

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Теория вероятностей и математическая статистика

---

Уровень высшего образования

Специалитет

---

Направление подготовки / специальность

01.05.01 - Фундаментальные математика и механика

---

Направленность образовательной программы

Фундаментальная механика и приложения

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.21 Теория вероятностей и математическая статистика относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции<br>(код, содержание компетенции)   | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции   |  | Наименование оценочного средства   |  |
|--|---|--|------------------------------------|--|
|  | Индикатор достижения компетенции<br>(код, содержание индикатора)  | Результаты обучения по дисциплине  | Для текущего контроля успеваемости | Для промежуточной аттестации   |
| УК-1: Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий | УК-1.1: Знать методы критического анализа проблемных ситуаций<br>УК-1.2: Уметь вырабатывать стратегию действий при возникновении критических ситуаций<br>УК-1.3: Владеть основами системного подхода к анализу проблемных ситуаций  | УК-1.1:<br>Знать методы поиска, критического анализа и синтеза информации, основы системного подхода для решения поставленных задач.<br><br>УК-1.2:<br>Уметь осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.<br><br>УК-1.3:<br>Владеть основами критического анализа и синтеза информации, системного подхода для решения поставленных задач. | Тест                               | Зачёт:<br>Контрольные вопросы<br><br>Экзамен:<br>Контрольные вопросы<br>Задачи |
| ОПК-1: Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики            | ОПК-1.1: Знает основы фундаментальных физико-математических дисциплин и других естественных наук<br>ОПК-1.2: Умеет формулировать, анализировать и решать профессиональные задачи с применением фундаментальных знаний математики, физики и других естественных наук<br>ОПК-1.3: Имеет практический опыт | ОПК-1.1:<br>Знать методы решения задач из области математических и естественных наук.<br><br>ОПК-1.2:<br>Уметь применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности  | Тест                               | Зачёт:<br>Контрольные вопросы<br><br>Экзамен:<br>Задачи<br>Контрольные вопросы |

|   |  |   |      |  |
|---|--|---|------|--|
|   | <p>постановки и решения актуальных задач математики и механики</p>   | <p>ОПК-1.3:<br/>Владеть навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности в области математических и естественных наук.</p>  |      |  |
| <p>ОПК-2: Способен создавать, анализировать и реализовывать новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении</p> | <p>ОПК-2.1: Знает основные положения, терминологию и методологию в области математического и алгоритмического моделирования<br/>ОПК-2.2: Умеет осуществлять анализ и выбор методов решения задач профессиональной и научной деятельности на основе теоретических знаний в области математических и компьютерных наук<br/>ОПК-2.3: Имеет практический опыт разработки новых методов математического моделирования для решения задач профессиональной и научной деятельности</p> | <p>ОПК-2.1:<br/>Знать математические модели современных задач естествознания, техники, экономики и управления, основы разработки, анализа и внедрения новых</p> <p>ОПК-2.2:<br/>Уметь разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении.</p> <p>ОПК-2.3:<br/>Владеть навыками разработки, анализа и внедрения новых математических моделей.</p> | Тест | <p>Зачёт:<br/>Контрольные вопросы</p> <p>Экзамен:<br/>Задачи<br/>Контрольные вопросы</p> |
| <p>ПК-4: Имеет опыт самостоятельного проведения работ по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследования</p>                 | <p>ПК-4.1: Знает особенности поиска научно-технической информации в различных источниках, методов и технологий её обработки и анализа, а также способов представления<br/>ПК-4.2: Умеет организовать целенаправленный поиск информации в различных источниках, выбирать методы и технологии её обработки, анализа и представления, исходя из поставленной задачи<br/>ПК-4.3: Владеет навыками поиска и анализа научно-технической информации в</p>                             | <p>ПК-4.1:<br/>Знать методы анализа и обобщения отечественного и международного опыта в математической и информационной области исследований.</p> <p>ПК-4.2:<br/>Уметь применять новые достижения в области научно-технической информации.</p> <p>ПК-4.3:<br/>Владеть навыками решения задач аналитического характера, предполагающих</p>   | Тест | <p>Зачёт:<br/>Контрольные вопросы</p> <p>Экзамен:<br/>Задачи<br/>Контрольные вопросы</p> |

|  |  |   |  |  |
|--|--|---|--|--|
|  | различных источниках для решения стандартных профессиональных задач, а также опыт публичного представления научных результатов | выбор и многообразие актуальных способов решения задач. |  |  |
|--|--|---|--|--|

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

|  |                                    |
|--|------------------------------------|
|  | <b>очная</b>                       |
| <b>Общая трудоемкость, з.е.</b>  | <b>6</b>                           |
| <b>Часов по учебному плану</b>   | <b>216</b>                         |
| в том числе  |                                    |
| <b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>                           |                                    |
| - занятия лекционного типа   | <b>48</b>                          |
| - занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы) | <b>48</b>                          |
| - КСР  | <b>3</b>                           |
| <b>самостоятельная работа</b>  | <b>81</b>                          |
| <b>Промежуточная аттестация</b>  | <b>36</b><br><b>Экзамен, Зачёт</b> |

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

| Наименование разделов и тем дисциплины | Всего (часы) | в том числе  |  |             |   |
|--|--------------|--|--|-------------|---|
|  |              | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них |  |             | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
|  |              | Занятия лекционного типа   | Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы | Всего       |   |
|  | о<br>ф<br>о  | о<br>ф<br>о  | о<br>ф<br>о  | о<br>ф<br>о | о<br>ф<br>о                               |
| Тема 1                                 | 26           | 8  | 8  | 16          | 10  |
| Тема 2                                 | 26           | 8  | 8  | 16          | 10  |
| Тема 3                                 | 14           | 4  | 4  | 8           | 6   |
| Тема 4                                 | 16           | 4  | 4  | 8           | 8   |
| Тема 5                                 | 16           | 4  | 4  | 8           | 8   |
| Тема 6                                 | 14           | 4  | 2  | 6           | 8   |
| Тема 7                                 | 16           | 4  | 4  | 8           | 8   |
| Тема 8                                 | 15           | 4  | 4  | 8           | 7   |
| Тема 9                                 | 16           | 4  | 4  | 8           | 8   |
| Тема 10                                | 18           | 4  | 6  | 10          | 8   |

|            |     |    |    |    |    |
|------------|-----|----|----|----|----|
| Аттестация | 36  |    |    |    |    |
| КСР        | 3   |    |    | 3  |    |
| Итого      | 216 | 48 | 48 | 99 | 81 |

### Содержание разделов и тем дисциплины

#### Тема 1. Теория случайных событий.

Основные понятия теории вероятностей (статистически устойчивый эксперимент, элементарный исход, пространство элементарных исходов, случайное событие). Операции над случайными событиями. Алгебры и  $\sigma$ -алгебры. Теоретико-множественная модель статистически устойчивого эксперимента. Классический, геометрический и частотный подходы к определению вероятности. Аксиомы теории вероятностей. Свойства вероятности. Определение условной вероятности и ее свойства. Теорема умножения случайных событий. Независимость случайных событий, независимость в совокупности, свойства независимых событий. Схема Бернулли. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

#### Тема 2. Одномерные случайные величины.

Определение случайной величины. Функция распределения и ее свойства. Классификация случайных величин. Дискретные случайные величины. Непрерывные случайные величины. Неслучайные функций от одного случайного аргумента. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и ее свойства, среднее квадратическое отклонение. Мода, медиана, квантиль, моменты высших порядков, асимметрия, эксцесс. Некоторые важнейшие типовые распределения дискретных случайных величин (индикатор случайного события, биномиальное, гипергеометрическое, геометрическое, пуассоновское). Некоторые важнейшие типовые распределения непрерывных случайных величин (равномерное, экспоненциальное, нормальное). Смысл параметров типовых распределений и важнейшие числовые характеристики.

#### Тема 3. Многомерные случайные величины.

Понятие случайного вектора. Многомерная функция распределения и ее свойства. Дискретные и непрерывные многомерные случайные величины. Маргинальные распределения случайного вектора. Статистическая независимость случайных величин.

#### Тема 4. Многомерные случайные величины.

Типовые распределения многомерных случайных величин (равномерное, нормальное). Числовые характеристики случайного вектора. Ковариация и ее свойства. Коэффициент корреляции и его свойства. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимость между случайными величинами. Условное математическое ожидание и его свойства.

Тема 5. Предельные теоремы теории вероятностей. Неравенства Чебышева. Различные виды сходимости последовательности случайных величин (сходимость по вероятности, сходимость почти всюду, сходимость в среднем, сходимость по распределению) и связь между ними. Закон больших чисел в форме Чебышева. Закон больших чисел в форме Бернулли. Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределенных случайных величин. Предельные теоремы в схеме Бернулли (теорема Пуассона, локальная предельная теорема Муавра-Лапласа, интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа).

#### Тема 6. Метод статистических испытаний (Монте-Карло)

Основные положения метода. Моделирование случайных величин с заданным законом распределения. Моделирование случайной величины, распределенной по нормальному закону.

#### Тема 7. Элементы математической статистики

Предмет математической статистики и ее связь с теорией вероятностей. Прикладные задачи математической статистики. Основные понятия математической статистики (выборочное пространство, повторная выборка, частота). Способы представления статистических данных (вариационный и статистический ряды). Статистические (эмпирические) законы распределения (статистическая функция распределения, гистограмма, полигон частот). Выборочные числовые характеристики.

#### Тема 8. Точечное оценивание неизвестного параметра

Понятие статистической оценки. Методы оценивания: метод моментов, метод максимального правдоподобия. Свойства точечных оценок (Несмещенность, состоятельность, эффективность).

Неравенство Крамера-Рао, асимптотическая эффективность оценок. Свойства выборочного среднего как оценки математического ожидания случайной величины. Несмещенная оценка вероятности случайного события. Несмещенная оценка дисперсии при известном и неизвестном математическом ожидании.

Свойства оценки начального момента  $k$ -ого порядка).

#### Тема 9. Интервальное оценивание неизвестных параметров распределений

Общая постановка задачи интервального оценивания. Проверка гипотез о параметрах и построение доверительных интервалов. Доверительный интервал для математического ожидания нормальной случайной величины при известной и неизвестной дисперсии. Интервальные оценки для дисперсии нормально распределенной случайной величины. Доверительный интервал для вероятности события.

#### Тема 10. Проверка статистических гипотез

Задача проверки статистических гипотез. Понятие статистической гипотезы. Простые и сложные гипотезы. Методы проверки гипотез: метод вероятностных бумаг и метод критериев. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости. Размер и мощность критерия. Критерий Неймана-Пирсона для проверки простой основной гипотезы. Лемма Неймана-Пирсона. Критерии согласия: хи-квадрат Пирсона, Колмогорова, омега-квадрат Смирнова. Проверка гипотезы об однородности. Проверка гипотез о параметрах.

### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

- электронный курс "Теория вероятностей и математическая статистика"  
(<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2439>).

Иные учебно-методические материалы: 1. Пройдакова Е.В., Федоткин М.А., Зорин В.А. Практикум по теории вероятностей. Часть 1: Практикум.

[http://www.unn.ru/books/met\\_files/Projdakova\\_%201.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/Projdakova_%201.pdf)

2. Пройдакова Е.В., Федоткин М.А., Зорин В.А. Практикум по теории вероятностей. Часть 2: Практикум.

[http://www.unn.ru/books/met\\_files/Projdakova\\_%202.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/Projdakova_%202.pdf)

### 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

#### 5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

##### 5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции УК-1:

Для заданных событий указать верные соотношения.

Три письма раскладывают по трем конвертам. События

$A = \{ \text{все письма попадут в свои конверты} \}$   
 $B = \{ \text{только одно письмо попадет в свой конверт} \}$

1)  $A \cap B = \emptyset$  2)  $B \subset A$  3)  $A \subset B$  4)  $A = B$  5)  $A = \bar{B}$  6)  $A \cap B \neq \emptyset$

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Указать для каких моделей эксперимента применим классический подход к определению вероятности события А.  
Из колоды в 36 карт по схеме случайного выбора с возвращением выбирают 2 карты. Событие А – обе карты тузы.  
1.Перенумеруем все карты в колоде; пусть  $x_i$  – номер карты при  $i$ -м извлечении  
 $\Omega = \{ \omega_i = (x_1, x_2) : x_1, x_2 \in \{1, \dots, 36\}, i = \overline{1, 36^2} \}$  (+10 баллов)  
2.Перенумеруем все карты в колоде; пусть  $x_i$  – номер карты при  $i$ -м извлечении  
 $\Omega = \{ \omega_i = (x_1, x_2) : x_1, x_2 \in \{1, \dots, 36\}, x_1 \neq x_2, i = \overline{1, A_{36}^2} \}$   
3.Перенумеруем все карты в колоде; пусть  $x_1, x_2$  – номера карт, попавшие в выборку  
 $\Omega = \{ \omega_i = [x_1, x_2] : x_1, x_2 \in \{1, \dots, 36\}, x_1 \neq x_2, i = \overline{1, C_{36}^2} \}$   
4.  $w_1$  - первая карта туз;  $w_2$  - вторая карта туз  
 $\Omega = \{w_1, w_2\}$   
5.  $w_i$  - среди выбранных карт  $i$  - тузов  
 $\Omega = \{w_0, w_1, w_2\}$

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ОПК-2:

Для заданных событий указать верные соотношения.  
Четыре человека сдали в гардероб свои шляпы, а гардеробщина перепутала номерки и повесила шляпы в случайном порядке. События  $A = \{каждый\ получает\ свою\ шляпу\}$   
 $B = \{только\ один\ получил\ свою\ шляпу\}$   
1.  $A \cap B = \emptyset$  (+10 баллов)  
2.  $B \subset A$   
3.  $A \subset B$   
4.  $A = B$   
5.  $A = \overline{B}$   
6.  $A \cap B \neq \emptyset$

5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

Среди 15 изделий 3 бракованные. Наудачу отбирают 5 изделий. Найти вероятность того, что среди них будет по крайней мере одно бракованное. (Ответ вводится в виде простой дроби)

Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

| Оценка     | Критерии оценивания  |
|------------|--|
| зачтено    | как минимум 80% правильных ответов в тесте                   |
| не зачтено | Выполнено менее половины задания, есть существенные недочеты |

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

|  |            |                     |                   |           |              |         |             |
|--|------------|---------------------|-------------------|-----------|--------------|---------|-------------|
| Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | плохо      | неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо    | очень хорошо | отлично | превосходно |
|  | не зачтено |                     | зачтено           |           |              |         |             |
|  | Знания     | Отсутствие          | Уровень           | Минимальн | Уровень      | Уровень | Уровень     |

|               |  |  |  |   |   |  |  |
|---------------|--|--|--|---|---|--|--|
|               | знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки                                  | о допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок  | знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок   | знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок                                       | знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.   | знаний в объеме, превышающем программу подготовки.   |
| <u>Умения</u> | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа   | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки | Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| <u>Навыки</u> | Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа     | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки  | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами                                      | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами   | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов  | Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов   | Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач  |

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

| Оценка  |                          | Уровень подготовки   |
|---------|--------------------------|--|
| зачтено | <b>превосходно</b>       | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой |
|         | <b>отлично</b>           | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».  |
|         | <b>очень хорошо</b>      | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»  |
|         | <b>хорошо</b>            | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».   |
|         | <b>удовлетворительно</b> | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»                                     |



|                   |                            |  |
|-------------------|----------------------------|--|
| <b>не зачтено</b> | <b>неудовлетворительно</b> | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно». |
|                   | <b>плохо</b>               | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»                |

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

|   |      |
|---|------|
| Теоретико-множественная модель статистически устойчивого эксперимента.      | УК-1 |
| Классическое определение вероятности.                                       | УК-1 |
| Геометрический подход к определению вероятности.                            | УК-1 |
| Аксиоматическое определение вероятности.                                    | УК-1 |
| Свойства вероятности при аксиоматическом подходе.                           | УК-1 |
| Условная вероятность, ее свойства.  | УК-1 |
| Независимость случайных событий, их свойства, независимость в совокупности. | УК-1 |
| Теорема сложения случайных событий.   | УК-1 |
| Теорема умножения случайных событий.  | УК-1 |

#### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

|  |       |
|--|-------|
| Дисперсия, ее свойства. Среднее квадратическое отклонение.                                   | ОПК-1 |
| Мода, медиана, квантиль. Асимметрия, эксцесс.  | ОПК-1 |
| Индикатор случайного события (распределение, математическое ожидание, дисперсия).            | ОПК-1 |
| Биномиальная случайная величина(распределение, математическое ожидание, дисперсия).          | ОПК-1 |
| Гипергеометрический закон распределения (распределение, математическое ожидание, дисперсия). | ОПК-1 |
| Геометрическое распределение (распределение, математическое ожидание,                        | ОПК-1 |

|  |       |
|--|-------|
| дисперсия).  |       |
| Распределение Пуассона (распределение, математическое ожидание, дисперсия).            | ОПК-1 |
| Равномерный закон распределения (распределение, математическое ожидание, дисперсия).   | ОПК-1 |
| Показательный закон распределения (распределение, математическое ожидание, дисперсия). | ОПК-1 |

### 5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-2

|  |       |
|--|-------|
| Формула полной вероятности.  | ОПК-2 |
| Формула Байеса.  | ОПК-2 |
| Понятие случайной величины.  | ОПК-2 |
| Функция распределения, ее свойства.                                      | ОПК-2 |
| Дискретная случайная величина, способы ее задания.                       | ОПК-2 |
| Непрерывная случайная величина, свойства плотности распределения.        | ОПК-2 |
| Неслучайная функция от одного случайного аргумента (дискретный случай).  | ОПК-2 |
| Неслучайная функция от одного случайного аргумента (непрерывный случай). | ОПК-2 |
| Математическое ожидание и его свойства.                                  | ОПК-2 |

### 5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-4

|  |      |
|--|------|
| Нормальный закон распределения.                        | ПК-4 |
| Математическое ожидание нормальной случайной величины. | ПК-4 |
| Дисперсия нормальной случайной величины.               | ПК-4 |
| Случайный вектор, способы его задания.                 | ПК-4 |
| Многомерная функция распределения и ее свойства.       | ПК-4 |
| Частные распределения случайного вектора.              | ПК-4 |
| Независимость случайных величин.                       | ПК-4 |

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

| Оценка     | Критерии оценивания  |
|------------|--|
| зачтено    | Студент ответил на большую часть вопросов возможно с незначительными недочетами.             |
| не зачтено | При ответе студент допускает грубые ошибки в основном материале и решении стандартных задач. |

### 5.3.5 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

| Вопрос  | Код формируемой компетенции |
|---|-----------------------------|
| 1. Условные законы распределения (дискретный случай).                                       | УК-1                        |
| 2. Условные законы распределения (непрерывный случай).                                      | УК-1                        |
| 3. Неслучайные функции от нескольких случайных аргументов. Формула свертки.                 | УК-1                        |
| 4. Числовые характеристики случайного вектора.  | УК-1                        |
| 5. Ковариация, и ее свойства.   | УК-1                        |
| 6. Коэффициент корреляции, и его свойства.  | УК-1                        |
| 7. Условное математическое ожидание и его свойства.   | УК-1                        |
| 8. Неравенства Чебышева.  | УК-1                        |
| 9. Закон больших чисел в форме Бернулли.  | УК-1                        |
| 10. Закон больших чисел в форме Чебышева.   | УК-1                        |
| 11. Центральная предельная теорема. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.                    | УК-1                        |
| 12. Теорема Пуассона.   | УК-1                        |
| 13. Локальная теорема Муавра-Лапласа.   | УК-1                        |
| 14. Моделирование случайной величины с заданным законом распределения (дискретный случай).  | УК-1                        |
| 15. Моделирование случайной величины с заданным законом распределения (непрерывный случай). | УК-1                        |
| 16. Основные задачи математической статистики.  | УК-1                        |
| 17. Способы представления статистических данных.  | УК-1                        |

|  |      |
|--|------|
| 18. Гистограмма, полигон частот.   | УК-1 |
| 19. Статистическая функция распределения. Теорема Гливенко.                          | УК-1 |
| 20. Выборочное среднее как оценка математического ожидания генеральной совокупности. | УК-1 |

### 5.3.6 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

|  |       |
|--|-------|
| 21. Выборочная дисперсия как оценка дисперсии генеральной совокупности.                                  | ОПК-1 |
| 22. Несмещенность статистических оценок  | ОПК-1 |
| 23. Состоятельность статистических оценок.   | ОПК-1 |
| 24. Эффективность статистических оценок.   | ОПК-1 |
| 25. Несмещенная оценка дисперсии при неизвестном математическом ожидании.                                | ОПК-1 |
| 26. Несмещенная оценка дисперсии при известном математическом ожидании.                                  | ОПК-1 |
| 27. Несмещенная оценка $k$ -ого начального момента случайной величины.                                   | ОПК-1 |
| 28. Несмещенная оценка вероятности.  | ОПК-1 |
| 29. Метод моментов.  | ОПК-1 |
| 30. Оценки метода моментов для параметров нормально распределенной генеральной совокупности.             | ОПК-1 |
| 31. Метод максимального правдоподобия.   | ОПК-1 |
| 32. Оценки максимального правдоподобия для параметров нормально распределенной генеральной совокупности. | ОПК-1 |
| 33. Задача интервального оценивания неизвестных параметров распределения.                                | ОПК-1 |
| 34. Центральный метод построения доверительных интервалов.   | ОПК-1 |

### 5.3.7 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-2

|   |       |
|---|-------|
| Интервальная оценка математического ожидания нормальной случайной величины при известной дисперсии.   | ОПК-2 |
| Интервальная оценка математического ожидания нормальной случайной величины при неизвестной дисперсии. | ОПК-2 |

|   |       |
|---|-------|
| Интервальная оценка математического ожидания нормальной случайной величины при неизвестной дисперсии. | ОПК-2 |
| Интервальная оценка дисперсии нормальной случайной величины при известном математическом ожидании.    | ОПК-2 |
| Интервальная оценка дисперсии нормальной случайной величины при неизвестном математическом ожидании.  | ОПК-2 |
| Интервальная оценка вероятности события.  | ОПК-2 |
| Задача проверки статистических гипотез.   | ОПК-2 |
| Понятие статистической гипотезы. Простые и сложные гипотезы. Ошибки 1-ого и 2-ого рода.               | ОПК-2 |
| Мощность критерия. Задача построения наиболее мощного критерия для простой основной гипотезы.         | ОПК-2 |

### 5.3.8 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-4

|   |      |
|---|------|
| Правосторонний критерий проверки гипотезы о числовом значении математического ожидания нормальной случайной величины. | ПК-4 |
| Левосторонний критерий проверки гипотезы о числовом значении математического ожидания нормальной случайной величины.  | ПК-4 |
| Критерий согласия Хи-квадрат Пирсона.   | ПК-4 |
| Схема применения критерия Хи-квадрат при известных параметрах распределения.  | ПК-4 |
| Схема применения критерия Хи-квадрат при неизвестных параметрах распределения.  | ПК-4 |
| Основные понятия теории случайных процессов.  | ПК-4 |
| Классификация случайных процессов.  | ПК-4 |
| Основные понятия теории цепей Маркова.  | ПК-4 |

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

| Оценка      | Критерии оценивания   |
|-------------|---|
| превосходно | Студент дал развернутый ответ на все вопросы и при этом продемонстрировал знание дополнительного материала. |
| отлично     | Студент дал развернутый ответ на все вопросы и при этом   |

| Оценка              | Критерии оценивания  |
|---------------------|--|
|                     | продемонстрировал знание дополнительного материала.  |
| очень хорошо        | Студент дал ответ на все вопросы, возможно с незначительными недочетами.                     |
| хорошо              | Студент ответил на большую часть вопросов с незначительными недочетами.                      |
| удовлетворительно   | Студент ответил на большую часть вопросов с существенными недочетами.                        |
| неудовлетворительно | При ответе студент допускает грубые ошибки в основном материале и решении стандартных задач. |
| плохо               | Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач.              |

### **5.3.9 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции УК-1**

Равновероятное распределение трех шаров по трем ящикам ( а) шары различимы, ящики различимы; б) шары неразличимы, ящики различимы; в) шары неразличимы, ящики неразличимы). Пусть событие число шаров в первом ящике равно 2;  $=$  число заполненных ящиков равно 3. Найти вероятности событий Зависимы ли события и ? (в физике это соответствует распределению Максвелла-Больцмана, Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна).

### **5.3.10 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1**

Техника рандомизированного опроса. Чтобы поощрить объективно отвечать на задаваемые вопросы предлагается проводить опрос так: опрашиваемый втайне подбрасывает кубик, если выпадает 3,4,5 или 6, то опрашиваемый говорит правду (ставит «+» или «—»); если выпадает 1 или 2, то опрашиваемый отвечает наоборот. Результат эксперимента с кубиком опрашиваемому неизвестен, но известна вероятность выпадения граней и известна частота выпадения «+». Как оценить истинный процент положительных ответов?

### **5.3.11 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-2**

Студент знает 25 экзаменационных вопросов из 35. Экзаменационный билет содержит 3 вопроса. Для успешной сдачи экзамена студент должен ответить по крайней мере на 2 вопроса билета. Найти вероятность того, что экзамен будет сдан, если студент не знает первый вопрос билета.

### **5.3.12 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-4**

Два судна должны подойти к одному и тому же причалу. Их появление – независимые случайные события, равновозможные в любой момент в течение суток. Найти вероятность

того, что одному из судов придется ожидать освобождения причала, если время стоянки одного судна – 1 час, а другого – 2 часа.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

| Оценка              | Критерии оценивания   |
|---------------------|---|
| превосходно         | Студент получил верный ответ во всех заданиях. При этом студент продемонстрировал знание дополнительного материала. |
| отлично             | Студент получил верный ответ во всех заданиях.  |
| очень хорошо        | Студент получил верный ответ в большинстве заданий.   |
| хорошо              | Студент решил большую часть задач с незначительными недочетами.   |
| удовлетворительно   | Студент решил большую часть задач с существенными недочетами.   |
| неудовлетворительно | Студент допускает грубые ошибки в решении стандартных задач.  |
| плохо               | Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач.                                     |

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Гмурман Владимир Ефимович. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие для бакалавров. - 12-е изд. - М. : Юрайт, 2014. - 479 с. : ил. - (Бакалавр. Базовый курс). - ISBN 978-5-9916-3461-8 : 559.00., 1 экз.
2. Кремер Наум Шевелевич. Теория вероятностей и математическая статистика = Probability theory and mathematical statistics : учеб. для студентов вузов, обучающихся по экон. специальностям. - М. : Юнити-Дана, 2000. - 543 с. - 94.00., 4 экз.

Дополнительная литература:

1. Федоткин Михаил Андреевич. Основы прикладной теории вероятностей и статистики : учеб. для студентов вузов, обучающихся по специальности "Прикладная математика и информатика" и по направлению "Прикладная математика и информатика". - М. : Высшая школа, 2006. - 368 с. : ил. - ISBN 5-06-005328-8 : 215.60., 183 экз.
2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 1 / пер. с англ. Р. Л. Добрушина [и др.] ; под ред. Е. Б. Дынкина ; предисл. А. Н. Колмогорова. - Изд. 2-е, стер. - М. : Мир, 1967. - 498 с. : черт. - 2.37., 3 экз.
3. Феллер Вильям. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 2 / пер. с англ. Ю. В. Прохорова. - М. : Мир, 1967. - 752 с. : черт. - 3.23., 2 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ре-сурс].- Режим доступа: <http://tvims.wordpress.com/vse-cto-nugno-znat-2/3-решение-задач/> — Загл. с экрана
2. Компьютерные вести [Электронный ресурс].- Режим доступа: <http://www.kv.by/index2003250601.htm> — Загл. с экрана
3. Образовательные ресурсы интернета - математика [Электронный ре-сурс].- Режим доступа: <http://www.alleng.ru/d/math-stud/math-st889.htm> — Загл. с экрана
4. Учебники по математической статистике [Электронный ресурс].- Ре-жим доступа: [http://www.matburo.ru/st\\_subject.php?p=ms](http://www.matburo.ru/st_subject.php?p=ms) — Загл. с экрана

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.05.01 - Фундаментальные математика и механика.

Автор(ы): Тихов Михаил Семенович, доктор физико-математических наук, профессор  
Гришин Владимир Анатольевич, кандидат технических наук, доцент.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.