

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Арзамасский филиал ННГУ - Факультет естественных и математических наук

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол № 10 от 02.12.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Дискретная математика

---

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
44.03.01 - Педагогическое образование

---

Направленность образовательной программы  
Математика

---

Форма обучения  
очно-заочная

---

г. Арзамас

2025 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.02 Дискретная математика относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПКР-4: Способен осваивать и анализировать базовые научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях явлений и процессов в предметной области	ИПКР-4.1: Знает содержание, сущность, закономерности, принципы и особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области, а также роль учебного предмета/образовательной области в формировании научной картины мира; основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения профессиональных задач. ИПКР-4.2: Умеет анализировать базовые научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов в предметной области знаний. ИПКР-4.3: Владеет различными методами анализа основных категорий предметной области знаний.	ИПКР-4.1: Знать основные понятия, факты и закономерности, характеризующие свойства абстрактных дискретных объектов  ИПКР-4.2: Уметь решать типовые задачи по дискретной математике  ИПКР-4.3: Владеть базовыми идеями и методами дискретной математики: комбинаторного анализа и теории графов	Опрос Коллоквиум Контрольная работа Тест	Зачёт: Контрольные вопросы
ПКР-5: Способен конструировать содержание образования и реализовывать образовательный процесс в предметной области в	ИПКР-5.1: Знает требования ФГОС соответствующего уровня образования к содержанию образования в предметной области, примерные образовательные программы и учебники по	ИПКР-5.1: Знать основы комбинаторного анализа и теории графов, их связь со школьным курсом математики  ИПКР-5.2:	Коллоквиум Контрольная работа Опрос Тест	Зачёт: Контрольные вопросы

соответствии с требованиями ФГОС соответствующего уровня образования, с уровнем развития современной науки и с учетом возрастных особенностей обучающихся/воспитанников	<p>преподаваемому предмету, перечень и содержательные характеристики учебной документации по вопросам организации и реализации образовательного процесса.</p> <p>ИПКР-5.2: Умеет конструировать предметное содержание обучения в соответствии с уровнем развития научного знания и с учетом возрастных особенностей обучающихся/воспитанников ; разрабатывать рабочие программы на основе примерных образовательных программ.</p> <p>ИПКР-5.3: Владеет навыками конструирования и реализации предметного содержания и его адаптации в соответствии с особенностями обучающихся/воспитанников .</p>	<p>Уметь применять методы дискретной математики в ходе профессиональной деятельности</p> <p>ИПКР-5.3: Владеть навыками практической работы с дискретными объектами, в том числе при осуществлении учебного процесса</p>		
---	--	---	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очно-заочная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>3</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>108</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>6</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>6</b>
- КСР	<b>1</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>95</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>0</b> <b>Зачёт</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе	
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем),	Самостоятельная работа

		часы из них			обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора- торные работы), часы	Всего	
	0 3 Ф 0	0 3 Ф 0	0 3 Ф 0	0 3 Ф 0	0 3 Ф 0
Тема 1. Основные комбинаторные объекты и числа.	6	1		1	5
Тема 2. Алгебраический и теоретико-множественный методы.	6	1		1	5
Тема 3. Метод производящих функций	6		1	1	5
Тема 4. Рекуррентные соотношения. Числа Фибоначчи	6	1		1	5
Тема 5. Рекуррентное вычисление комбинаторных чисел	6		1	1	5
Тема 6. Линейные однородные рекуррентные соотношения	6		1	1	5
Тема 7. Неоднородные рекуррентные соотношения	6	1		1	5
Тема 8. Целочисленные функции и их асимптотические приближения. Формула суммирования Эйлера	6		1	1	5
Тема 9. Граф. Степень вершины графа. Типы графов	6	1		1	5
Тема 10. Связные графы. Компоненты связности. Изоморфные графы	8			0	8
Тема 11. Характеристики вершин и ребер графа	8			0	8
Тема 12. Эйлеровы и гамильтоновы графы	8	1		1	7
Тема 13. Деревья. Характеризационная теорема	8			0	8
Тема 14. Планарные графы и плоские графы. Теорема Эйлера	7		1	1	6
Тема 15. Раскраска вершин и ребер графа. Теорема Кёнига	8			0	8
Тема 16. Раскраска карт. Гипотеза четырех красок	6		1	1	5
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	108	6	6	13	95

### Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Основные комбинаторные объекты и числа.

Множество всех возможных подмножеств. Размещения, сочетания и перестановки без повторов и с повторениями. Формулы для их вычисления.

Тема 2. Алгебраический и теоретико-множественный методы.

Методы изучения комбинаторных объектов и чисел. Бином Ньютона. Комбинаторные тождества. Биномиальные и полиномиальные коэффициенты. Теорема обращения. Принцип включения-исключения. Задача о беспорядках.

Тема 3. Метод производящих функций.

Понятия производящей функции и экспоненциальной производящей функции. Нахождение производящих функций и их применение для решения комбинаторных задач.

Тема 4. Рекуррентные соотношения. Числа Фибоначчи.

Задачи, приводящие к рекуррентным соотношениям. Числа Фибоначчи. Основные понятия теории рекуррентных соотношений. Общее и частное решение рекуррентного соотношения.

Тема 5. Рекуррентное вычисление комбинаторных чисел.

Рекуррентное вычисление числа сочетаний, числа размещений и перестановок. Правила построения таблиц для размещений и сочетаний.

Тема 6. Линейные однородные рекуррентные соотношения.

Понятие линейного однородного рекуррентного соотношения. Характеристическое уравнение. Теорема о виде общего решения линейного рекуррентного соотношения.

Тема 7. Неоднородные рекуррентные соотношения.

Теорема о виде частного решения линейного неоднородного рекуррентного соотношения. Задачи на применение линейных неоднородных рекуррентных соотношений.

Тема 8. Целочисленные функции и их асимптотические приближения. Формула суммирования Эйлера. Целочисленные функции и комбинаторные числа. Символы  $\sim$ ,  $o$ ,  $O$ . Основные правила использования этих символов. Асимптотические приближения целочисленных функций. Формула суммирования Эйлера.

Тема 9. Граф. Степень вершины графа. Типы графов.

Основные понятия теории графов. Матрица смежности графа. Псевдограф, мультиграф, граф и их ориентированные аналоги. Степень вершины графа. Лемма о рукопожатиях. Теорема о сумме степеней вершин графа и её следствие. Подграф. Типы графов. Платоновы графы.  $k$ -дольные графы.

Тема 10. Связные графы. Компоненты связности. Изоморфные графы.

Путь, цепь, простая цепь, цикл, простой цикл. Связные графы. Изоморфные графы. Компоненты связности графа, их число. Число помеченных графов с  $p$  вершинами. Теорема об оценке числа ребер графа.

Тема 11. Характеристики вершин и ребер графа.

Характеристики вершин и ребер графа: паросочетания, покрытия, независимые и доминирующие множества, клики.

Тема 12. Эйлеровы и гамильтоновы графы.

Задача о кенигсбергских мостах. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Покрытие графа цепями.

Гамильтоновы графы. Задача коммивояжера.

Тема 13. Деревья. Характеризационная теорема.

Дерево и лес. Эквивалентность различных определений дерева. Теорема Кэли. Остов графа.

Оптимизационные задачи. Алгоритмы Краскала и Прима поиска остова минимального веса.

Тема 14. Планарные графы и плоские графы. Теорема Эйлера. Укладка графа.

Укладка графа в трехмерное евклидово пространство. Теорема об укладке графа на плоскости и сфере.

Планарные графы. Плоские графы. Теорема Эйлера для плоского графа и её следствия. Непланарность графов  $K_5$  и  $K_{3,3}$ .

Тема 15. Раскраска вершин и ребер графа. Теорема Кёнига.

Правильная раскраска вершин и ребер графа. Хроматическое число и хроматический индекс графа.

Раскраска вершин двудольного графа, теорема Кёнига.

Тема 16. Раскраска карт. Гипотеза четырех красок.

Правильная раскраска карты на плоскости. Гипотеза четырех красок. Теорема Хивуда.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Дискретная математика, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=8378>.

Иные учебно-методические материалы:

Учебно-методические документы, регламентирующие самостоятельную работу

адреса доступа к документам

<https://arz.unn.ru/sveden/document/>

[https://arz.unn.ru/pdf/Metod\\_all\\_all.pdf](https://arz.unn.ru/pdf/Metod_all_all.pdf)

## **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

### **5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

#### **5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Опрос) для оценки сформированности компетенции ПКР-4:**

1. Основные комбинаторные объекты.
2. Формулы для вычисления основных комбинаторных чисел.
3. Теоретико-множественный метод.
4. Метод производящих функций.
5. Алгебраический метод.
6. Построение графовых моделей, требования.
7. Однородные и неоднородные рекуррентные соотношения.

#### **5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Опрос) для оценки сформированности компетенции ПКР-5:**

1. Решение рекуррентных соотношений.
2. Виды и типы графов.
3. Матрицы смежности и изоморфизм графов.
4. Эффективность дискретных алгоритмов.
5. Основные алгоритмы теории графов и их эффективность.
6. Поиск кратчайших путей в графе.
7. Взвешенные графы и их использование.
8. Практическое применение эйлеровых и гамильтоновых графов.

### **Критерии оценивания (оценочное средство - Опрос)**

Оценка	Критерии оценивания
отлично	Оценка «отлично» выставляется, когда студент глубоко и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, правильно обосновывает решения, умеет самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок.

Оценка	Критерии оценивания
хорошо	Оценка «хорошо» выставляется, если студент твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применять теоретические положения.
удовлетворительно	Оценка «удовлетворительно» выставляется в том случае, при котором студент освоил только основные категории темы (определения, формулы, свойства, формулировки теорем), но допускает неточности, нарушает последовательность в изложении программного материала.
неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, в ответе которого обнаружались существенные пробелы в знании основного содержания учебной программы дисциплины или грубые ошибки.

### 5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Коллоквиум) для оценки сформированности компетенции ПКР-4:

1. Сочетания, перестановки и размещения без повторений.
2. Сочетания, перестановки и размещения с повторениями.
3. Комбинаторные тождества и связи между ними.
4. Связь между размещениями, сочетаниями и перестановками с повторениями.
5. Алгебраический метод изучения, комбинаторных объектов и чисел. Теорема обращения.
6. Решения уравнения  $k_1+k_2+...+k_s=n$ .
7. Теоретико-множественный метод изучения комбинаторных объектов и чисел. Теорема включения-исключения.
8. Число беспорядков.
9. Изучение комбинаторных объектов и чисел с помощью производящих функций.  
Примеры.
10. Рекуррентные соотношения. Числа Фибоначчи. Сумма  $m$ -ых степеней первых  $n$  натуральных чисел.

### 5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Коллоквиум) для оценки сформированности компетенции ПКР-5:

1. Рекуррентное вычисление комбинаторных чисел.
2. Общее и частное решения рекуррентных соотношений. Связь между общим и частным решениями линейного соотношения.
3. Решение однородного линейного рекуррентного соотношения.
4. Общее решение однородного линейного рекуррентного соотношения.
5. Решение неоднородных линейных рекуррентных соотношений.
6. Задачи о делении плоскости прямыми и пространства плоскостями.
7. Оценки и асимптотики комбинаторных чисел. Оценка числа беспорядков.
8. Оценка  $n$ -ого члена последовательности с дробной производящей функцией.
9. Формула суммирования Эйлера. Оценка частичной суммы членов гармонического ряда.
10. Оценка частичной суммы значений функции  $f(x) = \ln x$  и числа сочетаний.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Коллоквиум)

Оценка	Критерии оценивания
отлично	Оценка «отлично» выставляется, когда студент глубоко и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при видоизменении задания, правильно обосновывает решения, умеет самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок.
хорошо	Оценка «хорошо» выставляется, если студент твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применять теоретические положения.
удовлетворительно	Оценка «удовлетворительно» выставляется в том случае, при котором студент освоил только основные категории темы (определения, формулы, свойства, формулировки теорем), но допускает неточности, нарушает последовательность в изложении программного материала, испытывает существенные затруднения при доказательствах или совсем их не проводит.
неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, в ответе которого обнаружились существенные пробелы в знании основного содержания учебной программы дисциплины или грубые ошибки.

#### 5.1.5 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПКР-4:

1. Каких 7-значных чисел больше: тех, в записи которых есть единица, или остальных?



2. Сколько ребер содержит дополнение графа на рисунке?
3. Найти общее решение рекуррентного соотношения  $a_{n+2} + 5a_{n+1} - 14a_n = 7^n$ .
4. Сколько решений в целых неотрицательных числах имеет уравнение  $x + 2y + 3z = 15$ ?
5. Найти сумму всех трёхзначных натуральных чисел, составленных из нечётных цифр.

#### 5.1.6 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПКР-5:

1. Сколько слов можно получить переставляя буквы в слове «парабола»?
2. Привести пример графа с хроматическим числом, равным 5.
3. Решить рекуррентное соотношение  $a_{n+2} + 2a_{n+1} + a_n = 0$  при  $a_1 = 1, a_2 = -3$ .
4. Найти асимптотическое поведение  $a_n$  при  $n \rightarrow \infty$ , если  $a_0 = a_1 = 1, a_2 = -3$  и  $a_{n+3} - 9a_{n+2} + 26a_{n+1} - 24a_n = 2^n$ .



5. На фестиваль собралось 6 музыкантов. На каждом концерте часть из них выступает на сцене, а остальные слушают их из зала. За какое наименьшее число концертов каждый из 6 музыкантов сможет послушать каждого из остальных из зала?

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
отлично	Оценка «отлично» в работе представлено полностью верное решение четырех задач.
хорошо	Оценка «хорошо» в работе представлено полностью верное решение трех задач.
удовлетворительно	Оценка «удовлетворительно» в работе представлено полностью верное решение двух задач.
неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» решено меньше двух задач.

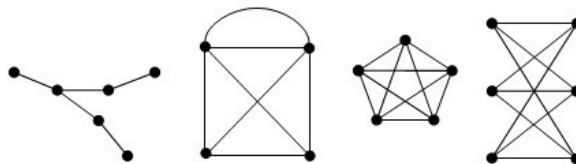
### 5.1.7 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ПКР-4:

В каждом задании следует выбрать один правильный вариант ответа из четырёх предложенных.

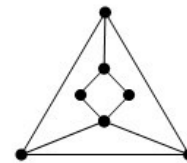
- Если из  $A$  в  $C$  ведут 3 дороги, а из  $C$  в  $B$  – 5 дорог, то число маршрутов из города  $A$  в город  $B$  через город  $C$  равно 1) 24; 2) 15; 3) 45; 4) 8.
- Каждое из 6 срочных писем можно передать с любым из 3 курьеров. Число способов, которыми это можно сделать, равно 1) 216; 2) 18; 3) 120; 4) 729.
- $C_8^3$  равно 1) 56; 2) 336; 3) 512; 4) 6561.
- В турнире разыгрывается три медали (золотая, серебряная, бронзовая) среди 10 команд. Число способов, которыми можно их разыграть, равно 1) 19683; 2) 120; 3) 220; 4) 720.
- Число способов, которыми можно выбрать 10 книг из 15, равно 1) 150; 2) 360360; 3) 25; 4) 3003.
- Перестановок из букв слова "колобок" существует: 1) 210; 2) 5040; 3) 420; 4) 35.
- 17 человек делят на группы: две по 5 и одну из 7 человек. Число способов деления равно: 1) 4900896; 2) 63504; 3) 1440; 4) 175.
- Из 220 студентов 163 играют в баскетбол, 175 – в футбол, 24 не играют в эти игры. Число студентов, играющих и в баскетбол, и в футбол, равно 1) 151; 2) 142; 3) 12; 4) 118.
- Рекуррентное соотношение, являющееся линейным и однородным: 1)  $a_{n+1} + 2a_n = 0$ ; 2)  $a_{n+2} + a_{n+1} + 2a_n = 2^n$ ; 3)  $a_{n+2}^2 + a_{n+1} + a_n = 0$ ; 4)  $a_{n+2} + a_{n+1} + a_n = 4$ .
- Общее решение рекуррентного соотношения  $a_{n+1} = 2a_n$  имеет вид: 1)  $2^n$ ; 2)  $cn + d$ ; 3)  $(-2)^n$ ; 4)  $c \cdot 2^n$ .

### 5.1.8 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ПКР-5:

- Решение рекуррентного соотношения  $a_{n+2} - 2a_{n+1} - 3a_n = 0$ , при начальных условиях  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 4$  имеет вид: 1)  $0,25(5 \cdot 3^n - (-1)^n)$ ; 2)  $c \cdot (-1)^n + d \cdot 3^n$ ; 3)  $(3c - d)^n$ ; 4)  $3^n + (-1)^n$ .



2. Полным является граф



3. Число циклов длины 3 у графа на рисунке равно 1) 35; 2) 1; 3) 2; 4) 0.

4. Число рёбер у графа  $K_{2,5}$  равно 1) 5; 2) 7; 3) 10; 4) 25.

5. Граф на рисунке является 1) эйлеровым; 2) гамильтоновым; 3) как эйлеровым, так и



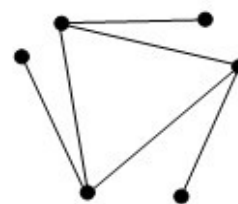
гамильтоновым одновременно; 4) ни тем, ни другим.

6. Многогранник имеет 8 вершин и 12 ребер. Число его граней равно: 1) 4; 2) 5; 3) 10; 4) 6.

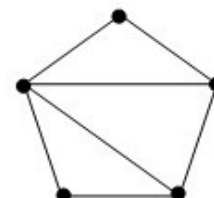
7. Число вершин дерева с 14 ребрами равно: 1) 13; 2) 14; 3) 9; 4) 15.



8. Хроматическое число графа на рисунке равно 1) 5; 2) 3; 3) 2; 4) 4.



9. Число граней у графа на рисунке равно 1) 5; 2) 1; 3) 6; 4) 2.



10. Число рёбер у дополнения графа на рисунке равно 1) 3; 2) 1; 3) 5; 4) 2.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

Оценка	Критерии оценивания
отлично	Оценка «отлично» 85 – 100 % правильных ответов;
хорошо	Оценка «хорошо» 66–84 % правильных ответов;
удовлетворительно	Оценка «удовлетворительно» 50–65% правильных ответов;
неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» менее 50% правильных ответов.

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично
	не зачтено	зачтено		
<u>Знания</u>	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
<u>Умения</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме
<u>Навыки</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».

## 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПКР-4

1. Сочетания, перестановки и размещения без повторов.

2. Сочетания, перестановки и размещения с повторениями.
3. Комбинаторные тождества и связи между ними.
4. Связь между размещениями, сочетаниями и перестановками с повторениями.
5. Алгебраический метод изучения комбинаторных объектов и чисел. Теорема обращения.
6. Решения уравнения  $k_1+k_2+\dots+k_s=n$ .
7. Теоретико-множественный метод изучения комбинаторных объектов и чисел. Теорема включения-исключения.
8. Число беспорядков.
9. Изучение комбинаторных объектов и чисел с помощью производящих функций. Примеры.
10. Рекуррентные соотношения. Числа Фибоначчи. Сумма  $m$ -ых степеней первых  $n$  натуральных чисел.
11. Рекуррентное вычисление комбинаторных чисел.
12. Общее и частное решения рекуррентных соотношений. Связь между общим и частным решениями линейного соотношения.
13. Решение однородного линейного рекуррентного соотношения.
14. Общее решение однородного линейного рекуррентного соотношения.
15. Решение неоднородных линейных рекуррентных соотношений.
16. Задачи о делении плоскости прямыми и пространства плоскостями.
17. Оценки и асимптотики комбинаторных чисел. Оценка числа беспорядков.
18. Оценка  $n$ -ого члена последовательности с дробной производящей функцией.
19. Формула суммирования Эйлера. Оценка частичной суммы членов гармонического ряда.
20. Оценка частичной суммы значений функции  $f(x) = \ln x$  и числа сочетаний.

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПКР-5

1. Граф. степень вершины графа. Лемма о рукопожатиях и следствия из нее.
2. Типы графов (пустой, полный, однородный,  $k$ -дольный, колесо).
3. Связность графа. Дополнение графа. (2 теоремы).
4. Теорема об оценке числа ребер графа с  $p$  вершинами и  $k$  компонентами (I часть).
5. Теорема об оценке числа ребер графа с  $p$  вершинами и  $k$  компонентами (II часть).
6. Эйлеровы графы. Теорема Эйлера.
7. Следствие из теоремы Эйлера. Гамильтоновы графы.
8. Деревья. Характеризационная теорема. Следствие.
9. Теорема Кэли (построение отображения  $\varphi$ , код Прюфера).
10. Теорема Кэли (доказательство биективности отображения  $\varphi$ ).
11. Теорема о построении остова графа. Задача о нахождении остова минимального веса.
12. Плоские графы. Теорема об укладке графа в пространство  $E_3$ .
13. Укладка графа на плоскости и на сфере.
14. Теорема Эйлера для плоского графа. Следствия 1, 2, 3.
15. Следствия 4 и 5 из теоремы Эйлера для плоского графа.
16. Раскраска вершин графа. Задачи о покрытии шахматной доски домино.
17. Теорема Кенига.
18. Задачи о знакомых и ученых. Реберная раскраска.
19. Раскраска карт. Задача о раскраске карты области.
20. Гипотеза четырех красок. Теорема Хивуда.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Оценка «зачтено» выставляется в том случае, если студент представил все основные категории темы без ошибок.
не зачтено	Оценка «незачтено» выставляется студенту, в ответе которого обнаружались существенные пробелы в знании основного содержания учебной программы дисциплины или грубые ошибки.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Баврин И. И. Дискретная математика. Учебник и задачник : - / И. И. Баврин. - Москва : Юрайт, 2022. - 193 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/489360> (дата обращения: 14.08.2022). - ISBN 978-5-534-07065-1 : 839.00. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=820505&idb=0>.
2. Копылов В. И. Курс дискретной математики / Копылов В. И. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 208 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-1218-1., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=799733&idb=0>.
3. Кожухов С. Ф. Сборник задач по дискретной математике / Кожухов С. Ф., Совертков П. И. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 324 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-2588-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=800320&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Лекции по дискретной математике : учебник / Вялый М.; Подольский В.; Рубцов А.; Шварц Д. - Москва : Высшая школа экономики, 2021. - 496 с. - ISBN 978-5-7598-2212-7., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=838069&idb=0>.
2. Клековкин Г. А. Геометрическая теория графов / Клековкин Г. А., Коннова Л. П., Коннов В. В. - 2-е изд. ; испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2022. - 240 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/492706> (дата обращения: 05.01.2022). - ISBN 978-5-534-04812-4 : 629.00. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=784781&idb=0>.
3. Клековкин Г. А. Введение в перечислительную комбинаторику : учебное пособие / Клековкин Г. А. - 3-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 228 с. - Рекомендовано УМО по образованию в области подготовки педагогических кадров в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по направлению «Педагогическое образование». - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-4386-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=798834&idb=0>.
4. Омельченко А. В. Теория графов / Омельченко А. В. - Москва : МЦНМО, 2021. - 415 с. - Книга из коллекции МЦНМО - Математика. - ISBN 978-5-4439-3247-7., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=828699&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Лицензионное программное обеспечение: Операционная система Windows.

Лицензионное программное обеспечение: Microsoft Office.

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Российский индекс научного цитирования (РИНЦ), платформа Elibrary: национальная информационно-аналитическая система. Адрес доступа: [http://elibrary.ru/project\\_risc.asp](http://elibrary.ru/project_risc.asp)

Свободно распространяемое программное обеспечение:

программное обеспечение LibreOffice;

программное обеспечение Yandex Browser;

Электронные библиотечные системы и библиотеки:

Электронная библиотечная система "Лань" <https://e.lanbook.com/>

Электронная библиотечная система "Консультант студента" <http://www.studentlibrary.ru/>

Электронная библиотечная система "Юрайт" <http://www.urait.ru/ebs>

Электронная библиотечная система "Znanium" <http://znanium.com/>

Фундаментальная библиотека ННГУ [www.lib.unn.ru/](http://www.lib.unn.ru/)

Сайт библиотеки Арзамасского филиала ННГУ. – Адрес доступа: [lib.arz.unn.ru](http://lib.arz.unn.ru)

Ресурс «Массовые открытые онлайн-курсы Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского» <https://mooc.unn.ru/>

Портал «Современная цифровая образовательная среда Российской Федерации» <https://online.edu.ru/public/promo>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 44.03.01 - Педагогическое образование.

Автор(ы): Сангалова Марина Евгеньевна, кандидат педагогических наук, доцент.

Рецензент(ы): Миронова Светлана Владимировна, кандидат педагогических наук.

Заведующий кафедрой: Нестерова Лариса Юрьевна, кандидат педагогических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 27.11.2024 г., протокол № №9.