

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

**Физический факультет**

---

**УТВЕРЖДЕНО**

решением ученого совета ННГУ  
(протокол от 30 ноября 2022 г. № 13)

**Рабочая программа дисциплины**

**Численные методы**

---

Уровень высшего образования  
**бакалавриат**

---

Направление подготовки / специальность  
**09.03.02 Информационные системы и технологии**

---

Направленность образовательной программы  
**Информационные системы и технологии в физических  
исследованиях**

---

Форма обучения  
**очная**

---

Год начала подготовки

2023 год

Нижегород

2023 год

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Численные методы» (Б1.В.ДВ.04.01) относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана основной образовательной программы, является курсом по выбору.

Дисциплина преподается в 3 семестре.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ПК-14. Способен обосновывать правильность выбранной модели, сопоставляя результаты экспериментальных данных и полученных решений в области применения информационных технологий в физических исследованиях и смежных областях	ПК-14.1. Знать основные методы обработки и сравнения результатов экспериментальных данных и полученных решений.	<i>Знать</i> основные свойства физических моделей, терминологию, взаимосвязь модели и физических законов, с помощью которых она описывается.	<i>Собеседование</i>
	ПК-14.2. Уметь обосновывать правильность выбранной модели.	<i>Уметь</i> применять методы моделирования, тестирования результатов.	<i>Практическая задача</i>
	ПК-14.3. Владеть опытом выбора и обоснования правильности выбранной модели, сопоставления результатов экспериментальных данных и полученных решений.	<i>Владеть</i> численными методами для реализации разрабатываемых моделей.	<i>Практическая задача</i>
ПК-16. Способен к выполнению работ по проектированию, отладке, проверке работоспособности и модификации программного обеспечения информационных систем	ПК-16.1. Знать методы разработки программного обеспечения и технологии программирования.	<i>Знать</i> основные методы вычислительной математики, применяемые при разработке программного обеспечения и в технологии программирования.	<i>Собеседование</i>
	ПК-16.2. Владеть навыками проектирования, отладки программного обеспечения и проверки работоспособности.	<i>Владеть</i> методологией научного исследования, иметь навыки экспериментального, теоретического и модельного изучения различных явлений и процессов.	<i>Практическая задача</i>

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

Очная форма обучения	
Общая трудоемкость	6 ЗЕТ
Часов по учебному плану	216
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	66
- занятия лекционного типа, ч	32
- практические занятия в терминал-классе, ч	32
- лабораторных, ч	-
контроль	36
самостоятельная работа, ч	114
Промежуточная аттестация	экзамен

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия в терминал-классе	Занятия лабораторн. типа	Всего	
1. Введение в дисциплину	4	1	2	-	3	1
2. Методы решения нелинейных уравнений. <u>Сдача практического задания</u>	17	3	2 2	-	7	10
3. Методы численного интегрирования. <u>Сдача практического задания</u>	18	4	2 2	-	8	10
4. Интерполяция. <u>Сдача практического задания</u>	32	5	3 2	-	10	22
5. Численное дифференцирование	7	2	-	-	2	5
6. Аппроксимация по методу наименьших квадратов. <u>Сдача практического задания</u>	34	3	5 2	-	10	24
7. Методы решения систем линейных уравнений	15	3	-	-	3	12
8. Обращение матриц. <u>Сдача практического задания</u>	20	2	2 2	-	6	14
9. Решение систем нелинейных уравнений. <u>Сдача практического задания</u>	19	2	2 1	-	5	14
10. Методы поиска экстремумов	12	2	-	-		10
11. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	17	3	-	-	3	14
12. Метод Монте-Карло для численного интегрирования. <u>Сдача практического задания</u>	19	2	2 1	-	5	14
Экзамен	2				2	-
Итого:	216	32	32		66	150

## Содержание разделов дисциплины

1. **Введение.** Место и роль численных методов в математике. Их значение в физических исследованиях.
2. **Методы решения нелинейных уравнений.** Постановка задачи. Метод половинного деления. Метод хорд. Метод Ньютона. Метод простой итерации. Достижение заданной точности решения. Сравнение методов, их достоинства и недостатки.
3. **Методы численного интегрирования.** Постановка задачи. Понятие квадратурной формулы. Методы прямоугольников. Метод трапеций. Метод парабол (Симпсона). Наилучший выбор узлов интегрирования. Полиномы Лежандра и свойства их корней. Квадратурная формула Гаусса. Сравнение методов.
4. **Интерполяция.** Общая задача приближения функций. Понятие интерполяции, экстраполяции, аппроксимации. Конечные разности. Постановка задачи интерполяции. Первая и вторая интерполяционные формулы Ньютона. Особенности их применения для достижения заданной точности. Интерполяционные формулы Стирлинга и Бесселя. Интерполяция по Лагранжу. Интерполяция кубическими сплайнами. Сравнение методов интерполяции.
5. **Численное дифференцирование.** Постановка задачи. Численное дифференцирование с использованием интерполяционных формул. Формулы трехточечного и пятиточечного численного дифференцирования в заданных узлах.
6. **Аппроксимация по методу наименьших квадратов.** Постановка задачи аппроксимации. Метод наименьших квадратов. Аппроксимация алгебраическими полиномами. Получение системы нормальных уравнений. Выбор оптимальной степени полинома. Аппроксимация другими функциями путем сведения к полиному первого порядка (линеаризация).
7. **Методы решения систем линейных уравнений.** Постановка задачи. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений. Ограничения метода при решении на компьютере. Методы простой итерации и метод Зейделя для приближенного решения системы линейных уравнений.
8. **Обращение матриц.** Вычисление детерминанта матрицы. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса. Обусловленность матриц.
9. **Решение систем нелинейных уравнений.** Постановка задачи. Графический анализ существования решения и поиска начального приближения корней в случае системы двух уравнений. Метод Ньютона.
10. **Методы поиска экстремумов.** Постановка задачи оптимизации. Одномерная оптимизация. Метод золотого сечения. Метод чисел Фибоначчи. Многомерная оптимизация. Метод покоординатного спуска. Метод градиентного спуска.
11. **Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.** Постановка задачи. Физические примеры задачи Коши и краевой задачи. Одношаговые методы. Методы Эйлера. Методы Рунге-Кутты. Многошаговые методы. Метод прогноза и коррекции. Метод Милна. Методы Адамса. Сравнение методов. Особенности их применения для конкретных задач.
12. **Метод Монте-Карло для численного интегрирования.** Детерминированные и недетерминированные вычислительные процессы. Псевдослучайные числа и некоторые алгоритмы их получения. Вычисление двумерных и трехмерных интегралов с использованием случайных чисел.

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа в терминал-классе по выполненным практическим заданиям.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме - экзамен.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

##### **4.1. Самостоятельная внеаудиторная работа студентов осуществляется в следующих формах:**

1. Работа с лекциями, основной и дополнительной литературой, другими источниками, найденными в поисковых системах Интернета. Такая работа необходима для выполнения индивидуальных практических заданий и для подготовки к экзамену.
2. Использование профессиональных прикладных программ для составления собственной программы расчетов на одном из алгоритмических языков высокого уровня, её предварительного тестирования с помощью одной из программ аналитических вычислений, визуализации и тестирования результатов расчетов.
3. Предполагается, что каждый студент имеет дома персональный компьютер с выходом в Интернет и набор необходимых прикладных программ.
4. Работа со средствами телекоммуникации, в том числе электронной почтой, телеконференциями, Интернетом и т.д.
5. Использование электронных библиотек, распределенных и централизованных издательских систем.

##### **4.2. Порядок выполнения и контроля самостоятельной работы**

1. Получение индивидуальных практических заданий.
  2. Разработка алгоритма и составление программы на алгоритмическом языке высокого уровня. Контроль – демонстрация работы программы в компьютерном классе.
  3. Тестирование программы, выполнение пунктов заданий.
- Контроль – сдача задачи в электронном виде.  
Все восемь практических заданий сдаются по порядку, в соответствие с п. 3.

##### **4.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

Практические задания для студентов и методические рекомендации по их выполнению изложены в методическом пособии: Васин А.С. Численные методы. Методические указания и задания: Практикум. – 2-е изд., исправл. и доп. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 201. – 35 с. В нем по каждой теме даны 25 вариантов задач, приведены основные формулы, методические указания по разработке алгоритма и программы, требования при сдаче выполненного задания преподавателю. Типовые примеры заданий из этого пособия приведены в п. 5.2.2 настоящей программы.

##### **4.4. Темы индивидуальных практических заданий**

Темы заданий приведены в п. 5.2.2 настоящей программы.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.1.

#### **5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:**

##### **5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

Уровень сформированности компетенций	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно

(индикатора достижения компетенций)	Не зачтено		зачтено				
	Отсутствие знаний теоретическо го материала.  Невозможнос ть оценить полноту знаний вследствие отказа обучающего я от ответа	Уровень знаний ниже минималны х требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.	Уровень знаний в объеме, соответствующ ем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствую щем программе подготовки. Допущено несколько несущественн ых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответств ующем программе подготовки , без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышаю щем программу подготовки .
<u>Знания</u>							
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальны х умений. Невозможнос ть оценить наличие умений вследствие отказа обучающего я от ответа	При решении стандартных задач не продемонстр ированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстр ированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продемонстри рованы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстри рованы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонс трированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельным и несушеств енным недочетам и, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонс трированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнен ы все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможнос ть оценить наличие навыков вследствие отказа обучающего я от ответа	При решении стандартных задач не продемонстр ированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальны й набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстри рованы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстри рованы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонс трированы навыки при решении нестандарт ных задач без ошибок и недочетов.	Продемонс трирован творческий подход к решению нестандарт ных задач.

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1 Контрольные вопросы

При подготовке к экзамену используются следующие контрольные вопросы, включаемые в экзаменационные билеты.

Вопросы	Код формируемой компетенции
Раздел I	
1. Метод половинного деления и метод хорд для численного решения уравнений.	ПК-14.1 ПК-16.1
2. Метод Ньютона и метод итераций для численного решения уравнений.	
3. Квадратурная формула Ньютона –Котеса для численного интегрирования. Метод трапеций и метод Симпсона.	
4. Метод Гаусса для численного интегрирования.	
5. Понятие интерполяции и экстраполяции. Интерполяционные формулы Ньютона.	
6. Интерполяционная формула Лагранжа.	
7. Сплайн-интерполяция. Кубические сплайны.	
8. Методы численного дифференцирования.	
9. Аппроксимация по методу наименьших квадратов.	

10. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений.	
11. Методы вычисления определителей и обращения матриц.	
12. Решение системы линейных уравнений методом итераций. Метод Зейделя.	
13. Решение систем линейных уравнений с трехдиагональной матрицей методом прогонки.	
14. Решение системы нелинейных уравнений методом итераций.	
15. Решение системы нелинейных уравнений методом Ньютона.	
16. Минимизация одномерной функции. Метод золотого сечения и метод Фибоначчи.	
17. Методы отыскания экстремумов функции нескольких переменных	
18. Методы Рунге-Кутты решения обыкновенных дифференциальных уравнений.	
19. Методы прогноза и коррекции решения обыкновенных дифференциальных уравнений.	
20. Метод Монте-Карло для вычисления определенных интегралов.	
Раздел II	
1. Алгоритм решения уравнения методом половинного деления с заданной точностью.	ПК-14.2
2. Алгоритм решения уравнения методом хорд с заданной точностью.	ПК-16.2
3. Алгоритм решения уравнения методом итераций с заданной точностью.	ПК-14.3
4. Алгоритм решения уравнения методом Ньютона с заданной точностью.	
5. Алгоритм вычисления определенного интеграла методом Симпсона с заданной точностью.	
6. Алгоритм вычисления определенного интеграла методом трапеций с заданной точностью.	
7. Алгоритм 4-х точечного метода Гаусса для вычисления определенного интеграла.	
8. Алгоритм интерполяции по Лагранжу функции, заданной таблично на N равноотстоящих узлах.	
9. Алгоритм интерполяции кубическим сплайном функции, заданной таблично на N равноотстоящих узлах.	
10. Алгоритм 3-х точечного численного дифференцирования функции заданной таблично на N равноотстоящих узлах.	
11. Алгоритм решения системы N линейных уравнений методом Гаусса.	
12. Алгоритм вычисления определителя N-го порядка.	
13. Алгоритм отыскания обратной матрицы	
14. Алгоритм решения системы 2-х нелинейных уравнений методом Ньютона.	
15. Алгоритм минимизации функции одной переменной с заданной точностью методом золотого сечения..	
16. Алгоритм минимизации функции одной переменной с заданной точностью методом Фибоначчи	
17. Алгоритм минимизации функции двух переменных с заданной точностью методом покоординатного спуска.	
18. Алгоритм решения обыкновенного дифференциального уравнения методом Рунге-Кутты 4-ого порядка.	
19. Алгоритм решения обыкновенного дифференциального уравнения по методу прогноза и коррекции Милна	
20. Алгоритм вычисления площади круга методом Монте-Карло.	



### 5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенций

#### Темы практических заданий для выполнения в терминал-классе и типовые варианты.

№	Тема	Перечень компетенций											
1	<b>Вычисление функций с помощью рядов</b> (на первом вводном занятии в пакете «Математика»)	ПК-16.2 ПК-14.3											
	<p><u>Задание</u> 1.Разложить в ряд Тейлора заданную функцию <math>f(x)</math> на отрезке <math>[a - b, a + b]</math> в окрестности точки <math>a</math>. Построить на одном рисунке графики <math>f(x)</math> и суммы <math>n</math> первых членов ряда Тейлора. Варьируя <math>n</math>, исследовать точность представления <math>f(x)</math> рядом Тейлора.</p> <p>2. Разложить в ряд Фурье заданную функцию <math>F(x)</math> на отрезке <math>[c, d]</math>, продолжив ее периодически на всю числовую ось а) четным образом; б) нечетным образом. Построить на одном рисунке графики <math>F(x)</math> и суммы <math>n</math> первых членов ряда Фурье. Варьируя <math>n</math>, исследовать точность представления <math>F(x)</math> рядом Фурье.</p>												
	Вариант		$f(x)$	$a$	$b$	$F(x)$	1	$\sin(\frac{1}{x})$	1	0.8	$1 - x$		
Вариант	$f(x)$	$a$	$b$	$F(x)$									
1	$\sin(\frac{1}{x})$	1	0.8	$1 - x$									
2	<b>Решение уравнений</b>	ПК-14.3 ПК-16.2											
	<p><u>Задание</u> Решить численно уравнение двумя предложенными методами с заданной точностью. Определить необходимое для этого число итераций. Если корней не более двух, найти все корни. Если корней больше двух, найти наименьший по модулю и не равный нулю корень. Исходные данные для задачи представлены в таблице.</p>												
	Вариант		Методы	Уравнение	Точность	1	Половинного деления и Ньютона	$tg(0.63x) - 0.92x + 0.19 = 0$	$10^{-7}$	2	$\ln(0.31x) - 1.3x + 2.5 = 0$	$10^{-8}$	3
Вариант	Методы	Уравнение	Точность										
1	Половинного деления и Ньютона	$tg(0.63x) - 0.92x + 0.19 = 0$	$10^{-7}$										
2		$\ln(0.31x) - 1.3x + 2.5 = 0$	$10^{-8}$										
3		$0.33\sin(2.3x) - 0.5x - 0.06 = 0$	$10^{-9}$										
3	<b>Вычисление определенных интегралов</b>	ПК-14.2 ПК-14.3 ПК-16.2											
	<p>Вариант 12. Вычислить интеграл <math>\int_0^1 x^x dx</math>.</p> <p>Использовать метод Гаусса с 2, 4, 6, 8 узлами интегрирования. Методом Симпсона вычислить этот интеграл с точностью <math>10^{-6}</math>. Сравнить его со значениями, полученными методом Гаусса.</p>												

	<div>Вариант 19. Вычислить интеграл</div> <div><math display="block">\int_0^{\infty} \frac{\arctg(t^2)}{t^2} dt</math></div> <div>с точностью <math>10^{-3}</math>. Метод выбрать самим.</div>																							
4	<div>Интерполяция алгебраическими полиномами</div> <div>Задание Создать таблицу значений функции <math>y_i = f(x_i)</math> в узлах <math>x_i = a + i \cdot h, \quad i = 0, 1, 2 \dots n,</math> где <math>h = (b - a)/n</math>. Построить интерполирующую функцию <math>F(x)</math>. Найти её значения в указанных точках <math>x_j</math> и сравнить с точными значениями, вычислив <math>f(x_j) - F(x_j)</math>. Вывести таблицу <math>x_j, F(x_j), f(x_j) - F(x_j)</math>. Вывести на экран графики <math>f(x), F(x)</math> на интервале, где заданы точки <math>x_j</math>. Параметр <math>n</math> варьировать в пределах от 4 до 10.</div> <div>Исходные данные по вариантам приведены в таблице.</div> <table><tr><td>17</td><td><math>tg(x)</math></td><td>0</td><td>1.5</td><td>0, 0.1, 0.2, ... 1.5</td><td rowspan="2">Интерполяционная формула Лагранжа</td></tr><tr><td>18</td><td><math>\sin(x^3)</math></td><td>0</td><td>2</td><td>0, 0.08, 0.16, ... 2</td></tr><tr><td>21</td><td><math>\exp(-x^2)</math></td><td>-3</td><td>3</td><td>-3, -2.5, -2.0, ... 3</td><td rowspan="2">Интерполяция кубическим сплайном</td></tr><tr><td>22</td><td><math>1/x</math></td><td>0.1</td><td>1.1</td><td>0.1, 0.14, 0.18, ... 1.1</td></tr></table>	17	$tg(x)$	0	1.5	0, 0.1, 0.2, ... 1.5	Интерполяционная формула Лагранжа	18	$\sin(x^3)$	0	2	0, 0.08, 0.16, ... 2	21	$\exp(-x^2)$	-3	3	-3, -2.5, -2.0, ... 3	Интерполяция кубическим сплайном	22	$1/x$	0.1	1.1	0.1, 0.14, 0.18, ... 1.1	ПК-14.3 ПК-16.2
17	$tg(x)$	0	1.5	0, 0.1, 0.2, ... 1.5	Интерполяционная формула Лагранжа																			
18	$\sin(x^3)$	0	2	0, 0.08, 0.16, ... 2																				
21	$\exp(-x^2)$	-3	3	-3, -2.5, -2.0, ... 3	Интерполяция кубическим сплайном																			
22	$1/x$	0.1	1.1	0.1, 0.14, 0.18, ... 1.1																				
5	<div>Аппроксимация алгебраическими полиномами</div> <div>Задание Построить аппроксимирующий алгебраический полином <math>Y(x)</math> степени <math>n</math> для функции <math>f(x)</math> заданной таблично на отрезке <math>[a, b]</math> в точках <math>x_i = a + i \cdot (b - a)/m, \quad i = 0, 1, 2, \dots m</math>. Табличные значения <math>f_i</math> вычислить по формуле</div> <div><math display="block">f_i = f(x_i) \cdot [1 + k \cdot z_i / c],</math></div> <div>где <math>z_i</math> – равномерно распределенное случайное число из интервала <math>[0, 1]</math>,</div> <div><math display="block">k = \begin{cases} -1, &amp; \text{при } z_i &lt; 0.5 \\ 1, &amp; \text{при } z_i \geq 0.5 \end{cases},</math></div> <div><math>c</math> – целое число из интервала <math>[2, 20]</math>. (Множитель в квадратных скобках имитирует случайные отклонения <math>f_i</math> от плавно изменяющихся значений <math>f(x_i)</math>). Вывести на экран графики <math>Y(x), f(x)</math> и точки <math>(x_i, f_i)</math>. Программу составить для произвольного <math>n</math>. Подсчитать <math>S = \sum_{i=1}^m (Y - f_i)^2</math>. Исследовать зависимость <math>S</math> от степени полинома <math>n</math>. Найти оптимальное <math>n</math>.</div>	ПК-14.2 ПК-14.3 ПК-16.2																						

	Исходные данные по вариантам приведены в таблице.						
	Вари- ант	$n$	$f(x)$	$a$	$b$	$m$	
	1	2 ... 8	$x + x^2 + x^3 + x^4$	0	5	10	
	2	1 ... 5	$x - x^2 / 2 + x^3 / 3 - x^4 / 4$	0	4	16	
	3	1 ... 6	$1 / x - 5 / x^2 + 1$	1	2	10	
6	<b>Обращение матриц</b>						ПК-14.3 ПК-16.2
	Задание Вычислить элементы $a_{ij}$ ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ) матрицы $A$ по указанным формулам. Найти определитель этой матрицы и обратную для неё матрицу $A^{-1}$ . Вывести на экран и в файл матрицы $A$ и $A^{-1}$ . Найти матрицу $B = A \cdot A^{-1}$ . Также вывести на экран и в файл матрицу $B$ с необходимой точностью. Найти число обусловленности матрицы $A$ . Исходные данные по вариантам приведены в таблице.						
	Вариант	$a_{ij}$					
	1	$1 / \sin(i + j)$				6	
	2	$1 / \cos(i + j)$				5	
	3	$\ln(i + j)$				4	
7	<b>Решение системы нелинейных уравнений</b>						ПК-14.2 ПК-14.3 ПК-16.2
	Задание Решить систему нелинейных уравнений $\begin{cases} F(x, y) = 0 \\ G(x, y) = 0 \end{cases}$ методом Ньютона с заданной точностью $E$ . Определить необходимое для этого число итераций. Исходные данные по вариантам приведены в таблице.						
	Вариант	$F(x, y)$	$G(x, y)$		$E$		
	1	$x^2 + y^2 - 1$	$y - x - \ln(x)$		$10^{-5}$		
	2	$\lg(x) - 1 + (y + 2)^2$	$(x - 0.5)^2 + 2y^2 - 2$		$10^{-6}$		
8	<b>Вычисление интегралов методом Монте-Карло</b>						

**Задание** Методом Монте-Карло вычислить объем цилиндрида (рис. 1), ограниченного снизу площадкой  $D$ , а сверху – поверхностью, заданной функцией  $z = F(x, y)$ . Найти точное значение объема. Исследовать отклонение полученного численного решения от точного решения в зависимости от числа испытаний.

Исходные данные по вариантам приведены в таблице.

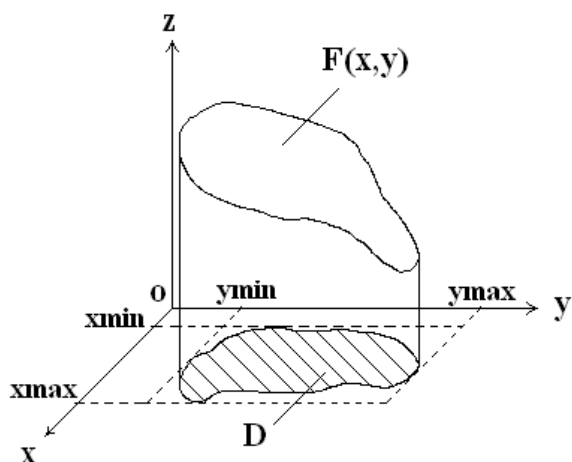


Рис. 1. Вид тела, объем которого вычисляется в задании 8

Вариант	$F(x, y)$	Условия, определяющие $D$ . Приме
1	$x + y + 1$	$x^2 + y^2 < 2; \quad x > 0$
2	$x^3 + y^3$	$x^2 + y^2 < 1; \quad x > 0; \quad y > 0$
3	$x^2 + y^2$	$0 < x < 2; \quad 1 < y < 2$

ПК-14.3  
ПК-16.2

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Численные методы»

### а) основная литература:

1. Васин А.С. Численные методы. Методические указания и задания: Практикум. – 2-е изд., исправл. и доп. – Н.Новгород: ННГУ, 2019. – 35 с.
2. Фаддеев М.А., Марков К.А. Численные методы: Учебное пособие – Н. Новгород: ННГУ, 2005. – 156 с.
3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Наука. Издания разных лет.
4. Муравьев В.А., Бурланков Д.Е. Практическое введение в пакет MATHEMATICA: Учебное пособие. – Н. Новгород: ННГУ. Издания 2000, 2010 гг.

### б) дополнительная литература:

1. Волков Е.А. Численные методы. – М.: Наука, 1982. – 256 с.
2. Самарский А.А. Введение в численные методы. – М.: Наука, 1982.

3. Юнаковский А.Д. Начала вычислительных методов для физиков. – Н. Новгород: ИПФРАН, 2007. – 220 с.
4. Кунин С. Вычислительная физика. – М.: Мир, 1992. – 518 с.
5. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. – М.: Наука, 1970. – 664 с.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. Пакет Microsoft Visual C++ в среде Microsoft Visual Studio., установленный в компьютерном классе.
2. Пакет компьютерных аналитических и графических вычислений для персонального компьютера. Допускается применение сред Wolfram Mathematica, Matlab, MathCAD, Maple или любых иных компьютерных ресурсов аналогичного назначения.
3. Интернет-ресурс справочной и математической литературы со свободным доступом [www.eqworld.ipmnet.ru](http://www.eqworld.ipmnet.ru)

Литература, изданная в ННГУ, имеется в библиотеке ННГУ в расчете на каждого студента. Остальная литература имеется в библиотеке в нескольких экземплярах. Нужные главы, параграфы могут быть скопированы, отсканированы, получены в свободном доступе из Интернета.

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

По курсу имеется необходимое количество учебников и учебных пособий в библиотеке факультета и университета. Некоторые из них представлены на сайте физического факультета ННГУ и в форме Интернет-ресурсов в электронном виде.

Практические занятия проводятся в компьютерном классе, имеющем 12 современных компьютеров с установленным лицензионным программным обеспечением.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ с учетом рекомендаций и ОПОП ВПО по направлению подготовки 09.03.02 «Информационные системы и технологии».

Автор:

к.ф.-м.н., доцент кафедры ИТФИ

\_\_\_\_\_

Васин А.С.

Заведующий кафедрой ИТФИ

д.т.н., профессор

\_\_\_\_\_

Фидельман В.Р.

Программа одобрена на заседании методической комиссии физического факультета ННГУ  
17.11.2022 года, протокол б/н.

Председатель УМК физ.ф-та \_\_\_\_\_ Перов А.А.