

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Алгебра: кольца и модули

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

01.03.01 - Математика

Направленность образовательной программы

Математика (общий профиль)

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.02.02 Алгебра: кольца и модули относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции) | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции | | Наименование оценочного средства | |
|---|---|--|--|-------------------------------|
| | Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора) | Результаты обучения по дисциплине | Для текущего контроля успеваемости | Для промежуточной аттестации |
| ПК-6: Способен составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию | ПК-6.1: Знает специфику научных обзоров ПК-6.2: Умеет составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию ПК-6.3: Владеет способностью по составлению научных обзоров, рефератов и отчетов по тематике проводимых исследований | ПК-6.1: Знать аксиоматику колец и модулей из научной литературы ПК-6.2: Уметь корректно формулировать алгебраические задачи и, на основе этого, планировать тематику научных исследований. ПК-6.3: Владеть опытом применения методов и принципов самостоятельной научно-исследовательской работы. | Разноуровневые задачи Собеседование | Зачёт: Контрольные вопросы |

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

| | очная |
|--|-------|
| Общая трудоемкость, з.е. | 2 |
| Часов по учебному плану | 72 |
| в том числе | |
| аудиторные занятия (контактная работа): | |
| - занятия лекционного типа | 16 |
| - занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы) | 0 |
| - КСР | 1 |
| самостоятельная работа | 55 |

| | |
|--------------------------|------------|
| Промежуточная аттестация | 0 Зачёт |
|--------------------------|------------|

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

| Наименование разделов и тем дисциплины | Всего (часы) | в том числе | | | |
|--|--------------|--|--|-------------|---|
| | | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них | | | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
| | | Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы | Всего | |
| | 0 Ф 0 | 0 Ф 0 | 0 Ф 0 | 0 Ф 0 | 0 Ф 0 |
| Кольца | 35 | 8 | | 8 | 27 |
| Модули | 36 | 8 | | 8 | 28 |
| Аттестация | 0 | | | | |
| КСР | 1 | | | 1 | |
| Итого | 72 | 16 | 0 | 17 | 55 |

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Определение модуля, подмодуля. теоремы о гомоморфизмах, свободные модули, вполне приводимые модули.

Тема 2. Полупервичные кольца, минимальные идеалы, кольца эндоморфизмов, теорема Веддерберна-Артина.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Алгебра: кольца и модули 3 курс (математика), <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=4497>.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Разноуровневые задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-6:

1. Пусть U – подмодуль модуля M , $f: M \rightarrow N$ - гомоморфизм. Тогда $f(U)$ – подмодуль в N .
2. Если C – максимальный подмодуль в M , то M/C – простой модуль.
3. Пусть $f: M \rightarrow N$ - гомоморфизм. Тогда f – мономорфизм в точности тогда, когда $\text{Ker } f = 0$.
4. Найти все максимальные подмодули в Z .
5. Если K – поле, то модуль KK – простой.
6. Найти все простые Z – модули.
7. Пусть R – кольцо. Доказать, что модуль RR – свободный.
8. Пусть N - максимальный подмодуль в M . Тогда для любого $m \in M$ выполнено $M = mR + N$.
9. Пусть M – модуль над полем K . Тогда любой собственный подмодуль в M выделяется прямым слагаемым.

Критерии оценивания (оценочное средство - Разноуровневые задачи)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|--|
| зачтено | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. |
| не зачтено | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки |

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-6:

1. Определение и общие свойства колец, идеалов кольца.
2. Факторкольцо. Факторкольцо $R[x]/(f(x))$.
3. Теоремы о гомоморфизмах. Теорема о соответствии.
4. Простые и максимальные идеалы в коммутативных кольцах.
5. Нильрадикал и радикал Джекобсона.
6. Модули. Операции над подмодулями. Общие определения и теоремы
7. Простые модули. Лемма Шура.

8. Конечнопорожденные модули. Лемма Накаямы.

9. Теорема Жордана-Гельдера-Шрайера.

10. Прямые суммы, свободные модули.

Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|--|
| зачтено | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. |
| не зачтено | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. |

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

| Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | плохо | неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | очень хорошо | отлично | превосходно |
|--|---|--|--|---|---|---|--|
| | не зачтено | | зачтено | | | | |
| <u>Знания</u> | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| <u>Умения</u> | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки | Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |

| | | | | | | | |
|---------------|--|---|--|--|--|--|---|
| | | | полном объеме | объеме, но некоторые с недочетами | с недочетами | недочетам и, выполнены все задания в полном объеме | |
| <u>Навыки</u> | Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов | Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов | Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач |

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

| Оценка | | Уровень подготовки |
|------------|---------------------|--|
| зачтено | превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой |
| | отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично». |
| | очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо» |
| | хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо». |
| | удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно». |
| | плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-6

1. Определение кольца. Примеры.
2. Подкольца, идеалы, главные идеалы, примеры.
3. Гомоморфизмы колец. Ядро и образ гомоморфизма.
4. Основная теорема о гомоморфизмах колец.

5. Делители нуля, нильпотенты, обратимые элементы кольца.
6. Простые идеалы. Критерий простого идеала.
7. Максимальные идеалы. Критерий максимального идеала.
8. Доказать, что каждый собственный идеал кольца содержится в некотором максимальном идеале.
9. Нильрадикал кольца.
10. Радикал Джекобсона и его поэлементное описание.
11. Пересечение, сумма и произведение идеалов.
12. Делимость в целостных кольцах, простые и составные элементы. Примеры.
13. Кольцо главных идеалов нетерово.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|--|
| зачтено | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Каш Ф. Модули и кольца / пер. с нем. Е. Н. Захаровой, М. И. Урсула ; под ред. В. А. Андрунакиевича. - М. : Мир, 1981. - 368 с. - 2.80., 3 экз.
2. Кострикин А. И. Введение в алгебру. Ч. 3. Основные структуры. - 2-е изд., испр. - 2001. - 272 с. - ISBN 5-9221-0166-8 : 117.32., 33 экз.
3. Ленг С. Алгебра / пер. с англ. Е. С. Голода ; под ред. А. И. Кострикина. - М. : Мир, 1968. - 564 с. - 2.41., 2 экз.

Дополнительная литература:

1. Джекобсон Натан. Строение колец / пер. с англ. В. А. Андрунакаевича ; под ред. и с предисл. А. Г. Куроша. - М. : Изд-во иностр. лит., 1961. - 392 с. - 1.80., 2 экз.
2. Туганбаев Аскар Аканович. Теория колец : Арифметические модули и кольца. - М. : МЦНМО, 2009. - 472 с. - Библиогр.: с. 453 - 467. - ISBN 978-5-94057-555-9 : 140.00., 1 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Университетская библиотека ONLINE <http://www.biblioclub.ru>

Библиотека "Лань" <http://e.lanbook.com/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.01 - Математика.

Автор(ы): Любимцев Олег Владимирович, доктор физико-математических наук.

Рецензент(ы): Титова Елена Борисовна.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.