

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Управляемые марковские процессы

Уровень высшего образования

Магистратура

Направление подготовки / специальность

01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Направленность образовательной программы

Математическая робототехника

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.01.02 Управляемые марковские процессы относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции) | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции | | Наименование оценочного средства | |
|---|---|--|------------------------------------|---|
| | Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора) | Результаты обучения по дисциплине | Для текущего контроля успеваемости | Для промежуточной аттестации |
| ПК-4: Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач | <p>ПК-4.1: Знает методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач</p> <p>ПК-4.2: Умеет применять методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач</p> <p>ПК-4.3: Имеет навыки применения методов разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач</p> | <p>ПК-4.1: Знать основные приемы и методы управления марковскими случайными процессами и область их практического применения. Знать основные этапы построения z-преобразования для анализа марковских процессов.</p> <p>ПК-4.2: Уметь применять итерационный метод выбора стратегии поведения для достижения максимально воз- можной прибыли управляемого процесса с доходами.</p> <p>ПК-4.3: Уметь применять итерационный метод выбора стратегии поведения для достижения максимально возможной прибыли управляемого процесса с доходами.</p> | Задачи Собеседование | Зачёт: Контрольные вопросы Задачи |
| ПК-5: Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное | ПК-5.1: Знает типовые математические методы и методологии разработки системного и прикладного программного обеспечения | ПК-5.1: Знать классификацию пространства состояний марковских цепей и основные классы состояний. | Задачи Собеседование | Зачёт: Контрольные вопросы Задачи |

| | | | | |
|--|---|--|--|--|
| программное обеспечение для решения задач научной деятельности | для решения задач научной деятельности ПК-5.2: Умеет применять типовые математические методы и методологии разработки системного и прикладного программного обеспечения для решения задач научной деятельности ПК-5.3: Имеет навыки разработки системного и прикладного программного обеспечения для решения задач научной деятельности | Знать рекуррентный метод исследования процессов последовательных решений для систем, описываемых управляемым марковским процессом. ПК-5.2: Уметь обосновать выбранный метод решения и доказать его эффективность. Уметь строить z-преобразование для вектора финальных вероятностей состояний. ПК-5.3: Владеть методами управления процессами разгрузки и загрузки с помощью функционалов достижения с запретами. | | |
|--|---|--|--|--|

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

| | очная |
|--|------------|
| Общая трудоемкость, з.е. | 2 |
| Часов по учебному плану | 72 |
| в том числе | |
| аудиторные занятия (контактная работа): | |
| - занятия лекционного типа | 16 |
| - занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы) | 16 |
| - КСР | 1 |
| самостоятельная работа | 39 |
| Промежуточная аттестация | 0 Зачёт |

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

| Наименование разделов и тем дисциплины | Всего (часы) | в том числе | | | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
|--|-----------------|--|---------|-------|--|
| | | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них | | | |
| | | Занятия | Занятия | Всего | |

| | | лекционного типа | семинарского типа (практические занятия/ лабора- торные работы), часы | | |
|--|-------------|---------------------|--|-------------|-------------|
| | о ф о | о ф о | о ф о | о ф о | о ф о |
| Тема 1. Марковские случайные процессы с дискретным временем и конечным числом состояний | 18 | 4 | 4 | 8 | 10 |
| Тема 2. Марковские процессы с доходами | 18 | 4 | 4 | 8 | 10 |
| Тема 3. Рекуррентный и итерационный методы для изучения процессов последовательных решений | 18 | 4 | 4 | 8 | 10 |
| Тема 4. Функционалы Чжуна и их применение для управления процессами разгрузки и загрузки | 17 | 4 | 4 | 8 | 9 |
| Аттестация | 0 | | | | |
| КСР | 1 | | | 1 | |
| Итого | 72 | 16 | 16 | 33 | 39 |

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Марковские случайные процессы с дискретным временем и конечным числом состояний
Матрица вероятностей перехода за один шаг, рекуррентное соотношение для вероятностей состояний системы. Пример с игрушечных дел мастером. Классификация состояний марковской цепи, основные классы состояний и их связь.

Тема 2. Марковские процессы с доходами
Рекуррентное соотношение для доходов. Анализ марковских процессов с доходами с помощью z-преобразования. Поведение полного ожидаемого дохода в случае длительного функционирования системы.

Тема 3. Рекуррентный и итерационный методы для изучения процессов последовательных решений
Этапы рекуррентного метода и его применение на примерах. Итерационный метод для марковских процессов с одним эргодическим классом, доказательство его эффективности. Итерационный метод для процессов с несколькими эргодическими классами, примеры.

Тема 4. Функционалы Чжуна и их применение для управления процессами разгрузки и загрузки
Основные свойства функционалов Чжуна, метод нахождения их условных математических ожиданий. Применение функционалов Чжуна при решении задачи оптимизации в некоторой управляемой системе массового обслуживания.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Самостоятельная работа студентов включает в себя самостоятельное изучение некоторых разделов курса "Управляемые марковские процессы" и подготовку доклада по заданной теме.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

1. Найти z -преобразование для данной функции
2. Найти с помощью z -преобразования вероятности состояний для цепи Маркова с заданной матрицей вероятностей перехода.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-5:

1. Найти вектор вероятностей состояний системы после n -ого шага с помощью z -преобразования на примере (приводится матрица вероятностей перехода за один шаг вектор начальных вероятностей состояний системы).
2. Показать на заданном примере особенности z -преобразования для марковского процесса с невозвратным состоянием.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|--|
| зачтено | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно» |
| не зачтено | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно» или «плохо» |

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

1. Дайте определение управляемого марковского процесса. Укажите свойства матрицы вероятностей перехода за один шаг.
2. Запишите рекуррентное соотношение для вероятностей состояний системы. Приведите пример с игрушечным дел мастером.
3. Укажите классификацию состояний марковской цепи и основные классы состояний.

5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-5:

1. Какие состояния марковской цепи называются возвратными и невозвратными?
2. Какие состояния марковской цепи называются существенными и несущественными?

3. Что такое эргодический класс?

Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|--|
| зачтено | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно» |
| не зачтено | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно» или «плохо» |

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

| Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | плохо | неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | очень хорошо | отлично | превосходно |
|--|---|--|--|---|---|--|--|
| | не зачтено | | | зачтено | | | |
| <u>Знания</u> | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| <u>Умения</u> | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки | Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| <u>Навыки</u> | Отсутствие базовых | При решении стандартных | Имеется минимальн | Продemonстрированы | Продemonстрированы | Продemonстрированы | Продemonстрированы |

| | | | | | | | |
|--|--|---|--|---|--|---|--|
| | навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | задач не продемонстрир ованы базовые навыки. Имели место грубые ошибки | ый набор навыков для решения стандартны х задач с некоторым и недочетами | базовые навыки при решении стандартны х задач с некоторым и недочетами | базовые навыки при решении стандартны х задач без ошибок и недочетов | навыки при решении нестандарт ных задач без ошибок и недочетов | творческий подход к решению нестандартны х задач |
|--|--|---|--|---|--|---|--|

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

| Оценка | | Уровень подготовки |
|------------|-------------------------|--|
| зачтено | превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой |
| | отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично». |
| | очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо» |
| | хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо». |
| | удовлетворитель но | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | неудовлетворите льно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно». |
| | плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-4

1.Описать свойства марковского случайного процесса с дискретным временем и конечным числом состояний.

2.Привести классификацию состояний марковского процесса и указать основные классы состояний.

5. Указать особенности z-преобразования для марковских це- пей, имеющих невозвратные и периодические состояния

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-5

3. Дать определение z-преобразования и найти его для указанных функций.

4. Описать метод z-преобразования для вектора вероятностей состояний системы и привести пример.

6. Указать особенности z-преобразования для марковских цепей, имеющих несколько эргодических классов.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|--|
| зачтено | Все компетенции (части компетенций) сформированы на уровне не ниже удовлетворительно |
| не зачтено | Хотя бы одна компетенция (части компетенций) сформирована на уровне ниже удовлетворительно |

5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-4

Задана матрица вероятностей перехода за один шаг марковской цепи

0.7 0.1 0.2

3. 0.1 0.4

4. 0.3 0.1

С помощью z-преобразования найти вероятности состояний системы на любом шаге n, начиная с первого.

5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-5

Используя рекуррентный метод и полученные числовые данные:

0.3 0.7 -1 2

$P = R = v_1(0) = v_2(0) = -2$,

0.8 0.2 1 0

найти полные ожидаемые доходы за n шагов из начального состояния 1 и 2 (величины и) для $n = 1, 2, 3$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|--|
| зачтено | Все компетенции (части компетенций) сформированы на уровне не ниже удовлетворительно |
| не зачтено | Хотя бы одна компетенция (части компетенций) сформирована на уровне ниже |

| | |
|--------|---------------------|
| Оценка | Критерии оценивания |
| | удовлетворительно |

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Федоткин Михаил Андреевич. Основы прикладной теории вероятностей и статистики : учеб. для студентов вузов, обучающихся по специальности "Прикладная математика и информатика" и по направлению "Прикладная математика и информатика". - М. : Высшая школа, 2006. - 368 с. : ил. - ISBN 5-06-005328-8 : 215.60., 183 экз.
2. Федоткин Михаил Андреевич. Модели в теории вероятностей : учебник. - М. : Физматлит : ННГУ, 2012. - 608 с. - (Библиотека Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского). - ISBN 978-5-9221-1384-7 : 600.00., 200 экз.
3. Вентцель Елена Сергеевна. Прикладные задачи теории вероятностей. - М. : Радио и связь, 1983. - 416 с. : ил. - 1.60., 13 экз.
4. Дынкин Евгений Борисович. Управляемые марковские процессы и их приложения / АН СССР, Центр. экон.-мат. ин-т. - М. : Наука, 1975. - 338 с. : черт. - 0.95., 2 экз.

Дополнительная литература:

1. Шильман Семен Вольфович. Курс теории вероятностей : учеб. пособие / Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского. - Н. Новгород : Изд-во Нижегород. ун-та, 1998. - 154, [1] с. - 11.53., 123 экз.
2. Ширяев Альберт Николаевич. Вероятность : учеб. пособие для студентов ун-тов по специальности "Математика". - М. : Наука, 1980. - 575 с. : ил. - 1.50., 25 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Интернет-ресурсы электронного портала ИИТММ <http://www.itmm.unn.ru/studentam/uchebno-metodicheskie-materialy/>
2. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ им. Лобачевского <http://www.unn.ru/books/resources.html>
3. Общероссийский математический интернет-портал <http://mathnet.ru>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.04.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.