

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория колебаний

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
15.03.03 - Прикладная механика

Направленность образовательной программы
Инженерное приложение суперкомпьютерного моделирования

Форма обучения
очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.30 Теория колебаний относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-1: Способен анализировать поставленную задачу, используя знания фундаментальных физико-математических и компьютерных наук, проводить расчетно-экспериментальные работы и исследования, обрабатывать и анализировать результаты, оформлять отчетную документацию	ПК-1.1: Имеет необходимые для анализа поставленной задачи знания в области фундаментальных физико-математических и компьютерных наук ПК-1.2: Умеет проводить экспериментальные работы и исследования, обрабатывать и анализировать результаты ПК-1.3: Имеет практический опыт в оформлении отчетной документации	ПК-1.1: Имеет необходимые для анализа поставленной задачи знания в области фундаментальных физико-математических и компьютерных наук. ПК-1.2: Умеет проводить экспериментальные работы и исследования, обрабатывать и анализировать результаты. ПК-1.3: Владеет навыками оформления отчетной документации.	Расчетно-графическая работа	Зачёт: Задачи

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	3
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	1
самостоятельная работа	43

Промежуточная аттестация	0 Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора- торные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
Тема 1. Динамические системы. Типы колебаний. Фазовая плоскость.	3	2	0	2	1
Тема 2. Состояния равновесия. Определения устойчивости. Теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению.	6	2	2	4	2
Тема 3. Типы простых состояний равновесия динамических систем 2-го и 3-го порядка. Диаграмма Сигма-Дельта.	6	2	2	4	2
Тема 4. Критерии устойчивости Рауса-Гурвица, Льенара-Шипара, Эрмита-Гурвица.	6	2	2	4	2
Тема 5. Метод D-разбиений.	10	2	4	6	4
Тема 6. Второй (прямой) метод Ляпунова. Теоремы Ляпунова прямого метода.	9	2	2	4	5
Тема 7. Теорема Барбашина- Красовского. Теоремы Ляпунова о неустойчивости состояний равновесия. Теорема Четаева.	9	2	2	4	5
Тема 8. Динамические системы 1-го порядка (с полустепенью свободы).	6	2	2	4	2
Тема 9. Индексы Пуанкаре особых точек и замкнутые фазовые траектории. Автоколебательные системы.	9	2	2	4	5
Тема 10. Простейшие консервативные системы в механике. Построение фазовых портретов консервативных систем.	6	2	2	4	2
Тема 11. Динамические системы 2-го порядка. Бифуркации на плоскости, не связанные с рождением предельных циклов.	6	2	2	4	2
Тема 12. Динамические системы 2-го порядка. Бифуркации, связанные с рождением или исчезновением предельных циклов. Бифуркация Андронова-Хопфа.	6	2	2	4	2
Тема 13. Метод Ван-дер-Поля.	7	2	2	4	3
Тема 14. Метод Пуанкаре.	6	2	2	4	2
Тема 15. Метод гармонической линеаризации.	6	2	2	4	2
Тема 16. «Быстрые» и «медленные» движения. Разрывные колебания и автоколебания.	6	2	2	4	2
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	108	32	32	65	43

Содержание разделов и тем дисциплины

- Тема 1. Динамические системы и их классификация. Типы колебаний. Фазовая плоскость. Фазовая траектория. Простейшие примеры: свободные колебания линейной системы с одной степенью свободы. Фазовый цилиндр. Циклические координаты. Понижение размерности фазового пространства.
- Тема 2. Состояния равновесия. Определения устойчивости: устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость, асимптотическая устойчивость в малом, в большом, в целом. Предельная ограниченность систем. Устойчивость по первому приближению. Теоремы Ляпунова. Примеры.
- Тема 3. Типы простых состояний равновесия динамических систем 2-го порядка. Диаграмма Сигма-Дельта на плоскости параметров. Бифуркационные и небифуркационные границы. Типы состояний равновесия динамических систем 3-го порядка. Диаграмма в пространстве параметров.
- Тема 4. Критерии устойчивости Рауса-Гурвица, Ляенара-Шипара, Эрмита-Гурвица. Построение областей устойчивости. Робастная устойчивость.
- Тема 5. Метод D-разбиений по одному комплексному параметру. Метод D-разбиений по двум действительным параметрам.
- Тема 6. Второй (прямой) метод Ляпунова. Знакоопределенные, знакопостоянные, знакопеременные функции. Теоремы Ляпунова (прямого метода) об устойчивости и асимптотической устойчивости состояний равновесия. Геометрический смысл теорем. Оценка области притяжения состояния равновесия.
- Тема 7. Теорема Барбашина-Красовского. Теоремы Ляпунова о неустойчивости состояний равновесия. Теорема Четаева.
- Тема 8. Динамические системы 1-го порядка (с полустепенью свободы). Виды бифуркаций на прямой. Фазовый портрет динамической системы 1-го порядка с периодической функцией правой части.
- Тема 9. Индексы Пуанкаре особых точек и замкнутые фазовые траектории: графический и аналитический способ нахождения индексов Пуанкаре. Критерий Дюлака и Бендиксона отсутствия замкнутых фазовых траекторий: для односвязной области, для двусвязной (кольцевой) области. Автоколебательные системы.
- Тема 10. Простейшие консервативные системы в механике. Определение консервативных систем и первый интеграл. Построение фазовых портретов динамических систем по графику потенциальной энергии. Примеры.
- Тема 11. Динамические системы 2-го порядка. Бифуркации на плоскости, не связанные с рождением предельных циклов. Седло-узловая бифуркация. Смена устойчивости фокуса без рождения предельного цикла. Качественное изменение расположения сепаратрис седел. Примеры.
- Тема 12. Динамические системы 2-го порядка. Бифуркации, связанные с рождением или исчезновением предельных циклов. Рождение предельного цикла из сложного фокуса (бифуркация Андронова-Хопфа). Рождение предельного цикла из петли сепаратрисы. Рождение предельного цикла из сепаратрисы седло-узловой точки при ее исчезновении. Рождение предельного цикла из бесконечности. Рождение предельного цикла из замкнутой неизолированной траектории консервативной системы.
- Тема 13. Метод Ван-дер-Поля. Основные положения. Пример.
- Тема 14. Метод Пуанкаре. Основные положения. Пример.
- Тема 15. Метод гармонической линеаризации. Основные положения. Пример.
- Тема 16. «Быстрые» и «медленные» движения. Подсистема быстрых и подсистема медленных движений. Графическое представление «быстрых» и «медленных» движений. Разрывные колебания и автоколебания.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- выполнение расчетно-графической работы,
- подготовка к занятиям семинарского типа, решение задач по списку, представленному преподавателем
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (зачет).

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Расчетно-графическая работа) для оценки сформированности компетенции ПК-1:

Вариант 1.

Динамика системы описывается уравнением:

$$\ddot{x} + x = \mu \dot{x}(1 - 6(x - \alpha)^2), \quad 0 < \mu \ll 1.$$

Найти состояния равновесия динамической системы, исследовать их на устойчивость.

Используя качественные методы, построить фазовый портрет системы при различных значениях параметра α . Найти бифуркационные значения параметра α . Доказать наличие или отсутствие замкнутых фазовых траекторий системы. Ответить на вопрос, является ли система автоколебательной, предельно ограниченной?

Построить фазовый портрет системы, используя современные программные средства. Указать начальные значения, выбранные для построения фазовых траекторий. Обозначить направления движения. Продемонстрировать качественное изменение фазового портрета при изменении параметра α . При построении фазового портрета принять $\mu = 0,1$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Расчетно-графическая работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Работа выполнена в полном объеме без ошибок.
не зачтено	Работа выполнена не полностью или при ее выполнении допущены ошибки.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше

		предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-1

Задача 1. С помощью теорем Ляпунова об устойчивости по первому приближению исследовать на устойчивость нулевое состояние равновесия.

а. $\dot{x} = 3xy - x + 2y + \sin^2 x$, $\dot{y} = 5x^4 - 3y^3 + y^2 + 2x - 3y$.

б. $\dot{x} = x^3 + y^2 - 3x$, $\dot{y} = 5x^2 - x + 3y + 1 - e^{x^2}$.

Задача 2. Найти значения параметров a и b , при которых асимптотически устойчиво нулевое решение следующих систем.

а. $\dot{x} = ax - 2y + x^2 e^{y^2}$, $\dot{y} = x + y + \sin bxy$.

Задача 3. Для данных систем найти все состояния равновесия и исследовать их устойчивость.

а. $\dot{x}_1 = x_1^2 + x_2^2 + 6x_1 + 2x_2$, $\dot{x}_2 = x_1 + x_2 + 8$.

Задача 4. По характеристическому уравнению $D(\lambda) = 0$ определить устойчивость состояния равновесия.

а. $D(\lambda) = \lambda^5 + \lambda^4 + 2\lambda^3 + 6$.

б. $D(\lambda) = \lambda^6 + 2\lambda^5 + \lambda^4 + \lambda^3 + \lambda^2 + 2\lambda + 1$.

Задача 5. В следующих задачах исследовать устойчивость нулевого состояния равновесия, пользуясь условиями Рауса–Гурвица или Лъенара–Шипара

а. $\ddot{x} + 2\ddot{x} + 2\dot{x} + 3x = 0$.

б. $y^{IV} + 8y''' + 14y'' + 36y' + 45y = 0$.

Задача 6. Исследовать, при каких значениях параметров a и b нулевое решение асимптотически устойчиво.

а. $\dot{x} = y, \quad \dot{y} = z, \quad \dot{z} = -az - by - 2x$.

Задача 7. Исследовать устойчивость нулевого состояния равновесия систем, используя прямой метод Ляпунова:

а. $\dot{x} = y + x(\alpha + y)(x^2 + y^2 - \beta), \quad \dot{y} = -x + (\alpha y - x^2)(x^2 + y^2 - \beta),$

$\beta > 0;$

б. $\dot{x} = -y + \alpha(ax^2 + by^2)x, \quad \dot{y} = x + \alpha(ax^2 + by^2)y,$

$a > 0, b > 0, \alpha > 0;$

Задача 8. Будут ли состояния равновесия $x = 0, y = 0$, приведенные на рисунках, устойчивыми? Асимптотически устойчивыми?

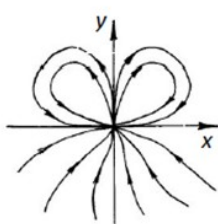


Рис. а

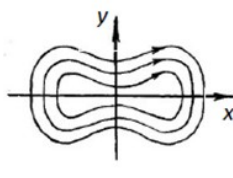


Рис. б

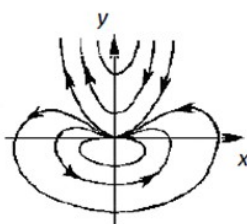


Рис. в

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя.
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Андронов Александр Александрович. Теория колебаний / с предисл. Л. И. Мандельштама. - 2-е изд. - М. : Наука, 1981. - 568 с. : ил. - 2.60., 274 экз.
2. Горяченко Вадим Демьянович. Элементы теории колебаний : учеб. пособие для вузов. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Высшая школа, 2001. - 395 с. - ISBN 5-06-004166-2 : 80.85., 2 экз.
3. Теория бифуркаций динамических систем на плоскости. - М. : Наука, 1967. - 487 с. : черт. - 2.58., 53 экз.
4. Бутенин Н. В. Введение в теорию нелинейных колебаний : [учеб. пособие для втузов]. - М. : Наука, 1987. - 382 с. - 1.00., 50 экз.
5. Неймарк Юрий Исаакович. Математические модели в естествознании и технике : учеб. для студентов вузов, обучающихся по направлению 510200 "Прикладная математика и информатика" и специальности 010200 "Прикладная математика и информатика" / ННГУ. - Н. Новгород : Изд-во Нижегород. ун-та, 2004. - 401 с. - ISBN 5-85746-496-X : 80.00., 156 экз.

Дополнительная литература:

1. Горяченко Вадим Демьянович. Сборник задач по теории колебаний : учеб. пособие / ГГУ им. Н. И. Лобачевского. - Горький : ГГУ, 1982. - 79 с. : ил. - 0.10., 4 экз.
2. Сборник задач по теории колебаний : учеб. пособие. Ч. 5 / ГГУ им. Н. И. Лобачевского. - Горький : [б. и.], 1976. - 93 с. - 0.23., 8 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/difgeometry.htm>

http://www.unn.ru/books/met_files/Vadim.pdf

http://www.unn.ru/books/met_files/Vadim2.pdf

http://www.unn.ru/books/met_files/Vadim3.pdf

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки/специальности 15.03.03 - Прикладная механика.

Автор(ы): Февральских Любовь Николаевна, кандидат физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Игумнов Леонид Александрович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.