

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол № 15 от 24.12.2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Вычислительные методы и алгоритмы в задачах управления

---

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии

---

Направленность образовательной программы  
Системное программирование

---

Форма обучения  
очная

---

г. Нижний Новгород

2026 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.01.03 Вычислительные методы и алгоритмы в задачах управления относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-2: Способен к применению общенаучных базовых знаний математических и естественных наук, фундаментальной информатики и информационных технологий; применять в профессиональной деятельности современные языки программирования и методы параллельной обработки данных, операционные системы, электронные библиотеки и пакеты программ, сетевые технологии	ПК-2.1: Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационных технологий, имеет научные знания в теории информационных систем ПК-2.2: Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности ПК-2.3: Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области информационных технологий	ПК-2.1: Знать: постановку задач оптимального управления системами, описываемыми обыкновенными дифференциальными уравнениями, формулировки необходимых условий оптимальности для различных типов задач  ПК-2.2: Уметь: использовать на практике знания, полученные при изучении дисциплины «Вычислительные методы и алгоритмы в задачах управления»: 1. Записывать необходимые условия оптимальности для задач оптимального управления. 2. Находить оптимальное управление в линейно- квадратичной задаче, используя матричное уравнение Риккати. 3. Записывать условия оптимальности, используя метод динамического программирования Беллмана. 4. Решать задачу	Задачи	Зачёт: Контрольные вопросы

		<p>синтеза оптимальных быстродействий для линейных систем второго порядка.</p> <p>Уметь:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Приобретать новые научные и профессиональные знания для решения задач оптимального управления, используя современные образовательные и информационные технологии;</li><li>2. Искать информацию о научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников</li><li>3. Уметь анализировать и выбирать современные технологии и методики выполнения работ по реализации информационной системы</li><li>4. Собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования подходов, решений и выводов по соответствующим научным и профессиональным проблемам</li></ol> <p>Уметь:</p> <p>доказывать ранее изученные математические утверждения</p> <p>Уметь:</p> <p>проводить доказательства математических утверждений не аналогичных ранее изученным, но тесно примыкающих к ним.</p> <p>Уметь пользоваться навыками ведения аналитической деятельности</p> <p>ПК-2.3: Имеет опыт научно- практической, исследовательской работы, в том числе с помощью</p>		
--	--	--	--	--

		элементов проектной работы		
--	--	----------------------------	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>3</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>108</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	0
- КСР	1
<b>самостоятельная работа</b>	<b>75</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>0</b>
	<b>Зачёт</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	
Тема 1. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ	7	2		2	5
Тема 2. АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ	14	4		4	10
Тема 3. ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ	14	4		4	10
Тема 4. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ И ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ	14	4		4	10
Тема 5. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ	14	4		4	10
Тема 6. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ	18	8		8	10
Тема 7. МЕТОД ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ	14	4		4	10
Тема 8. ОПТИМАЛЬНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ	12	2		2	10

Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	108	32	0	33	75

### Содержание разделов и тем дисциплины

#### 1. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

- 1.1. Понятие о динамической системе. Фазовое пространство. Фазовые траектории. Примеры динамических систем, описываемые дифференциальными уравнениями в обыкновенных и частных производных. Примеры конечномерных и бесконечномерных фазовых пространств.
- 1.2. Устойчивость решения дифференциального уравнения по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость.
- 1.3. Прямой метод Ляпунова исследования систем на устойчивость Теоремы Ляпунова об устойчивости.
- 1.4. Примеры исследования динамических систем на устойчивость.

#### 2. АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

- 2.1. Устойчивость линейных стационарных систем. Критерий Рауса-Гурвица. Частотные критерии устойчивости.
- 2.2. Устойчивость систем по первому приближению.
- 2.3. Обзор численных методов исследования на устойчивость линейных систем.

#### 3. ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

- 3.1. Математические модели управляемых систем. Постановка задач оптимального управления. Программное управление. Синтез управления.
- 3.2. Понятие о численном решении дифференциального уравнения. Разностная аппроксимация дифференциального уравнения. Обзор численных методов решения дифференциальных уравнений.

#### 4. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ И ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

- 4.1. Постановка задач оптимального управления. Связь с задачами вариационного исчисления.
- 4.2. Необходимые условия оптимальности в задачах Майера и Лагранжа. Функция Гамильтона. Условия трансверсальности.
- 4.3. Линейно-квадратичная задача. Оптимальное управление в форме обратной связи по состоянию системы. Матричное уравнение Риккати. Численные методы решения дифференциального уравнения Риккати.

#### ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

- 5.1. Особенности задач оптимального управления с ограничениями на функцию управления.
- 5.2. Принцип максимума как необходимое условие оптимальности.
- 5.3. Задачи с ограничениями типа равенств и неравенств на фазовые и управляющие переменные.
- 5.4. Задачи оптимального быстродействия. Синтез оптимального управления.
- 5.5. Построения оптимальных траекторий на фазовой плоскости. Кривые переключения управлений.
- 5.6. Теорема Фельдбаума о числе переключений. Условие общности положения.
- 5.7. Численные методы и алгоритмы решения задач оптимального быстродействия.

#### ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

- 6.1. Общая классификация численных методов решения задач оптимального управления.
- 6.2. Численные методы, использующие необходимые условия оптимальности.

- 6.3. Способы решения краевых задач. Перенос граничных условий.
- 6.4. Метод Крылова и Черноушко.
- 6.5. Методы, использующие функции штрафа.
- 6.6. Численное решение задач оптимального быстродействия.
- 6.7. Методы теории возмущений.
- 6.8. Прямые методы решения задач оптимального управления. Конечномерные аналоги задач. Сведение к задаче нелинейного программирования.
- 6.9. Метод локальных вариаций.
- 6.10. Проблемы устойчивости численных методов.
- 6.11. Численные методы решения задач на бесконечном интервале времени.

#### МЕТОД ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ

- 7.1. Принцип оптимальности Беллмана.
- 7.2. Функция Беллмана. Уравнение Беллмана.
- 7.3. Линейно-квадратичная задача на конечном интервале времени.
- 7.4. Численные методы и алгоритмы решения уравнения Беллмана.

#### ОПТИМАЛЬНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ

- 8.1. Постановка задачи о стабилизации системы.
- 8.2. Управляемость линейных систем. Второй метод Ляпунова в задаче оптимальной стабилизации.
- 8.3. Стационарная линейно-квадратичная задача. Алгебраическое уравнение Риккати.
- 8.4. Численные методы и алгоритмы решения алгебраического уравнения Риккати.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:  
Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Вычислительные методы и алгоритмы в задачах управления (ФИИТ),  
<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=6845>.

#### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

**5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

**5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-2:**

### Задачи

1. Построение функций Ляпунова для анализа устойчивости (неустойчивости) тривиального решения систем дифференциальных уравнений.
2. Применение теоремы Барбашина-Красовского к анализу устойчивости тривиального решения систем дифференциальных уравнений.
3. Применение теоремы Румянцева к анализу устойчивости решений дифференциальных уравнений по части переменных.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задача решена верно или с незначительными ошибками.
не зачтено	Задача не решена или допущены грубые ошибки.

### 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

#### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

						задания в полном объеме	
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

**5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:**

**5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-2**

Теоремы Ляпунова об устойчивости. Теорема <u>Четаева</u> о неустойчивости.
Теорема Барбашина-Красовского. Устойчивость по части переменных. Т Румянцева об устойчивости по части переменных.
Устойчивость линейных стационарных систем. Критерий Рауса-Гурвица. Частотные критерии устойчивости.
Устойчивость систем с периодическим изменением параметров.
Устойчивость систем по первому приближению. Матричное уравнение Ляпунова.
Математические модели управляемых систем. Постановка задач <u>оптимального</u> управления. Программное управление. Синтез управления.
Необходимые условия оптимальности в задачах Майера и Лагранжа. Функционалы Гамильтона. Условия трансверсальности.
Необходимые условия оптимальности в общей задаче. Метод множителей Лагранжа.
Линейно-квадратичная задача. Оптимальное управление в форме обратной связи по состоянию системы. Матричное уравнение <u>Риккати</u> .

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответы на вопросы верны или имеют незначительные неточности.
не зачтено	Ответов нет или допущены грубые ошибки.

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Неймарк Юрий Исаакович. Математические модели в естествознании и технике : учеб. для студентов вузов, обучающихся по направлению 510200 "Прикладная математика и информатика" и специальности 010200 "Прикладная математика и информатика" / ННГУ. - Н. Новгород : Изд-во Нижегород. ун-та, 2004. - 401 с. - ISBN 5-85746-496-X : 80.00., 156 экз.
2. Неймарк Юрий Исаакович. Динамические системы и управляемые процессы. - М. : Наука, 1978. - 336 с. : ил. - 1.50., 40 экз.

Дополнительная литература:

1. Черноусько Феликс Леонидович. Вариационные задачи механики и управления. Численные методы / АН СССР, Ин-т проблем механики. - М. : Наука, 1973. - 238 с. : черт. - 1.04., 1 экз.
2. Акуленко Леонид Денисович. Асимптотические методы оптимального управления. - М. : Наука, 1987. - 365 с. : ил. - 4.10., 2 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=6845>

### 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной

программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор(ы): Баландин Дмитрий Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 17.12.2025, протокол № протокол №6.