

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

Передовая инженерная школа

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол от  
30.11.2022 г. №13

**Рабочая программа дисциплины**

Алгебра и геометрия

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

бакалавриат

Направление подготовки / специальность

09.03.03 Прикладная информатика

Направленность образовательной программы

Проектирование и автоматизация производства изделий микроэлектроники

Форма обучения

очная

Нижегород

2023

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части

| № варианта | Место дисциплины в учебном плане образовательной программы | Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД  |
|------------|--|--|
| 1          | Блок 1. Дисциплины (модули)<br>Обязательная часть          | Дисциплина Б1.О.07 Алгебра и геометрия относится к обязательной части ООП направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика |

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)   | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции   |  | Наименование оценочного средства                      |
|---|---|--|---|
|   | Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)  | Результаты обучения по дисциплине**  |   |
| <i>УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</i> | <b>УК-1.1.</b><br><i>Демонстрирует знание принципов сбора, отбора и обобщения информации, базирующихся на системном подходе.</i>                                    | <i>Уметь</i> Использовать алгебраические методы критического анализа и синтеза информации.<br><i>Знать</i> аксиоматику основных моделей алгебры<br><i>Владеть</i> системным подходом решения алгебраических задач                                    | <i>Собеседование</i>                                  |
|   | <b>УК-1.2.</b><br><i>Демонстрирует умение соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.</i>         | <i>Уметь</i> соотносить методы линейной и абстрактной алгебры<br><i>Знать</i> аксиоматический алгебраический подход, методами алгебраической систематизации.<br><i>Владеть</i> аппаратом линейной алгебры и аналитической геометрии, высшей алгебры. | <i>Собеседование</i>                                  |
|   | <b>УК-1.3.</b><br><i>Демонстрирует наличие практического опыта работы с информационными источниками, опыта научного поиска и представления научных результатов.</i> | <i>Уметь</i> проводить формализацию задач аналитической геометрии, линейной алгебры<br><i>Знать</i> вычислительные методы алгебры<br><i>Владеть</i> навыками решения алгебраических задач  | <i>Разноуровневые задачи и задания</i>                |
| <b>ОПК-1.</b> <i>Способен применять естественнонаучные</i>  | <b>ОПК-1.1.</b><br><i>Демонстрирует знание основ</i>  | <i>Знать</i> основы высшей алгебры, линейной алгебры, теории матриц, абстрактной алгебры.<br><i>Уметь</i> решать основные задачи   | <i>Собеседование, Разноуровневые задачи и задания</i> |

|  |  |   |  |
|--|--|---|--|
| <i>и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности</i> | <i>высшей математики, физики, вычислительной техники и программирования.</i>   | линейной алгебры, аналитической геометрии, высшей алгебры<br><i>Владеть</i> опытом использования аппарата алгебры и геометрии при решении практических задач  |  |
|  | <b>ОПК-1.2.</b><br><i>Демонстрирует умение решать профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.</i> | <i>Уметь</i> использовать основные методы линейной алгебры, аналитической геометрии при получении новых результатов и решении практических задач<br><i>Знать</i> основные методы линейной алгебры, аналитической геометрии, высшей алгебры, элементов абстрактной алгебры<br><i>Владеть</i> основными методами линейной алгебры, аналитической геометрии для получения новых результатов и при решении практических задач | <i>Разноуровневые задачи и задания</i> |
|  | <b>ОПК-1.3.</b><br><i>Демонстрирует наличие практического опыта теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.</i>                             | <i>Уметь</i> использовать на практике основные алгебраические модели<br><i>Знать</i> основные алгебраические модели и их важнейшие приложения<br><i>Владеть</i> вычислительными методами алгебры, которые используются для решения и исследования практических задач  | <i>Разноуровневые задачи и задания</i> |

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

|  | Очная форма обучения |
|--|----------------------|
| <b>Общая трудоемкость</b>                      | <b>10 ЗЕТ</b>        |
| <b>Часов по учебному плану</b>                 | <b>360</b>           |
| <b>в том числе</b>                             |                      |
| <b>аудиторные занятия (контактная работа):</b> | <b>246</b>           |
| - занятия лекционного типа                     | 128                  |
| - текущий контроль (КСР)                       | 6                    |
| <b>самостоятельная работа</b>                  | <b>118</b>           |
| <b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>      | <b>108</b>           |

#### Семестр 1

|                                | Очная форма обучения |
|--------------------------------|----------------------|
| <b>Общая трудоемкость</b>      | <b>5 ЗЕТ</b>         |
| <b>Часов по учебному плану</b> | <b>180</b>           |
| <b>в том числе</b>             |                      |

|   |    |
|---|----|
| аудиторные занятия (контактная работа): | 96 |
| - занятия лекционного типа              | 48 |
| - занятия семинарского типа             | 48 |
| - занятия лабораторного типа            |    |
| - текущий контроль (КСР)                | 2  |
| самостоятельная работа                  | 46 |
| Промежуточная аттестация – экзамен      | 36 |

## Семестр 2

|   |                      |
|---|----------------------|
|   | Очная форма обучения |
| Общая трудоемкость                      | 5 ЗЕТ                |
| Часов по учебному плану                 | 180                  |
| в том числе                             |                      |
| аудиторные занятия (контактная работа): | 80                   |
| - занятия лекционного типа              | 48                   |
| - занятия семинарского типа             | 32                   |
| - занятия лабораторного типа            |                      |
| - текущий контроль (КСР)                | 2                    |
| самостоятельная работа                  | 62                   |
| Промежуточная аттестация – экзамен      | 36                   |

## Семестр 3

|   |                      |
|---|----------------------|
|   | Очная форма обучения |
| Общая трудоемкость                      | 4 ЗЕТ                |
| Часов по учебному плану                 | 144                  |
| в том числе                             |                      |
| аудиторные занятия (контактная работа): | 64                   |
| - занятия лекционного типа              | 32                   |
| - занятия семинарского типа             | 32                   |
| - занятия лабораторного типа            |                      |
| - текущий контроль (КСР)                | 2                    |
| самостоятельная работа                  | 42                   |
| Промежуточная аттестация – экзамен      | 36                   |

## 3.2. Содержание дисциплины

### Семестр 1

| Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины | Всего (часы) | В том числе   |   |
|---|--------------|---|---|
|   |              | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них | в составе самостоятельной работы обучаю |

|  |            | Занятия<br>лекционного<br>типа | Занятия<br>семинарского<br>типа | Занятия<br>лабораторного<br>типа | Всего     |           |
|--|------------|--------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|-----------|-----------|
| Тема 1 Группа, кольцо, поле. Понятие группы, кольца поля. Примеры, конечные поля.  | 8          | 2                              | 2                               |                                  | 4         | 4         |
| Тема 2 Комплексные числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Сопряженные числа. Неравенство треугольника. Формула Муавра, корни из единицы. Решение алгебраических уравнений малых степеней.   | 8          | 2                              | 2                               |                                  | 4         | 4         |
| Тема 3 Многочлены. Делимость в кольце многочленов. НОД. Неприводимые многочлены над полем. Разложение многочлена на неприводимые. Выделение кратных множителей. Основная теорема алгебры. Интерполяционный многочлен. Теорема Штурма. Неприводимые многочлены над кольцом целых и полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна.  | 22         | 8                              | 8                               |                                  | 16        | 6         |
| Тема 4. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.  | 4          | 1                              | 1                               |                                  | 2         | 2         |
| Тема 5. Матрицы и определители матриц. Связь элементарных преобразований строк и столбцов с умножением матриц. Свойства определителей. Теорема Лапласа. Правило Крамера. Обратная матрица.. Решение матричных уравнений. Формула Бине–Коши..   | 26         | 10                             | 10                              |                                  | 20        | 6         |
| Тема 6. Векторы на плоскости и в пространстве. Операции с векторами. Базис. Координаты вектора в базисе. Аффинная система координат. Деление отрезка в заданном отношении. Центр тяжести системы материальных точек. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат. Различные уравнения прямых и плоскостей..   | 18         | 4                              | 4                               |                                  | 8         | 10        |
| Тема 7. Линейное (векторное) пространство над полем. Линейная оболочка. Линейная зависимость. Эквивалентные системы векторов. Теорема о замене. Базис линейного пространства. Координаты вектора в базисе. Изменение координат при замене базиса. Изоморфизм линейных пространств...   | 28         | 10                             | 10                              |                                  | 20        | 8         |
| Тема 8. Теория систем линейных уравнений. Теорема Кронекера–Капелли. Множество решений системы линейных уравнений, два способа задания линейного многообразия. Размерность линейного многообразия.   | 10         | 4                              | 4                               |                                  | 8         | 2         |
| Тема 9. Суммы подпространств, базис и размерность суммы. Прямая сумма.   | 6          | 2                              | 2                               |                                  | 4         | 2         |
| Тема 10 Линейные преобразования. Ядро, образ, ранг, дефект линейного преобразования. Матрица преобразования. Изменение матрицы при изменении базиса. Подобие матриц. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и числа. Характеристический многочлен линейного преобразования. Теорема о существовании собственного вектора над полем комплексных чисел и ее вещественный аналог.. | 12         | 5                              | 5                               |                                  | 10        | 2         |
| Текущий контроль (КСР)   | 2          |                                |                                 |                                  |           |           |
| Промежуточная аттестация – экзамен   | 36         |                                |                                 |                                  |           |           |
| <b>Итого</b>   | <b>180</b> | <b>48</b>                      | <b>48</b>                       |                                  | <b>96</b> | <b>46</b> |

## Семестр 2

| Наименование и краткое содержание разделов и тем | Всего | В том числе |
|--|-------|-------------|
|--|-------|-------------|

| дисциплины   | (часы) | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них |                           |                            |       | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
|--|--------|---|---------------------------|----------------------------|-------|---|
|  |        | Занятия лекционного типа  | Занятия семинарского типа | Занятия лабораторного типа | Всего |   |
| Тема 11. Евклидово (унитарное) пространство. Неравенство Коши–Буняковского–Шварца. Неравенство треугольника. Теорема Пифагора. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых векторов. Запись скалярного произведения через координаты в произвольном, ортогональном и ортонормированном базисах. Процесс ортогонализации Грама–Шмидта. QR-разложение матрицы. Изоморфизм унитарных пространств. Псевдорешения несовместных систем линейных уравнений. Нормальные решения систем линейных уравнений. Объем системы векторов. Свойства матрицы Грама. Геометрический смысл определителя. Неравенство Адамара | 25     | 9   | 6                         |                            | 15    | 10  |
| Тема 12. Скалярное произведение векторов. Скалярное произведение геометрических векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения в прямоугольной и произвольной аффинной системе координат.  | 18     | 6   | 4                         |                            | 10    | 8   |
| Тема 13 Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств. Сопряженное преобразование, свойства операции сопряжения. Нормальное преобразование унитарного пространства, существование у него базиса из собственных векторов. Теорема о нормальном преобразовании евклидова пространства. Унитарные и ортогональные преобразования. Самосопряженные и симметричные преобразования. Неотрицательное самосопряженное преобразование, извлечение квадратного корня из него..  | 27     | 9   | 6                         |                            | 15    | 12  |
| Тема 14. Билинейные и квадратичные функции. Изменение матрицы квадратичной функции при изменении базиса. Теорема Лагранжа и Якоби о приведении симметричной (эрмитовой) билинейной формы к каноническому виду. Закон инерции. Критерий Сильвестра положительной определенности, связь со скалярным произведением. Приведение квадратичной формы к главным осям..   | 27     | 9   | 6                         |                            | 15    | 12  |
| Тема 15. Кривые и поверхности 2-го порядка. Аффинная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка. Цилиндрические и конические поверхности. Центр, асимптотические направления, диаметральные плоскости. Ортогональная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка...   | 18     | 6   | 4                         |                            | 10    | 8   |
| Тема 16. Минимальный аннулирующий многочлен, жорданова форма, жорданов базис   | 27     | 9   | 6                         |                            | 15    | 12  |
| Текущий контроль (КСР)   | 2      |   |                           |                            |       |   |
| Промежуточная аттестация – экзамен   | 36     |   |                           |                            |       |   |
| Итого  | 180    | 48  | 32                        |                            | 80    | 62  |

### Семестр 3

| Наименование и краткое содержание разделов и тем | Всего | В том числе |
|--|-------|-------------|
|--|-------|-------------|

| дисциплины   | (часы) | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них |                           |                            |       | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
|--|--------|---|---------------------------|----------------------------|-------|---|
|  |        | Занятия лекционного типа  | Занятия семинарского типа | Занятия лабораторного типа | Всего |   |
| Тема 17. Группы. Теорема Кэли. Циклические группы и их подгруппы. Разбиение группы на смежные классы, теорема Лагранжа. Нормальный делитель. Фактор-группа. Гомоморфизм групп. Связь нормальных делителей с гомоморфизмами.. | 71     | 24  | 24                        |                            | 48    | 23  |
| Тема 18. Кольца. Идеалы в кольцах и их связь с гомоморфизмами. Фактор-Кольцо   | 42     | 14  | 14                        |                            | 28    | 14  |
| Тема 19 Поля. Характеристика поля. Конечные поля, число элементов в них..  | 29     | 10  | 10                        |                            | 20    | 9   |
| Текущий контроль (КСР)   | 2      |   |                           |                            |       |   |
| Промежуточная аттестация – экзамен   | 36     |   |                           |                            |       |   |
| Итого  | 180    | 48  | 48                        |                            | 96    | 46  |

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа, коллоквиумах

Промежуточная аттестация проходит в традиционных форма (зачет, экзамен)

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Выполнение домашних практических заданий с последующей проверкой и обсуждением. Изучение литературы и проработка теоретического материала лекционных занятий. Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

1. Кострикин А. И. - Введение в алгебру: учеб. для студентов ун-тов, обучающихся по специальностям "Математика" и "Прикладная математика". – Ч. 1, 2, 3 М.: Физматлит, 2001-2004 (в библиотеке ННГУ более 50 экз.)
2. Беклемишев Д. В. - Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов. - М.: Физматлит, 2002. - 376 с.. 430экз.
3. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. – СПб.: Лань, 2003. 158экз.
4. Беклемишева Л. А., Петрович А. Ю., Чубаров И. А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. – М.: Физматлит, 2004. 104экз

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

**5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:**

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

| Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | Шкала оценивания сформированности компетенций  |  |   |   |  |  |   |
|--|--|--|---|---|--|--|---|
|  | плохо  | неудовлетворительно  | удовлетворительно   | хорошо  | очень хорошо   | отлично  | превосходно   |
|  | Не зачтено   |  | Зачтено   |   |  |  |   |
| <u>Знания</u>  | Отсутствие знаний теоретического материала.<br><br>Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований.<br>Имели место грубые ошибки.                              | Минимально допустимый уровень знаний.<br>Допущено много негрубых ошибок.  | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки.<br>Допущено несколько негрубых ошибок  | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки.<br>Допущено несколько несущественных ошибок                                   | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.   | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.  |
| <u>Умения</u>  | Отсутствие минимальных умений.<br>Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа                  | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.<br><br>Имели место грубые ошибки. | Продemonстрированы основные умения.<br>Решены типовые задачи с негрубыми ошибками.<br>Выполнены все задания, но не в полном объеме. | Продemonстрированы все основные умения.<br>Решены все основные задачи с негрубыми ошибками.<br>Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продemonстрированы все основные умения.<br>Решены все основные задачи.<br>Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. | Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи.<br>Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| <u>Навыки</u>  | Отсутствие владения материалом.<br>Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа                | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.<br><br>Имели место грубые ошибки.  | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.  | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами   | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.  | Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.  | Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.  |

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

| Оценка  |             | Уровень подготовки   |
|---------|-------------|--|
| зачтено | Превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно» |

|            |                     |  |
|------------|---------------------|--|
|            | Отлично             | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»                     |
|            | Очень хорошо        | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»           |
|            | Хорошо              | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»                       |
|            | Удовлетворительно   | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | Неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»  |
|            | Плохо               | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»  |

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1 Контрольные вопросы

#### 1 семестр

| <i>Вопросы</i>   | <i>Код формируемой компетенции</i> |
|--|------------------------------------|
| 1. Группа, примеры   | УК1                                |
| 2. Кольцо. Кольцо вычетов. Поле вычетов  | ОПК1                               |
| 3. Комплексные числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Сопряженные числа. Неравенство треугольника. Формула Муавра, корни из единицы | ОПК1                               |
| 4. Кольцо многочленов над заданным кольцом (полем). Делимость в кольце многочленов. НОД. Взаимно простые многочлены                              | УК1                                |
| 5. Производная многочлена. Выделение кратных множителей  | ОПК1                               |
| 6. Неприводимые многочлены над полем. Разложение многочлена на неприводимые  | ОПК1                               |
| 7. Основная теорема алгебры над полем комплексных чисел.   | УК1                                |
| 8. Интерполяционный многочлен. $e$   | ОПК1                               |
| 9. Симметрические многочлены и их выражение через элементарные   | ОПК1                               |
| 10. Теорема Штурма   | ОПК1                               |
| 11. Неприводимые многочлены над кольцом целых и полем рациональных чисел. Признак Эйзенштейна неприводимости                                     | УК1                                |
| 12. Кольцо матриц над заданным кольцом (полем).  | УК1                                |
| 13. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса их решения, его трудоемкость, оценка числа операций. Матричная                                      | ОПК1                               |

|  |             |
|--|-------------|
| интерпретация метода Гаусса  |             |
| 14. Обратная матрица   | <i>УК1</i>  |
| 15. Векторы на плоскости и в пространстве. Операции с векторами. Базис на плоскости и в пространстве. Декартова прямоугольная и аффинная системы координат   | <i>ОПК1</i> |
| 16. Деление отрезка в заданном отношении.  | <i>ОПК1</i> |
| 17. Скалярное произведение геометрических векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения в прямоугольной и произвольной аффинной системе координат   | <i>ОПК1</i> |
| 18. Линейное (векторное) пространство над полем. Примеры: пространство геометрических векторов, пространство радиус-векторов, арифметическое пространство над полем $F$ , пространство матриц над полем $F$ , пространство многочленов. Простейшие следствия из аксиом | <i>УК1</i>  |
| 19. Линейная оболочка. Линейная зависимость. Эквивалентные системы векторов. Теорема о замене  | <i>УК1</i>  |
| 20. Размерность и базис линейного пространства.  | <i>ОПК1</i> |
| 21. Координаты вектора в базисе. Изоморфизм линейных пространств.  | <i>ОПК1</i> |
| 22. Теория систем линейных уравнений. Теорема Кронекера–Капелли. Множество решений системы линейных уравнений, два способа задания линейного многообразия.   | <i>ОПК1</i> |
| 23. Различные виды задания прямых и плоскостей.  | <i>ОПК1</i> |
| 24. Задачи на нахождение расстояний и углов между прямыми и плоскостями  | <i>ОПК1</i> |
| 25. Определитель (детерминант) матрицы и его свойства.   | <i>УК1</i>  |
| 26. Теорема Лапласа.   | <i>УК1</i>  |
| 27. Правило Крамера. Обратная матрица. Решение матричных уравнений.  | <i>УК1</i>  |
| 28. Формула Бине–Коши.   | <i>УК1</i>  |
| 29. Суммы подпространств, базис и размерность суммы. Прямая сумма.   | <i>ОПК1</i> |
| 30. Линейные отображения (операторы), действия с ними, их матрицы.   | <i>УК1</i>  |
| 31. Изменение матрицы линейного отображения при изменении базисов. Подобие матриц.   | <i>ОПК1</i> |
| 32. Ядро, образ, ранг, дефект линейного отображения.   | <i>ОПК1</i> |
| 33. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и числа.   | <i>УК1</i>  |
| 34. Характеристический многочлен линейного преобразования. Выражение его коэффициентов через элементы матрицы.   | <i>УК1</i>  |
| 35. Теорема о существовании собственного вектора над полем комплексных чисел.  | <i>ОПК1</i> |

## 2 семестр

| <i>Вопросы</i>   | <i>Код формируемой компетенции</i> |
|--|------------------------------------|
| 1. Евклидово (унитарное) пространство. Неравенство Коши–Буняковского–Шварца.   | <i>УК1</i>                         |
| 2. Неравенство треугольника. Теорема Пифагора. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых векторов. Запись скалярного произведения через координаты.                                     | <i>ОПК1</i>                        |
| 3. Процесс ортогонализации Грама–Шмидта.   | <i>ОПК1</i>                        |
| 4. Изоморфизм унитарных пространств.   | <i>УК1</i>                         |
| 5. Нахождение псевдорешения несовместных систем линейных уравнений.  | <i>ОПК1</i>                        |
| 6. Нахождение нормальных решений систем линейных уравнений.  | <i>ОПК1</i>                        |
| 7. Объем системы векторов. Неравенство Адамара.  | <i>ОПК1</i>                        |
| 8. Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств. Связь линейных преобразований и билинейных функций в унитарном пространстве. Сопряженное преобразование, свойства операции сопряжения | <i>УК1</i>                         |
| 9. Нормальное преобразование унитарного пространства, существование у него базиса из собственных векторов  | <i>УК1</i>                         |
| 10. Теорема о нормальном преобразовании евклидова пространства.  | <i>УК1</i>                         |
| 11. Унитарные и ортогональные преобразования.  | <i>УК1</i>                         |
| 12. Сопряженные преобразования.  | <i>УК1</i>                         |
| 13. Неотрицательное самосопряженное преобразование, извлечение квадратного корня из него.  | <i>ОПК1</i>                        |
| 14. Билинейные (полуторалинейные) и квадратичные функции (формы) и их матрицы. Изменение матрицы квадратичной (полуторалинейной) функции при изменении базиса.                                       | <i>ОПК1</i>                        |
| 15. Теорема Лагранжа и Якоби о приведении симметричной (эрмитовой) билинейной формы к каноническому виду.  | <i>ОПК1</i>                        |
| 16. Закон инерции.   | <i>УК1</i>                         |
| 17. Критерий Сильвестра положительной определенности, связь со скалярным произведением   | <i>УК1</i>                         |
| 18. Приведение квадратичной формы к главным осям.  | <i>ОПК1</i>                        |
| 19. Кривые и поверхности 2-го порядка. Аффинная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка.  | <i>ОПК1</i>                        |
| 20. Ортогональная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка. Инварианты и полуинварианты  | <i>УК1</i>                         |
| 21. Теорема Гамильтона–Кэли. Минимальный аннулирующий многочлен матрицы.   | <i>УК1</i>                         |
| 22. Жорданова форма матрицы.   | <i>УК1</i>                         |
| 23. Функции от матриц  | <i>ОПК1</i>                        |

### 3 семестр

| Вопросы   | Код формируемой компетенции |
|---|-----------------------------|
| 1. Группа, подгруппа, изоморфизм групп. теорема Кэли. | УК1                         |
| 2. теорема Кэли.                                      | ОПК1                        |
| 3. Циклические группы и их подгруппы                  | УК1                         |
| 4. Понятие смежного класса, свойства                  | ОПК1                        |
| 5. Теорема Лагранжа                                   | УК1                         |
| 6. Нормальный делитель группы                         | ОПК1                        |
| 7. Фактор-группа                                      | УК1                         |
| 8. Гомоморфизм групп                                  | ОПК1                        |
| 9. Теорема о гомоморфизмах групп                      | УК1                         |
| 10. Кольцо, подкольцо. Виды колец.                    | УК1                         |
| 11. Изоморфизм колец.                                 | УК1                         |
| 12. Евклидовы кольца.                                 | ОПК1                        |
| 13. Идеал   | УК1                         |
| 14. Фактор-кольцо                                     | УК1                         |
| 15. Гомоморфизм колец                                 | ОПК1                        |
| 16. Теорема о гомоморфизме колец                      | УК1                         |
| 17. Тело  | УК1                         |
| 18. Характеристика поля                               | ОПК1                        |
| 19. Конечные поля (число элементов)                   | УК1                         |
| 20. Конечные поля (существование и единственность)    | УК1                         |

#### 5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции УК1

- Через точку  $A(1, 0, 7)$  параллельно плоскости  $6x-3y+4z-11=0$  проведите прямую так, чтобы она пересекала прямую  $\{x=2t, y=5-t, z=-1-t\}$ .
- Центр квадрата находится в точке  $P(-1, 0)$ , уравнение одной из его сторон  $x+3y-5=0$ . Составьте уравнения трех других сторон квадрата.
- На прямой  $x+y-8=0$  найти точки, равноудаленные от точки  $P(2,8)$  и от прямой  $x-3y+2=0$ .
- Найти точки, находящиеся на равных расстояниях от точек  $P(4, 1)$  и  $Q(8, -3)$  и от прямой  $5x+12y=0$ .
- Найти расстояние от точки  $M(1, 3, 5)$  до прямой  $\{3x+y+z-1=0, 3x+y+2z-3=0\}$ .
- Напишите уравнение плоскости, перпендикулярной к плоскости  $5x-y+3z-2=0$  и пересекающей ее по прямой, лежащей в плоскости  $Oxy$ .
- Напишите уравнение плоскости, проходящей через прямую  $\{2x-y+3z-5=0, x+2y-z+2=0\}$  перпендикулярно к плоскости  $5x-y+3z-2=0$ .
- Найти точку, симметричную точке  $P(-3,1, -1)$  относительно прямой  $\{4x-3y-13=0, y-2z+5=0\}$ .
- Найти точку, симметричную точке  $B(4, 3, 10)$  относительно прямой  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{5}$ .
- Найти расстояние от вектора  $x=(1,1,-2,1)$  до подпространства, порожденного векторами  $a=(3,2,1,1)$ ,  $b=(1,1,2,2)$ ,  $c=(2,1,0,-1)$ . Скалярное произведение – стандартное.
- Найти проекцию вектора  $x=(1,1,-2,1)$  на подпространство, порожденное векторами  $a=(3,2,1,1)$ ,  $a=(1,1,2,2)$ . Скалярное произведение – стандартное.
- Постройте ортогональный базис линейной оболочки заданных векторов  $(1,1,-1,-2)$ ,  $(5, 8, -2, -3)$ ,  $(3, 9, 3, 8)$ . Скалярное произведение стандартное

13. Найдите ортогональный базис ортогонального дополнения к линейной оболочке векторов  $(1,2,3,4), (4,3,2,1)$

### 5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ОПК1

- При каких значениях  $\lambda$  квадратичная функция положительно определена?  $x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 + 2\lambda x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$ .
- Методом Гаусса найти нормальный вид квадратичной функции  $x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4$ .
- Привести квадратичную функцию к каноническому виду ортогональным преобразованием  $x_1^2 - 5x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3$ .
- Поверхность задана уравнением в декартовой прямоугольной системе координат. Найти каноническую систему координат и каноническое уравнение этой поверхности:  
 $2x^2 + 9y^2 + 2z^2 - 4xy + 4yz - 1 = 0$ .
- Поверхность задана уравнением в декартовой прямоугольной системе координат. Найти каноническую систему координат и каноническое уравнение этой поверхности:  
 $x^2 + y^2 + z^2 - xy + xz + yz + 3x + 3y - 3z = 0$ .
- Вычислить матрицу линейного преобразования  $\varphi$  множества векторов плоскости с заданным на ней базисом, если  $\varphi$  есть отражение плоскости в прямой  $x+2y=0$  параллельно прямой  $x+3y=0$ . Диагонализируемо ли  $\varphi$ ? Если да, то найти базис в котором оно диагонализируемо.
- Линейное подпространство  $L$  четырехмерного евклидова пространства в некотором ортонормированном базисе задано системой двух линейных уравнений  $x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0$   $3x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0$ . Найти в том же базисе матрицу ортогонального проектирования на  $L$ .
- Найти собственный ортонормированный базис и матрицу в этом базисе для оператора, заданного матрицей  $\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ .
- Найти собственный ортонормированный базис и матрицу в этом базисе для оператора в  $C^2$ , заданного матрицей  $\begin{pmatrix} \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{i}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ .
- Найти линейное уравнение, определяющее двумерное инвариантное подпространство преобразования, заданного в некотором ортонормированном базисе трехмерного евклидова пространства матрицей  $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .
- Для преобразования, заданного в некотором ортонормированном базисе матрицей  $A$ , найти ортонормированный базис, в котором матрица преобразования будет верхнетреугольной  $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

12. Вычислить  $\sqrt[3]{A}$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

13. Найти 100 степень матрицы  $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -3 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

14. Найти минимальный многочлен линейного преобразования  $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ .

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Беклемишев Д. В. - Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов. - М.: Физматлит, 2002. - 376 с.. 430экз.
2. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. – СПб.: Лань, 2003. 158экз.
3. Беклемишева Л. А., Петрович А. Ю., Чубаров И. А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. – М.: Физматлит, 2004. 104экз

б) дополнительная литература:

1. Воеводин В. В. Линейная алгебра. – СПб.: Лань, 2006. 46экз
2. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2010. 12экз.
3. Фаддеев Д. К., Соминский И. С. Задачи по высшей алгебре. – СПб.: Лань, 2008. 24экз.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

<http://www.lib.unn.ru/>

Университетская библиотека ONLINE <http://www.biblioclub.ru>

Библиотека "Лань" <http://e.lanbook.com/>

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебная аудитория, оснащенная партами, стульями, учебной доской, мелом.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ **09.03.03 «Прикладная информатика».**

Автор Чирков А.Ю.

Рецензент \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

30.11.2022 г. №3