

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Радиофизический факультет

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Математический анализ

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии

---

Направленность образовательной программы

Информационные системы и технологии

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.05 Математический анализ относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук, базовые теории и истории основного, теории коммуникации; знает основную терминологию ОПК-1.2: Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты ОПК-1.3: Имеет практический опыт работы с решением стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знает основные положения теории пределов функций, теории рядов, основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных; знает основную терминологию математического анализа.  ОПК-1.2: Умеет: - решать основные задачи на вычисление пределов функций, дифференцирование и интегрирование, в том числе на вычисление несобственных, на разложение функций в ряды; - строить и изучать математические модели для решения расчетных и исследовательских задач; - пользоваться расчетными формулами, таблицами при решении задач математического анализа.  ОПК-1.3: Имеет практический опыт работы с расчетными формулами и таблицами и применяет его для решения задач профессиональной деятельности.	Аудиторная контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы Практическое задание

--	--	--	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>12</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>432</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>96</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>128</b>
- КСР	<b>4</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>96</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>108</b> <b>Экзамен</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
Тема 1. Введение.	10	2	4	6	4
Тема 2. Теория пределов.	32	10	12	22	10
Тема 3. Непрерывность функции.	16	4	6	10	6
Тема 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	56	18	22	40	16
Тема 5. Интегральное исчисление функции одной переменной.	56	18	22	40	16
Тема 6. Дифференциальное исчисление функции многих переменных.	56	18	22	40	16
Тема 7. Двойные и тройные интегралы.	50	12	22	34	16
Тема 8. Числовые и функциональные ряды.	44	14	18	32	12
Аттестация	108				
КСР	4			4	
Итого	432	96	128	228	96

#### Содержание разделов и тем дисциплины

Введение. Понятие множества, числовые множества и числовые промежутки, окрестность точки. Ограниченные числовые множества, точные грани множества. Декартова и полярная системы координат на плоскости. Определение функции и основные свойства функции. Аналитические способы задания функции (явное задание, неявное задание, параметрическое задание, задание в полярной системе координат). Понятия обратной и сложной функции.

Теория пределов. Предел числовой последовательности. Основные теоремы о пределах числовых последовательностей. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности, связь между ними. Монотонные последовательности. Условия сходимости и расходимости числовых последовательностей. Определения предела функции по Коши и по Гейне, их эквивалентность. Односторонние пределы, необходимое и достаточное условие существования предела функции. Первый и второй замечательные пределы. Таблица эквивалентных бесконечно малых и ее применение к вычислению пределов. Сравнение бесконечно малых величин, выделение главной части бесконечно малой и определение порядка малости. Сравнение бесконечно больших величин и определение порядка роста.

Непрерывность функции. Непрерывность функции в точке, необходимое и достаточное условие непрерывности в точке. Классификация точек разрыва. Непрерывность функции на множестве, непрерывность элементарных функций. Непрерывность сложной и обратной функции. Основные теоремы о свойствах непрерывных функций.

Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Определение производной, ее геометрический и физический смысл производной. Односторонние производные, необходимое и достаточное условие существования производной. Правила вычисления производных от суммы, произведения и частного функций. Производная сложной и обратной функции, функции, заданной параметрически и неявно заданной функции. Дифференцируемые функции, необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Дифференциал функции, его геометрический смысл и правила вычисления. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков, правила повторного дифференцирования. Нарушение инвариантности формы высших дифференциалов. Правила Лопиталя. Формулы Тейлора для многочлена и произвольной функции. Стандартные разложения. Основные теоремы дифференциального исчисления о свойствах дифференцируемых функций. Исследование функций с применением дифференциального исчисления.

Интегральное исчисление функции одной переменной. Неопределенный интеграл и его свойства, таблица неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования: интегрирование внесением под знак дифференциала, интегрирование по частям и метод замены переменной, интегрирование рациональных, иррациональных и тригонометрических функций. Интеграл Римана, его геометрический смысл и свойства. Классы функций, интегрируемых по Риману. Основная теорема интегрального исчисления. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Приложения интеграла Римана к вычислению площадей плоских фигур и длины дуги плоской кривой. Понятие о двух типах несобственных интегралов.

Дифференциальное исчисление функции многих переменных. Определение функции многих переменных, понятие функции двух переменных, ее геометрическая интерпретация. Понятие предела функции многих переменных, понятие двойного предела, его геометрический смысл. Полное и частное приращения функции. Определение частной производной, ее геометрический смысл. Дифференцируемые функции, необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции. Производная сложной функции Дифференциал функции многих переменных, свойство инвариантности формы первого дифференциала для сложной функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Нарушение инвариантности формы дифференциалов высших порядков от сложной функции.

Дифференцирование неявно заданной функции и системы неявно заданных функций. Замена переменных в дифференциальных выражениях. Производная по направлению, ее связь с градиентом, геометрический смысл градиента функции многих переменных. Безусловный и условный экстремум функции многих переменных.

Двойные и тройные интегралы. Площадь многоугольной фигуры. Измеримые по Жордану множества, условия измеримости множества. Определение двойного интеграла, его свойства, геометрический и физический смысл. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах. Криволинейные координаты на плоскости, полярные и эллиптические координаты. Замена переменных в двойном интеграле. Переход к полярным координатам в двойном интеграле. Понятие кублируемой области. Определение тройного интеграла, его свойства, геометрический и физический смысл. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Замена переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты.

Числовые и функциональные ряды. Понятие числового ряда и его сходимости. Свойства сходящихся числовых рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Признаки сходимости знакоположительных рядов. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Общий достаточный признак сходимости знакопеременного ряда, признаки Лейбница, Абеля и Дирихле. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Признаки равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов. Степенные ряды. Нахождение радиуса и интервала сходимости степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряд Тейлора. Стандартные разложения. Ортогональные и ортонормированные системы функций. Основная и обобщенная тригонометрические системы функций. Ряд Фурье по ортогональной системе функций. Ряд Фурье по основной и обобщенной тригонометрической системе функций. Разложение периодической функции в ряд Фурье. Разложение четной и нечетной функции в ряд Фурье. Условия сходимости ряда Фурье, равенство Парсеваля.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Методические материалы доступны по ссылкам:

[http://www.unn.ru/books/met\\_files/Semirikova\\_Lapinova.doc](http://www.unn.ru/books/met_files/Semirikova_Lapinova.doc)

<http://www.lib.unn.ru/students/src/extremum.pdf>

[http://www.lib.unn.ru/students/src/chisl\\_ryady.pdf](http://www.lib.unn.ru/students/src/chisl_ryady.pdf)

[http://www.unn.ru/books/met\\_files/raf-2016.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/raf-2016.pdf)

#### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

**5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

**5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Аудиторная контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:**

## 1 семестр

1. Вычислить:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 4x - \cos^3 2x}{\arcsin^2 3x}$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( x + \sqrt[3]{1 - x^3} \right)$
2. Сравнить бесконечно малые  $f(x) = \sqrt{1 + 2x^2} - 1$  и  $g(x) = \operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$  при  $x \rightarrow 0$ .
3. Исследовать функцию  $y = \arccos \frac{1}{x}$  на непрерывность и построить эскиз графика.
4. Вычислить  $y'_x$ , если  $y = \ln \left( \frac{1}{x} + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right) + (\sin x)^{\cos x}$
5. Вычислить  $y''_{xx}$ , где  $x(t) = e^t$ ,  $y(t) = e^{\cos t}$
6. Исследовать функцию и построить график:  $y = \frac{2 - x^2}{1 + x^4}$
7. Вычислить:  $\int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{2x + 1}}$ ,  $\int_0^{e-1} \ln(x + 1) dx$ ,  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{\sin^3 x \cdot \cos^5 x}}$ ,  $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 - 4}}$

## 2 семестр

1. Найти  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$  и  $d^2 u$ , если  $u = f(x^2 + y^2, xy)$ ,  $x, y$  - независимые переменные.
2. В интеграле  $\iint_D f(x, y) dx dy$  перейти к полярным координатам  $x = r \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \varphi$  и расставить пределы интегрирования, если область  $D$  ограничена линиями  $x + y = 1$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ .
3. В интеграле  $\iiint_G f(x, y, z) dx dy dz$  перейти к сферическим и цилиндрическим координатам, если  $G$ - область, ограниченная поверхностями  $x^2 + y^2 + z^2 = 2x$  и  $z = 0$  ( $z \geq 0$ ).
4. Исследовать на сходимость ряды:  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^2 + 4}$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 + (-1)^n \cdot 3}{2^{n+3}}$

**Критерии оценивания (оценочное средство - Аудиторная контрольная работа)**

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Умеет решать задачи повышенной сложности без ошибок и погрешностей. Свободно владеет всеми навыками, демонстрируя их в стандартных и нестандартных ситуациях.
отлично	Знает основные понятия и теоремы математического анализа без ошибок и погрешностей. Умеет решать стандартные задачи без ошибок и погрешностей и задачи повышенной сложности с незначительными ошибками и погрешностями. Владеет всеми навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях.
очень хорошо	Знает основные понятия и теоремы математического анализа с незначительными погрешностями. Умеет решать стандартные задачи без ошибок и погрешностей. Владеет всеми основными навыками использования математического аппарата, демонстрируя их в стандартных ситуациях.
хорошо	Знает основные понятия математического анализа с рядом заметных погрешностей. Умеет решать стандартные задачи, допуская незначительные погрешности. Владеет большинством основных навыков использования базовых математических знаний, демонстрируя их в стандартных ситуациях.
удовлетворительно	Знает основные понятия математического анализа. Умеет решать стандартные задачи, допуская ряд негрубых ошибок. Владеет навыками использования базовых математических знаний для решения простейших задач математического анализа.
неудовлетворительно	Наличие грубых ошибок в основном материале, наличие грубых ошибок при решении стандартных задач, отсутствие навыков, предусмотренных данной компетенцией.
плохо	Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач, полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией.

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
Знания	Отсутствие	Уровень	Минимальн	Уровень	Уровень	Уровень	Уровень

	знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	о допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»



не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1 семестр

1. Понятие множества, подмножества данного множества. Числовые множества. Числовые промежутки, окрестность точки. Ограниченные числовые множества. Точные грани множества.
2. Определение числовой последовательности и ее предела.
3. Теорема о единственности предела числовой последовательности.
4. Теорема об ограниченности сходящейся числовой последовательности.
5. Арифметические действия над числовыми последовательностями.
6. Теорема о предельном переходе в неравенствах.
7. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Связь между ними. Свойства бесконечно малых последовательностей.
8. Монотонные последовательности. Теоремы о пределах монотонных последовательностей.
9. Фундаментальные последовательности. Подпоследовательности и частичные пределы. Условия сходимости и расходимости последовательности.
10. Определение предела функции по Коши, геометрическая интерпретация предела. Определение предела функции на языке последовательности по Гейне.
11. Теорема об эквивалентности двух определений предела функции.
12. Односторонние пределы. Необходимое и достаточное условие существования предела функции.
13. Первый замечательный предел и следствия из него.
14. Второй замечательный предел и следствия из него.
15. Сравнение бесконечно малых величин. Определение порядка малости бесконечно малой и выделение главной части бесконечно малой.
16. Таблица эквивалентных бесконечно малых с выводом всех формул.
17. Теорема о вычислении пределов с использованием эквивалентных бесконечно малых.
18. Сравнение бесконечно больших величин. Определение порядка роста.
19. Непрерывность функции в точке. Необходимое и достаточное условие непрерывности в точке. Классификация точек разрыва.
20. Непрерывность функции на множестве. Непрерывность элементарных функций.
21. Непрерывность сложной и обратной функции.
22. Первая и вторая теоремы Коши для непрерывных функций.
23. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса для непрерывных функций.
24. Определение производной. Геометрический и физический смысл производной.
25. Односторонние производные. Необходимое и достаточное условие существования производной.
26. Правила вычисления производных от суммы, произведения и частного функций.
27. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Производная функции, заданной параметрически. Производная неявно заданной функции.

28. Определение дифференцируемой функции в точке. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
29. Определение дифференциала функции, его геометрический смысл. Правила вычисления дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала.
30. Производные высших порядков. Правила повторного дифференцирования.
31. Повторное дифференцирование в дифференциалах. Нарушение инвариантности формы высших дифференциалов.
32. Правила Лопиталя раскрытия неопределенностей .
33. Формула Тейлора для многочлена. Формула Тейлора для произвольной функции. Формула Лагранжа для приближенных вычислений.
34. Вывести стандартные разложения. Определить число с точностью до 0,001.
35. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ролля, Коши и Лагранжа).
36. Достаточное условие монотонности функции.
37. Определение локального экстремума. Необходимое условие экстремума.
38. Первое достаточное условие экстремума функции в точке.
39. Второе достаточное условие экстремума функции в точке.
40. Определение выпуклой и вогнутой функции. Необходимое и достаточное условие выпуклости (вогнутости) функции. Достаточное условие выпуклости (вогнутости).
41. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условие точки перегиба.
42. Определение неопределенного интеграла и его свойства. Вывести таблицу интегралов из определения неопределенного интеграла.
43. Замена переменной в неопределенном интеграле. Вычисление интегралов вида , .
44. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
45. Вывести дополнительную таблицу интегралов.
46. Понятие о рациональных и дробно-рациональных функциях. Разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших дробей.
47. Интегрирование иррациональных функций. Дробно-рациональные подстановки.
48. Интегрирование дифференциального бинома. Подстановки Чебышева.
49. Подстановки Эйлера.
50. Интегрирование тригонометрических функций.
51. Определение интеграла Римана, его геометрический смысл. Классы функций, интегрируемых по Риману.
52. Свойства интеграла Римана, выражаемые равенствами. Свойства интеграла Римана, выражаемые неравенствами.
53. Основная теорема интегрального исчисления. Формула Ньютона-Лейбница.
54. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
55. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых координатах, в параметрическом виде и в полярных координатах.
56. Вычисление длины дуги в декартовых координатах, в параметрическом виде .и в полярных координатах.
57. Понятие о двух типах несобственных интегралов.

## 2 семестр

1. Определение  $k$ -мерного Евклидова пространства.
2. Определение функции многих переменных. Понятие функции двух переменных, ее геометрическая интерпретация.
3. Определение предела функции многих переменных. Теоремы о пределах. Понятие двойного предела, его геометрический смысл.

4. Полное и частное приращения функции. Непрерывность по совокупности переменных и отдельной переменной. Связь между ними.
5. Определение частной производной, ее геометрический смысл.
6. Определение дифференцируемой функции. Теорема о непрерывности дифференцируемой функции.
7. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции.
8. Дифференциал функции многих переменных. Дифференциал функции двух переменных.
9. Производная 1-го порядка сложной функции.
10. Свойство инвариантности формы первого дифференциала для сложной функции.
11. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.
12. Дифференциалы высших порядков. Вывести общую формулу дифференциала  $n$ -го порядка для функции 2-х независимых переменных.
13. Частные производные 2-го порядка сложной функции (на примере функции 2-х переменных).
14. Нарушение инвариантности формы дифференциалов высших порядков от сложной функции.
15. Производная неявно заданной функции.
16. Дифференцирование системы неявно заданных функций.
17. Замена переменных в дифференциальных выражениях.
18. Производная по направлению, ее связь с градиентом.
19. Геометрический смысл градиента функции многих переменных.
20. Определение монотонной функции в заданном направлении. Достаточное условие монотонности.
21. Определение экстремума функции многих переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума для функции многих переменных.
22. Понятие квадратичной формы. Критерий Сильвестра.
23. Достаточное условие экстремума для функции двух переменных.
24. Задача отыскания условного экстремума.
25. Площадь многоугольной фигуры. Измеримые по Жордану множества. Условия измеримости множества.
26. Определение двойного интеграла, его геометрический и физический смысл. Свойства двойного интеграла.
27. Приведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной области.
28. Приведение двойного интеграла к повторному в случае криволинейной области.
29. Криволинейные координаты на плоскости. Полярные и эллиптические координаты.
30. Замена переменных в двойном интеграле. Переход к полярным координатам в двойном интеграле.
31. Понятие кубической области. Определение тройного интеграла. Свойства тройного интеграла, геометрический и физический смысл.
32. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Замена переменных в тройном интеграле.
33. Переход к цилиндрическим координатам в тройном интеграле.
34. Переход к сферическим координатам в тройном интеграле.
35. Определение числового ряда и его сходимости. Доказать сходимость геометрической прогрессии.
36. Критерий Коши сходимости числового ряда. Необходимое условие сходимости ряда.
37. Свойства числовых рядов.
38. Признак сравнения для знакоположительных рядов. Предельный признак сравнения для знакоположительных рядов. Эквивалентный признак сравнения
39. Радикальный признак Коши для знакоположительных рядов.
40. Признак Даламбера для знакоположительных рядов.

41. Интегральный признак Коши. Для знакоположительных рядов. Доказать сходимость обобщенного гармонического ряда.
42. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Общий достаточный признак сходимости знакопеременного ряда.
43. Признаки Дирихле и Абеля для знакопеременных рядов.
44. Признак Лейбница для знакочередующихся рядов.
45. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
46. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов.
47. Критерий Коши равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов.
48. Мажорантный признак равномерной сходимости функциональной последовательности.
49. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
50. Нахождение радиуса и интервала сходимости степенного ряда.
51. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
52. Ряд Тейлора. Стандартные разложения.
53. Ортогональные и ортонормированные системы функций. Основная и обобщенная тригонометрические системы функций.
54. Ряд Фурье по ортогональной системе функций.
55. Ряд Фурье по основной и обобщенной тригонометрической системе функций.
56. Разложение периодической функции в ряд Фурье.
57. Разложение четной и нечетной функции в ряд Фурье.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой.
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично».
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо».
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо».
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно».
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо».

Оценка	Критерии оценивания
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Примеры контрольных заданий по теме «Пределы и непрерывность функции»:

1. Вычислить пределы

$$2. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 6x)^{\operatorname{ctg}^2 x}, \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$$

3. Определить порядок малости бесконечно малой  $\operatorname{arctg}^2(\sqrt{9+x^2}-3) + \ln^3(1+2x)$  при  $x \rightarrow 0$  относительно бесконечно малой  $x^p$

4. Определить характер точек разрыва и построить эскиз графика  $f(x) = \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x}}}$

Примеры контрольных заданий по теме «Дифференцирование функции одной переменной»

1. Вычислить  $y'_x$ , если  $y = \sqrt{x^2 + 1} - \ln\left(\frac{1}{x} + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}\right) + (\sin x)^{\cos x}$

2. Вычислить  $y''_{xx}$ , где  $x(t) = e^t$ ,  $y(t) = e^{\cos t}$

3. Вычислить  $y^{(10)}$ , если  $y = (x^2 + 1)\sin 2x$

4. Найти  $d^2 y$ ,  $y = 4^{-x^2}$  если  $x$  – зависящая переменная

5. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$  по правилу Лопиталя и по формуле Тейлора

6. Исследовать и построить график функции  $f(x) = \frac{x^3}{(1+x)^2}$

Примеры контрольных заданий по теме «Неопределенный и определенный интеграл»

1. Вычислить интегралы:

$$\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{2 + \cos^2 x}} dx, \quad \int \frac{(x-3)dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}, \quad \int \frac{2\operatorname{tg} x + 3}{\sin^2 x + 2\cos^2 x} dx, \quad \int_{-4}^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{5-x} + \sqrt{5-x}}$$

$$\int \frac{dx}{(x^2 + 2x - 8)(x^2 + 2x + 5)}, \quad \int_0^{e-1} \ln(x+1) dx, \quad \int \cos^3 2x dx, \quad \int \sqrt[3]{x} \sqrt[3]{1 + 3\sqrt[3]{x^2}} dx$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y^2 + 8x = 16$ ,  $y^2 - 24x = 48$

3. Найти площадь петли линии 
$$\begin{cases} x = t^2 - 1 \\ y = t^3 - t \end{cases}$$

4. Найти длину дуги плоской кривой  $r = 1 - \cos \varphi$

Примеры контрольных заданий по теме «Дифференцирование функций многих переменных»

1. Найти  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ , если  $u = f(x, xy, xyz)$ ,  $x, y, z$  - независимые переменные.

2. Найти  $\frac{dx}{dz}, \frac{dy}{dz}, \frac{d^2 x}{dz^2}, \frac{d^2 y}{dz^2}$ , если 
$$\begin{cases} x^2 + 2yz = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 0 \end{cases}$$

3. Преобразовать уравнение  $y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2}{x}$ , если  $u = \frac{x}{y}$ ,  $v = x$ ,  $w = xz - y$ , где

$w = w(u, v)$  - новая функция

4. Исследовать на условный экстремум функцию  $u = x - 2y + 2z$ , если  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ .

### Примеры заданий по теме «Двойные и тройные интегралы»

1. Изменить порядок интегрирования :  $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{2-x^2}} f(x,y)dy$
2. Перейти к полярным координатам  $x = r \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \varphi$  и расставить пределы интегрирования в том и другом порядке:  $\iint_D f(x,y)dx dy$ ,  $D: x^2 + y^2 \leq 2y$ ,  $y \leq 1$
3. Перейти к сферическим или цилиндрическим координатам и вычислить:  
$$\int_{-2}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} (x^2 + z^2) dz = \int_{\frac{x^2+z^2}{2}}^2 dz$$
4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:  
 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ,  $x^2 + y^2 = z^2$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  ( $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ )

### Примеры контрольных заданий по теме «Ряды»

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов:  
1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} (\sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt{n^2 - n + 1})$ , 1.2.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2 + 1}{5 + 3n^2}$ , 1.3.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\cos^2 n}{\sqrt[3]{n}}$ .
2. Исследовать сходимость степенного ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^n$
3. Исследовать на равномерную сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{n\sqrt{n^2 + x}}$  при  $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$
4. Разложить в ряд Тейлора по степеням  $x$  функцию:  $f(x) = \ln(1 + x + x^2 + x^3)$

### **Критерии оценивания (оценочное средство - Практическое задание)**

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Знает основной и дополнительный материал без ошибок и погрешностей. Умеет решать задачи повышенной сложности без ошибок и погрешностей. Свободно владеет всеми навыками, демонстрируя их в стандартных и нестандартных ситуациях.
отлично	Знает основные понятия и теоремы математического анализа без ошибок и погрешностей. Умеет решать стандартные задачи без ошибок и погрешностей и задачи повышенной сложности с незначительными ошибками и погрешностями. Владеет всеми навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях.
очень хорошо	Знает основные понятия и теоремы математического анализа с

Оценка	Критерии оценивания
	незначительными погрешностями. Уметь решать стандартные задачи без ошибок и погрешностей. Владеет всеми основными навыками использования математического аппарата, демонстрируя их в стандартных ситуациях.
хорошо	Знает основные понятия математического анализа с рядом заметных погрешностей. Умеет решать стандартные задачи, допуская незначительные погрешности. Владеет большинством основных навыков использования базовых математических знаний, демонстрируя их в стандартных ситуациях.
удовлетворительно	Знает основные понятия математического анализа. Умеет решать стандартные задачи, допуская ряд негрубых ошибок. Владеет навыками использования базовых математических знаний для решения простейших задач математического анализа.
неудовлетворительно	Наличие грубых ошибок в основном материале, наличие грубых ошибок при решении стандартных задач, отсутствие навыков, предусмотренных данной компетенцией.
плохо	Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач, полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Ильин В. А. Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть I. Ч. 1. Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть I / Ильин В. А., Позняк Э. Г. - 7-е изд., стереот. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2021. - 648 с. - Рекомендовано Министерством образования Российской Федерации в качестве учебника для студентов физических специальностей и специальности "Прикладная математика". - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-0902-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=781681&idb=0>.
2. Ильин В. А. Основы математического анализа : Учеб. для вузов. Ч. II. Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть II / Ильин В. А., Позняк Э. Г. - 5-е изд., стереот. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2022. - 464 с. - Рекомендовано Министерством образования Российской Федерации в качестве учебника для студентов физических специальностей и специальности "Прикладная математика". - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-0537-8., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=802930&idb=0>.
3. Фихтенгольц Григорий Михайлович. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учеб. для студентов физ. и мех.-мат. специальностей вузов : [в 3 т.]. Т. 3 / [пред. и прим. А. А. Флоринского]. - Изд. 8-е. - М. : Физматлит, 2005. - 728 с. - ISBN 5-9221-0466-7 : 315.00., 2 экз.
4. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / Демидович Б. П. - 25-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 624 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-47148-5., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?>



Action=FindDocs&ids=865605&idb=0.

5. Демидович Борис Павлович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учеб. пособие для вузов. - М. : АСТ : Астрель, 2003. - 558, [2] с. : ил. - ISBN 5-17-010062-0 (АСТ). - ISBN 5-271-03601-4 (Астрель) : 194.00., 270 экз.
6. Кудрявцев Лев Дмитриевич. Курс математического анализа : [учеб. для физ.-мат. и инженер.-физ. специальностей вузов] : в 3 т. Т. 1 / Л. Д. Кудрявцев. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Высшая школа, 1988. - 712 с. : ил. - ISBN 5-06-001290-5 (в пер.) : 1.60., 261 экз.
7. Кудрявцев Лев Дмитриевич. Курс математического анализа : учеб. для студентов физ.-мат. и инженер.-физ. специальностей вузов : в 3 т. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М. : Высшая школа, 1988-. Курс математического анализа. Т. 2. - 1988. - 575, [1] с. : ил. - ISBN 5-06-000444-9, 5-06-00145 (Т.2) : 1.40., 181 экз.
8. Кудрявцев Лев Дмитриевич. Курс математического анализа : [учеб. для физ.-мат. и инженер.-физ. специальностей вузов] : в 3 т. Т. 3. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Высшая школа, 1989. - 351, [1] с. : ил. - ISBN 5-06-000444-9, 5-06-00151 : 0.95., 171 экз.

Дополнительная литература:

1. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие для вузов / Берман Г. Н. - 11-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 492 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-46033-5., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=831755&idb=0>.
2. Фихтенгольц Г. М. Основы математического анализа. Часть 1 : учебник для вузов / Фихтенгольц Г. М. - 15-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 444 с. - Допущено Министерством образования и науки РФ в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки и специальностям в области естественных наук и математики, техники и технологий, образования и педагогики. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-45877-6., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=830692&idb=0>.
3. Фихтенгольц Г. М. Основы математического анализа. Часть 2 : учебник для вузов / Фихтенгольц Г. М. - 14-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 464 с. - Допущено Министерством образования и науки РФ в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки и специальностям в области естественных наук и математики, техники и технологий, образования и педагогики. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-46113-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=859216&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

[http://www.unn.ru/books/met\\_files/Semirikova\\_Lapinova.doc](http://www.unn.ru/books/met_files/Semirikova_Lapinova.doc)  
<http://www.lib.unn.ru/students/src/extremum.pdf>  
[http://www.lib.unn.ru/students/src/chisl\\_ryady.pdf](http://www.lib.unn.ru/students/src/chisl_ryady.pdf)  
[http://www.unn.ru/books/met\\_files/raf-2016.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/raf-2016.pdf)

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими

средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор(ы): Семерикова Надежда Петровна, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Павлов Игорь Сергеевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 18 декабря 2023г., протокол № 09/23.