших приближений в функциональных пространствах и экспериментальная обработка данных, решение краевых задач вариационно-проекционными методами и др.).

Тексты заданий и варианты на ресурсе:

4. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Весна-1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815> – Вход требует авторизации.

В тексте решения должны быть отражены: постановка задачи, цель и задача вычислений, применяемый метод и его свойства, ход решения, итоговый и промежуточные результаты (контрольные точки); анализ погрешности и ответ на другие вопросы задания; сервис (инструмент) проведенных вычислений.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Практическое задание)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задания выполнены верно, возможны незначительные (не грубые) ошибки, контрольные точки вычислений должны быть обозначены и пройдены без грубых ошибок.
не зачтено	Задания не выполнены или выполнены в существенно неполном объеме, контрольные точки вычислений не обозначены или допущены грубые ошибки и работа над ошибками не проведена.

#### 5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Проект) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Семестр 5 Тематика пр оектов

Численное решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения и задачи математического моделирования

Численное решение задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений и задачи математического моделирования

Численное решение задачи Коши для жесткой системы обыкновенных дифференциальных уравнений.  
Численное решение задачи Коши для нестационарного уравнения теплопроводности (с учетом граничных условий по пространственной переменной)

(задания различаются набором модельных задач, родом граничных условий, комплектом численных методов и типом разностных схем)

Тексты заданий и варианты, а также методические указания на ресурсах:

1. Стронгина Н.Р. Практикум по курсу "Численные методы": Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем и задачи математического моделирования. – Н. Новгород: Издательство ННГУ, 2021. – 72 с.
1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135> – Вход требует авторизации.

**Семестр 6** Тематика пр оектов

Численное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона на основе прямых и итерационных методов линейной алгебры: анализ и оптимизация сходимости

Методы:

- метод верхней релаксации,
- метод сопряженных градиентов,
- метод минимальных невязок,
- метод простой итерации
- метод простых итераций с оптимальным набором параметров
- метод дискретного преобразования Фурье
- комбинированный метод дискретного преобразования Фурье и прогонки
- попеременно-треугольный метод и др.

(задания различаются набором модельных задач, геометрической конфигурацией области, размерностью пространства, применяемым методом)

Тексты заданий и варианты, а также методические указания на ресурсах:

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. Практикум по курсу "Численные методы": Применение итерационных методов решения разностных схем на примере задачи Дирихле для уравнения Пуассона. – Н.Новгород: Издательство ННГУ, 2021. - 48 с.
2. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Весна-1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815> – Вход требует авторизации.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Проект)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задания выполнены верно в полном или достаточном объеме, возможны незначительные (негрубые) ошибки, контрольные точки вычислений должны быть пройдены верно, вычислительный эксперимент организован верно, проведен, документирован, выводы сформулированы. Математическая модель и вычислительный алгоритм обоснованы.
не зачтено	Задания не выполнены или выполнены в существенно неполном объеме, или допущены грубые ошибки и работа над ошибками не проведена. Вычислительный эксперимент не проведен или при его организации и подведении итогов допущены существенные ошибки. Математическая модель или вычислительный алгоритм не обоснованы.

#### 5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Доклад) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

В семестре 6 по итогам самостоятельной работы студент делает доклад, включающий от 3 до 5 заданий по тематике лекций 6 семестра. Варианты заданий для доклада – из числа индивидуальных практических заданий для самостоятельной работы.

В докладе должны быть отражены: постановка задачи, цель и задача вычислений, применяемый метод и его свойства, ход решения, итоговый и промежуточные результаты (контрольные точки); анализ погрешности и другие вопросы задания; сервис (инструмент) проведенных вычислений.

Пример комплекта заданий для доклада (Семестр 6)

В семестре 6 по итогам самостоятельной работы студент делает доклад, включающий от 3 до 5 заданий по тематике лекций 6 семестра. Варианты заданий для доклада – из числа индивидуальных практических заданий для самостоятельной работы.

В докладе должны быть отражены: постановка задачи, цель и задача вычислений, применяемый метод и его свойства, ход решения, итоговый и промежуточные результаты (контрольные точки); анализ погрешности и другие вопросы задания; сервис (инструмент) проведенных вычислений.

Пример комплекта заданий для доклада (Семестр 6)

**Задача №1**

В таблице приведены (приближенно) значения функции  $f(x) = ch(x)$ :

$x$	0.2	0.4	0.5
$f(x)$	1.02007	1.08107	1.12763

Постройте интерполяционный полином степени 2, используя узлы 0.2, 0.4, 0.5. Вычислите с его помощью  $f(x)$  в точке  $x = 0.35$ .

Проведите полный анализ погрешности в указанной точке. В том числе:

- 1) Запишите определение и получите формулу погрешности интерполяции.
- 2) Оцените погрешность интерполяции.
- 3) Запишите определение, необходимые предположения и оцените вычислительную погрешность.
- 4) Запишите определение и оцените общую погрешность.
- 5) Запишите искомое значение  $f(x)$  с учетом оценок общей погрешности.

*Примечание.* Ошибкой задания табличной функции считаем половину единицы последнего разряда.

**Задача №2**

Используя табличные данные

$x$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8
$f(x)$	1.005	1.02007	1.04534	1.08107	1.12763	1.18547	1.33743

и оператор

$$(-f_2 + 8*f_1 - 8*f_{-1} + f_{-2}) / (12*h)$$

вычислите приближенное значение производной порядка 1 в точке  $x = 0.3$ :

Проведите полный анализ погрешности. В том числе:

- 1) Запишите определение и получите формулу погрешности численного дифференцирования. Выделите главный член погрешности и определите ее порядок.
- 2) Запишите определение, необходимые предположения и оцените вычислительную погрешность.
- 3) Запишите определение и оцените общую погрешность.

*Примечание.* Ошибкой задания табличной функции считаем половину единицы последнего разряда.

**Задача №3**

С целью численного решения дифференциального уравнения  $u'_t = u''_{xx}$ ,  $x \in [0,1]$ ,  $t \in [0,1]$  с начальным условием  $u(x,0) = 2x^2$  и граничными условиями  $u(0,t) = 0$ ,  $u(1,t) = 2$  запишите чисто неявную разностную схему, число разбиений по пространству  $n = 4$  и по времени  $m = 10$ . Найдите значения сеточной функции  $v(x,t)$  на нулевом и первом слое.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Доклад)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задания выполнены верно, возможны незначительные (не грубые) ошибки, контрольные точки вычислений должны быть пройдены верно.

Оценка	Критерии оценивания
не зачтено	Задания не выполнены или выполнены в существенно неполном объеме, или допущены грубые ошибки и работа над ошибками не проведена.

### 5.1.5 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

#### Семестр 6

##### *Контрольные вопросы к собеседованию по Теме 6*

Кубический сплайн, его канонический вид и свойства. Задача кубической сплайн-интерполяции, виды граничных условий. Теорема о существовании, единственности и способе построения интерполяционного кубического сплайна с граничными условиями на вторую производную (с доказательством). Физическая модель сплайна. Сходимость процесса сплайн-интерполяции. Знать: Характер результатов о скорости сходимости, оптимальные свойства сплайнов. Иметь представление о сплайнах, гарантирующих высокую скорость сходимости; о полиномиальных сплайнах и дефекте сплайна; о применении локальных и аппроксимирующих сплайнов.

##### *Контрольные вопросы к собеседованию по Теме 7*

Нормы векторов и матриц, согласованные и подчиненные нормы. Собственные числа, их свойства и оценка. Спектральный радиус, оценка нормы матрицы. Норма обратной матрицы. Симметричные и симметричные положительно определенные матрицы, их свойства и нормы. Число обусловленности, его влияние на свойства СЛАУ. Примеры плохой обусловленности. Иметь представление и применять: Механизм влияния обусловленности на погрешность решения СЛАУ. Нормализация. Скорость сходимости. Презентация модельных задач.

Метод простой итерации. Теоремы об условиях сходимости и оценках сходимости. Выбор оптимального параметра, оптимальная оценка сходимости. Влияние числа обусловленности на сходимость метода. Расчет параметра метода на основе оценок собственных чисел, оптимальный выбор параметра и оценка погрешности метода

Метод минимальных невязок. Теоремы о выборе параметра, сходимости метода и оценке погрешности на основе собственных чисел или их оценок

Метод с чебышевским набором параметров. Выбор параметров на основе собственных чисел или их оценок. Способ применения метода. Теоремы об оптимальных свойствах, оценках погрешности и сходимости метода. Пример задачи о построении полинома, наименее уклоняющегося от нуля. Пример построения метода

Метод сопряженных градиентов. Сведение решения СЛАУ к решению задачи оптимизации. Сопряженные направления и их свойства. Сведение k-мерной (многомерной) задачи оптимизации к решению k одномерных оптимизационных задач. Описание метода сопряженных градиентов. Основные свойства метода.

##### *Контрольные вопросы к собеседованию по Теме 8*

Интерполяционный полином, теорема о его существовании, единственности и способе записи в форме Лагранжа (с доказательством). Интерполяция и экстраполяция. Теорема о погрешности интерполяции (с доказательством). Свойства линейной интерполяции (с доказательством).

Вычислительная и общая погрешность интерполяции. Анализ погрешностей на отрезке. Теоремы о сходимости интерполяционного процесса (без доказательства). Примеры применения интерполяции.

Способ построения разностных операторов, погрешность оператора, порядок, точность и порядок погрешности оператора, сходимость оператора к значению производной, вычислительная и общая погрешность дифференцирования, вычислительная неустойчивость и оптимальный шаг численного дифференцирования. Примеры разностных операторов и их свойства

Квадратурные формулы интерполяционного типа, общий способ получения, порядок, точность, порядок погрешности, виды погрешности. Вопросы к экзамену: Формулы Ньютона-Котеса, примеры. Формула Симпсона, полный анализ погрешности. Составная формула Симпсона, полный анализ погрешности. Интегрирование с заданной точностью. Оценка погрешности численного интегрирования по правилу Рунге. Применять: Метод адаптивной квадратуры. Иметь представление: Квадратурные формулы наивысшей точности (Гаусса)

### Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Вопросы выполнены в соответствии с программой подготовки в полном объеме либо в допустимом объеме. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм подтверждено в полном объеме либо в допустимом объеме. Возможны отдельные недочеты, несущественные или негрубые ошибки. Работа над ошибками проведена.
не зачтено	Вопросы в соответствии с программой подготовки не выполнены. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм не подтверждено. Есть грубые ошибки, работа над ошибками не проведена. Отсутствие знаний теоретического материала, невозможность сформировать оценку в силу отказа обучающегося от ответа.

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
		не зачтено		зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

	обучающегося от ответа			негрубых ошибок	несущественных ошибок		
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### **5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:**

#### **5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1**

*Семестр 5*

*Контрольные вопросы к зачету по Теме 1*

Постановка задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем. Истинная и численная траектории. Шаг метода и шаг интегрирования. Счет с выходом на границу, счет на установление и другие критерии останова счета. Одношаговые и многошаговые методы. Примеры явных одношаговых методов, их каноническая запись. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка. Глобальная и локальная погрешность метода. Порядок малости локальной погрешности и порядок метода. Контроль локальной погрешности за счет двойного счета с половинным шагом. Базовая схема счета, счет с корректировкой значений. Контроль локальной погрешности за счет методов разных порядков. Метод Рунге-Кутты-Мерсона. Порядок метода и порядок малости глобальной погрешности. Поведение глобальной погрешности на участках численной траектории. Методы решения задачи Коши для систем ОДУ. Анализ малости локальной погрешности и порядка методов. Обоснование контроля погрешности за счет двойного счета с половинным шагом. Свойства жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Пример жесткой системы ОДУ.

*Контрольные вопросы к зачету по Темам 2-4*

Прямые и итерационные методы решения СЛАУ. Запись СЛАУ с трехдиагональной матрицей. Вывод формул метода прогонки. Теоремы о применении метода. Вычислительная устойчивость и оценка трудоемкости метода. Примеры применения метода: сплайн-интерполяция, краевые задачи для ОДУ, уравнение теплопроводности. Циклическая прогонка\*. Матричная прогонка\*. Параллельная реализация прогонки\*.

Модельная задача I с разрывными коэффициентами: запишите задачу и укажите тип задачи. Укажите граничные условия. Построение однородной консервативной разностной схемы методом баланса (интегрально-интерполяционный метод). Проверка корректности схемы. Варианты расчета коэффициентов консервативной разностной схемы (применение формул численного интегрирования) Модельная задача II для доказательства сходимости: запишите задачу и укажите тип задачи. Укажите виды граничных условий. Запишите разностную схему. Понятия погрешности схемы и сходимости. Разностный оператор, понятие и анализ погрешности разностного оператора. Погрешность аппроксимации (для схемы). Связь погрешности схемы и погрешности аппроксимации. Оценка погрешности аппроксимации. Доказательство устойчивости и сходимости. Анализ общей погрешности.

Модельная задача VII (уравнение теплопроводности). Запишите нестационарную задачу. Укажите начальные и граничные условия. Аппроксимация частных производных разностными операторами. Схемы явная, неявная, неявная с весом. Аппроксимация задачи разностной схемой, устойчивость, сходимость, порядок сходимости. Сходимость абсолютная и условная. Методы решения схем.

Модельная задача для оценки вычислительной погрешности. Способы задания граничных условий. Пример аппроксимации граничных условий. Аппроксимация граничных условий методом баланса. Пример отсутствия сходимости. Пример сходящейся неоднородной схемы.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Вопросы выполнены в соответствии с программой подготовки в полном объеме либо в допустимом объеме. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм подтверждено в полном объеме либо в допустимом объеме. Возможны отдельные недочеты, несущественные или негрубые ошибки. Работа над ошибками проведена.
не зачтено	Вопросы в соответствии с программой подготовки не выполнены. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм не подтверждено. Есть грубые ошибки, работа над ошибками не проведена. Отсутствие знаний теоретического материала, невозможность сформировать оценку в силу отказа обучающегося от ответа.

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

#### 1. Метод прогонки. Вычислительная устойчивость методов

- Запись СЛАУ с трехдиагональной матрицей
- Вывод формул метода прогонки
- Теоремы о применимости метода
- Вычислительная устойчивость
- Оценка трудоемкости
- Примеры применения (задачи):

\*\* сплайн-интерполяция

\*\* краевые задачи для ОДУ

\*\* нестационарное уравнение теплопроводности

- Циклическая прогонка (\*) Матричная прогонка (\*)

#### 1. Сплайн-интерполяция

- Кубический сплайн, его свойства, канонический вид
- Задача сплайн-интерполяции, выбор граничных условий
  - Теорема о существовании, единственности и способе построения интерполяционного кубического сплайна
    - Сходимость сплайн-интерполяции
    - Смысл кубических сплайнов, смысл ЕГУ
      - Интерполяционный полином, теорема о существовании, единственности и представлении в форме Лагранжа

- Погрешность интерполяции (экстраполяции), вычислительная и общая погрешность, анализ общей погрешности (задача)
- Теорема о погрешности интерполяции (экстраполяции)
- Теоремы о сходимости (отсутствии сходимости)\*
  - Таблицы разностей. Запись интерполяционного полинома в форме Ньютона и другие записи. Способы вычисления полинома (\*)
    - Интерполяционный полином Эрмита (\*)
    - Интерполяция тригонометрическими полиномами (\*)

#### 1. Численное дифференцирование

- Формулы численного дифференцирования (ФЧД) интерполяционного типа. Пример: правый разностный оператор для вычисления первой производной на двухточечном шаблоне:

\*\* способ построения, погрешность численного дифференцирования, порядок формулы, точность формулы, порядок погрешности, вычислительная и общая погрешность, анализ общей погрешности

\*\* оптимальный шаг численного дифференцирования

- Построение и анализ свойств ФЧД на примерах.
- Построение ФЧД методом моментов (пример)

#### 1. Методы решения краевых задач: метод баланса

- *Модельная задача I* (стационарное уравнение теплопроводности с разрывными коэффициентами, первая краевая задача), построение разностной схемы интегрально-интерполяционным методом
  - Варианты записи коэффициентов схемы
  - Обоснование методов решения схемы
  - Анализ общей погрешности решения

#### 1. Теория разностных схем. Пример анализа сходимости.

- *Модельная задача II* (стационарное уравнение теплопроводности с постоянными коэффициентами, первая краевая задача), анализ погрешности, погрешности аппроксимации, порядка аппроксимации, порядка сходимости, устойчивости схемы
  - Доказательство сходимости
  - Анализ общей погрешности решения

#### 1. Консервативные разностные схемы

Понятие о консервативных разностных схемах для решения уравнений математической физики

- Теоремы о сходимости схем (формулировки)
- Программы (тесты) для оценки вычислительной погрешности

- Типовая и улучшенная аппроксимация ГУ для решения третьей и смешанной краевых задач\* (оптимизация сходимости)
  - Примеры неконсервативных схем, отсутствие сходимости, дисбаланс схемы

ы

### 1. Задача Дирихле для уравнения Пуассона. Выбор и реализация численного решения

- *Модельная задача III* (задача Дирихле для уравнения Пуассона), построение разностной схемы
  - Запись схемы в матричном виде, блочная структура матрицы
  - Утверждения о свойствах матрицы
    - Утверждения о свойствах схемы (погрешность и погрешность аппроксимации, ее оценка, порядок, связь погрешностей), формулировка теоремы о сходимости
      - Погрешность, невязка, точность метода на шаге
      - Критерии останова метода
      - Оценка погрешности через невязку
        - Симметричные и положительно-определенные матрицы, их свойств  $A$ , прием нормализации
          - Оценка спектра матрицы, теорема Гершгорина
            - Примеры итерационных методов, их реализации, теорема о сходимости:

\*\* метод Якоби

\*\* метод Зейделя

\*\* метод верхней релаксации, оптимальный параметр метода

### 1. Решение модельной задачи Дирихле для уравнения Пуассона

- Обоснование применения методов (Зейдель, верхняя релаксация)
- Реализация методов
- Оценка погрешности решения СЛАУ
- Анализ структуры общей погрешности, управление параметрами счета

### 1. Задача Дирихле для уравнения Пуассона. Принцип максимума. Анализ сходимости схемы и общей погрешности

- Шаблон узла, окрестность узла, граничные и внутренние узлы, типы внутренних узлов, связанные и несвязные сетки

злов, связанные и несвязные сетки

- Принцип максимума, доказательство. Существование и единственности решения схемы
  - Доказательство сходимости схемы

- Постановки модельных задач (IV, V, VI) для других типов областей, обоснование возможных методов решения

- *Модельная задача VII* (нестационарное уравнение теплопроводности, первая краевая задача), явная и чисто неявная разностные схемы, схемы с весом, их свойства, способ решения разностных схем

Аксиомы векторных и матричных норм, согласованные (подчиненные) нормы, их свойства. Матричные нормы и собственные числа

Обусловленность линейных систем, числа обусловленности, их свойства, оценка погрешности решения возмущенных линейных систем

Механизм обусловленности, примеры Скорость сходимости методов Нормализация СЛАУ

1. Решение СЛАУ большой размерности: метод простой итерации, метод минимальных невязок

- Канонический вид одношаговых итерационных методов, их свойства (явные, неявные, стационарные и нестационарные методы)

● Метод простой итерации

\*\* подбор параметра, анализ сходимости

\*\* метод с оптимальным параметром, анализ сходимости

- Метод минимальных невязок, подбор параметра, анализ сходимости
- Сопоставление скорости сходимости

1. Обоснование применения методов (примеры)

- Построение методов на основе оценок границ спектра

- Оценка погрешности решения СЛАУ на основе теорем о сходимости (на примере модельной задачи)

- Методы решения проблемы собственных значений

1. Оптимизация сходимости: метод с чебышевским k-набором параметров

- Задача об отыскании полинома, наименее уклоняющегося от нуля (в классе полиномов заданной степени со старшим коэффициентом 1)

- Задача об отыскании полинома, наименее уклоняющегося от нуля (в классе полиномов степени не выше заданной со свободным коэффициентом 1)

● Методы с чебышевским k-набором параметров ( $K \geq 1$ )

\*\* построение методов

\*\* анализ сходимости

\*\* подбор параметров на основе оценок границ спектра

1. Оптимизация сходимости: метод сопряженных градиентов

- Сведение задачи решения СЛАУ к задаче оптимизации

- Свойства сопряженных направлений, решение задачи оптимизации на линейных многообразиях
  - Метод сопряженных градиентов, способ счета, свойства метода, сходимость

сходимость

- Сопоставление скорости сходимости методов

#### 1. Анализ сходимости разностных схем, метод разделения переменных

- *Модельная задача VII*, явная разностная схема: задача на собственные числа и собственные функции, свойства собственных функций, пространство и базис для работы на слое
  - Первая вспомогательная задача для анализа устойчивости схемы, свойство вычислительной устойчивости
    - Вторая вспомогательная задача, теорема об устойчивости схемы по правой

части и начальным условиям

- Анализ погрешности аппроксимации, доказательство сходимости
- Численное решение нелинейной задачи (\*)

#### 1. Решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем

- Постановка задачи Коши для ОДУ, основные понятия. Одношаговые и многошаговые методы. Примеры явных одношаговых методов, их каноническая запись. Организация вычислений
  - Глобальная и локальная погрешность метода.
  - Порядок локальной погрешности и порядок метода
  - Контроль локальной погрешности

\*\* за счет двойного счета с половинным шагом

\*\* с помощью методов разных порядков

- Анализ локальной погрешности и порядка методов (примеры)
- Обоснование оценки локальной погрешности за счет двойного счета с половинным шагом
- Глобальная погрешность и порядок метода
  - Решение задачи Коши для жестких систем ОДУ. Понятие жесткой системы. Неявные методы типа Рунге-Кутты.
- Принцип наименьших квадратов. Теорема о существовании, единственности и способах

построения МНК-полиномов заданной степени. Нормальная система уравнений, истинные и предсказанные значения отклика, остатки

- Выбор степени МНК-полинома, критерии качества решения
- Приближения на основе обобщенных полиномов
  - Элемент наилучшего приближения в конечномерном подпространстве гильбертова

пространства. Теорема о существовании, единственности и способах его построения. Примеры.

- Элемент наилучшего равномерного приближения функции в классе полиномов заданной степени. Теорема о чебышевском альтернансе
  - Задачи о построении полиномов, наименее уклоняющихся от нуля.
  - Экономизация степенных рядов, анализ погрешности

#### 1. Вариационно-проекционные методы решения краевых задач

- Численное решение краевых задач на примере линейного ОДУ 2-го порядка с неоднородными граничными условиями:

\*\* метод Бубнова-Галеркина, метод конечных элементов\*

\*\* метод коллокации

\*\* МНК (интегрально и на системе точек)

\*\* метод Рунца\*

- Численное решение краевых задач на примере задачи Дирихле (\*)

\*\* метод конечных элементов

#### 1. Численное решение нелинейных уравнений и систем уравнений (\*)

\*\* метод простой итерации и теорема о неподвижной точке

\*\* метод Ньютона

#### 1. Численное решение нелинейных краевых задач (\*)

\*\* квазилинеаризация разностных схем

#### 1. Численное интегрирование

- Квадратурные формулы (КВФ) интерполяционного типа: узлы, веса, погрешность

, порядок, точность, порядок погрешности, вычислительная, общая погрешность

- Построение формул методом моментов (примеры)

- Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Формула Симпсона, анализ общей погрешности

● Составная формула Симпсона, анализ общей погрешности и оценка погрешности интегрирования на основе производных и по правилу Рунге. Другие составные формулы

● Метод адаптивной квадратуры, критерий останова счета, его обоснование

- Квадратурные формулы наивысшей степени точности – квадратуры Гаусса

- Вычисление несобственных интегралов (\*)

**Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)**

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Вопросы отвечены в полном объеме в соответствии с программой подготовки и сверх программы подготовки. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм подтверждено в полном объеме.
отлично	Вопросы отвечены в полном объеме в соответствии с программой подготовки. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм подтверждено. Возможны отдельные незначительные недочеты.
очень хорошо	Вопросы отвечены в полном объеме в соответствии с программой подготовки. Возможны незначительные ошибки и недочеты. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм в целом подтверждено.
хорошо	Вопросы отвечены в полном объеме в соответствии с программой подготовки. Возможны отдельные негрубые ошибки и недочеты. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм в основном подтверждено.
удовлетворительно	Вопросы отвечены в соответствии с программой подготовки не в полном, но в допустимом объеме. Или имеют место заметные негрубые ошибки. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм подтверждено в допустимом объеме.
неудовлетворительно	Вопросы в соответствии с программой подготовки не отвечены. Уровень знаний ниже допустимого или имеют место грубые ошибки. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм не подтверждено.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала, либо неумение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм, либо невозможность сформировать оценку в силу отказа обучающегося от ответа.

### 5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Доклад) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

В семестре 6 по итогам самостоятельной работы студент делает доклад, включающий от 3 до 5 заданий по тематике лекций 6 семестра. Варианты заданий для доклада – из числа индивидуальных практических заданий для самостоятельной работы.

В докладе должны быть отражены: постановка задачи, цель и задача вычислений, применяемый метод и его свойства, ход решения, итоговый и промежуточные результаты (контрольные точки); анализ погрешности и другие вопросы задания; сервис (инструмент) проведенных вычислений.

Пример комплекта заданий для доклада (Семестр 6)

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Доклад)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задания выполнены верно, возможны незначительные (негрубые) ошибки, контрольные точки вычислений должны быть обозначены и пройдены без грубых ошибок, этапы обоснования математической модели и вычислительного алгоритма должны быть обозначены верно и пройдены без грубых ошибок, работа над ошибками и недочетами проведена
не зачтено	Задания не выполнены или выполнены в существенно неполном объеме, контрольные точки вычислений не обозначены или допущены грубые ошибки, этапы обоснования математической модели и вычислительного алгоритма не обозначены или пройдены с ошибками, работа над ошибками и недочетами не проведена

### 5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Примеры заданий на экзамен (Семестр 6)

**Задача №1**

Обосновать возможность применения прогонки и решить прогонкой:

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Обосновать вычислительную целесообразность метода.

**Задача №2**

Провести полный анализ погрешности составной формулы средних прямоугольников. Записать и обосновать два способа оценки и погрешности интегрирования. Оценить число разбиений для отыскания

$$\int_0^1 \frac{\cos x \, dx}{1+x^2}$$

с погрешностью гарантированно не более  $10^{-4}$  Какие требования должны быть для этого предъявлены к точности задания функции и выполнения операций?

**Задача №3**

Построить методом моментов квадратуру Гаусса на 2-х узлах. Провести полный анализ погрешности.

**Задача №4**

Используя таблицу значений  $f(x) = ch(x)$

$x$	0.2	0.4	0.5
$f(x)$	1.02007	1.08107	1.12763

(погрешность не превосходит  $0.5 \cdot 10^{-5}$ ), постройте интерполяционный полином 2-й степени и вычислите приближенно  $f(x_0)$ ,  $x_0 = 0.35$ .

Проведите полный анализ погрешности. Оцените относительный вклад возможной вычислительной погрешности. Проведите полный анализ погрешности применения построенного полинома на участке  $[0.1, 0.4]$ .

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Задание выполнено в полном объеме без недочетов. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм подтверждено в полном объеме.
отлично	Задание выполнено в полном объеме. Возможны отдельные несущественные недочеты. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм подтверждено.
очень хорошо	Задание выполнено. Возможны недочеты. Умение обосновать

Оценка	Критерии оценивания
	математическую модель и вычислительный алгоритм в целом подтверждено.
хорошо	Задание выполнено. Возможны отдельные негрубые ошибки. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм в основном подтверждено.
удовлетворительно	Задание выполнено либо не в полном объеме, либо допущено много негрубых ошибок. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм подтверждено в допустимом объеме.
неудовлетворительно	Задание выполнено либо не в полном объеме, либо имеют место грубые ошибки. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм не подтверждено.
плохо	Задание не выполнено либо невозможно его оценить вследствие отказа обучающегося от ответа.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Стронгина Н. Р. Курс «Численные методы»: Численное интегрирование и анализ погрешности (Модуль 12.4) : учебно-методическое пособие / Стронгина Н. Р. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. - 55 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783276&idb=0>.
2. Стронгина Н. Р. Курс «Численные методы»: Анализ устойчивости и сходимости разностных схем методом разделения переменных (Модуль 18) : учебно-методическое пособие / Стронгина Н. Р. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. - 25 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783279&idb=0>.
3. Стронгина Н. Р. Курс «Численные методы»: Интерполяция кубическими сплайнами (Модуль 12.1) : учебно-методическое пособие / Стронгина Н. Р. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. - 35 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика.,

<https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783273&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Фаддеев Д. К. Вычислительные методы линейной алгебры / Фаддеев Д. К., Фаддеева В. Н. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 736 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-0317-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=799651&idb=0>.
2. Икрамов Х. Д. Задачник по линейной алгебре / Икрамов Х. Д., Воеводина В. В. - 2-е изд. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 320 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 5-8114-0670-3., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=799567&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Ресурсы открытого доступа Общероссийский математический портал  
Math-Net.Ru <http://www.lib.unn.ru/er/mathnet.html> (<http://www.mathnet.ru/>)

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: Учебная аудитория для проведения занятий, оснащенная партами, стульями, обязательно темной учебной доской. Оборудование для показа презентаций (персональный компьютер, проектор, экран) на занятиях семинарского типа. Компьютерный класс с лицензионным программным обеспечением (среды разработки) для выполнения лабораторных практикумов. Учебная и научная литература, представленная в библиотечном фонде ННГУ, в электронных библиотеках и на кафедре ДУМЧА ИИТММ.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Баландин Дмитрий Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 17.12.2025, протокол № протокол №6.