

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол от
31.05.2023 г. №6

Рабочая программа дисциплины

Задачи нумерации вершин графов

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

09.03.03 Прикладная информатика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Прикладная информатика в области принятия решений

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2023год

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к факультативной части

ФТД.05 Задачи нумерации вершин графов

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
3	ФТД. Факультативы	Дисциплина ФТД.05 Задачи нумерации вершин графов является факультативом в ООП направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции*	Результаты обучения по дисциплине**	
ОПК-3. Способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	ОПК 3.1. Знает принципы, методы и средства решения стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.	Знать постановки задач нумерации графов; классы графов, допускающих полиномиальные алгоритмы решения; алгоритмы решения задач.	<i>собеседование</i>
	ОПК 3.2. Умеет решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.	Уметь строить решения задач нумерации графов; решать задачи при помощи имеющихся программных средств; уметь создавать собственные программные средства решения задач нумерации графов; осуществлять экспериментальное исследование свойств объектов задач нумерации.	<i>собеседование</i>
	ОПК 3.3. Имеет практический опыт решения стандартных задач профессиональной деятельности с соблюдением требований информационной безопасности.	Имеет практический опыт в решении задач нумерации графов и исследовании их свойств в том числе с использованием программного обеспечения.	<i>задача</i>

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
Общая трудоемкость	2 ЗЕТ
Часов по учебному плану	72
в том числе	
контактная работа:	72
- занятия лекционного типа	16
- занятия лабораторного типа	32
- текущий контроль (КСР)	1
самостоятельная работа	23
Промежуточная аттестация – зачет	

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				
		контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего контактных часов	
Тема 1. Примеры приложений задач построения оптимальных нумераций вершин графов. Формальные постановки задач построения оптимальных нумераций вершин графов	9	2		4	6	3
Тема 2. Алгоритмы построения минимальных и максимальных нумераций вершин n-мерного единичного куба. Вычисление значений соответствующих экстремумов и числа оптимальных нумераций.	9	2		4	6	3
Тема 3. Изопериметрический подход к решению задач построения оптимальных нумераций вершин графов	9	2		4	6	3
Тема 4. Построение минимаксных и максиминных нумераций вершин n-мерного единичного куба: алгоритмы, значения экстремумов, число оптимальных нумераций.	9	2		4	6	3
Тема 5. Оптимальные нумерации некоторых классов триангуляций и решеток.	9	2		4	6	3
Тема 6. Минимальные нумерации вершин деревьев: необходимые свойства, точные и приближенные алгоритмы, оценки трудоемкости и степени приближения.	9	2		4	6	3
Тема 7. Минимальные нумерации вершин корневых ориентированных деревьев: необходимые свойства, алгоритм, трудоемкость	9	2		4	6	3

Тема 8. Оценки длин деревьев для различных классов нумераций	8	2		4	6	2
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Итого	72	16	0	32	49	23

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий лабораторного типа.

Промежуточная аттестация проходит в форме зачета.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Задачи нумерации вершин графов» включает выполнение заданий под контролем преподавателя, решение домашних заданий и подготовку к зачету.

Типовые теоретические задания для самостоятельной (домашней) работы

1. Записать выражения для функционалов, определяющих минимальные ($\Delta(G)$), максимальные ($\nabla(G)$), минимаксные ($\delta(G)$) и максиминные ($\rho(G)$) нумерации вершин графа G .
2. Для рассматривавшихся алгоритмов нумераций вершин n -мерного единичного куба (E_1^n) записать значения функционалов $\Delta(E_1^n)$, $\nabla(E_1^n)$ и $\rho(E_1^n)$ в виде функций от n .
3. Чему равна средняя длина графа G , $|V(G)| = n$ на множестве $n!$ нумераций?
4. Как соотносятся минимальная, максимальная и средняя длина графа E_1^n при $n \rightarrow \infty$.
5. Как соотносятся минимальная и средняя длина дерева при $n \rightarrow \infty$.
6. Запишите тождество, на основе которого задачи построения оптимальных нумераций вершин графов сводятся к серии изопериметрических задач.
7. Для каких графов используется единая система ограничений на последовательность изопериметрических задач, решаемых при построении оптимальных нумераций вершин?
8. Сформулируйте эти ограничения и укажите соответствующие критерии оптимальности.
9. Можно ли и как проверить, является ли заданная нумерация дерева плоской, без построения линейной укладки графа?
10. Являются ли плоскими допустимые нумерации корневых ориентированных деревьев?
11. Минимальные плоские нумерации вершин деревьев, рассматриваемые в качестве приближенного решения задачи построения минимальных нумераций, какую степень приближения обеспечивают?

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретических	Уровень знаний	Минимально допустимый	Уровень знаний в объеме,	Уровень знаний в объеме,	Уровень знаний в объеме,	Уровень знаний в

	ретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	соответствующем программе подготовки, без ошибок	объеме, превышающем программу подготовки
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
Зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»

	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
Не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1. Контрольные вопросы

Вопросы	Код формируемой компетенции
1. Примеры приложений задач построения оптимальных нумераций вершин графов. Формальные постановки задач построения оптимальных нумераций вершин графов.	ОПК-3
2. Алгоритмы построения минимальных и максимальных нумераций вершин n -мерного единичного куба. Вычисление значений соответствующих экстремумов и числа оптимальных нумераций.	ОПК-3
3. Изопериметрический подход к решению задач построения оптимальных нумераций вершин графов.	ОПК-3
4. Построение минимаксных и максиминных нумераций вершин n -мерного единичного куба: алгоритмы, значения экстремумов, число оптимальных нумераций.	ОПК-3
5. Оптимальные нумерации некоторых классов триангуляций и решеток.	ОПК-3
6. Минимальные нумерации вершин деревьев: необходимые свойства, точные и приближенные алгоритмы, оценки трудоемкости и степени приближения.	ОПК-3
7. Минимальные нумерации вершин корневых ориентированных деревьев: необходимые свойства, алгоритм, трудоемкость.	ОПК-3
8. Оценки длин деревьев для различных классов нумераций.	ОПК-3
9. Экспериментальный поиск оптимальных нумераций вершин n -мерного единичного куба для $n=3$ и 4.	ОПК-3
10. Выяснение правил построения минимальных и максимальных нумераций вершин n -мерного единичного куба в терминах решения серии изопериметрических задач: минимизация или максимизация на каждом шаге множества ребер, соединяющих занумерованные вершины с занумерованными (периметр).	ОПК-3
11. Выяснение правил построения минимаксных нумераций вершин n -мерного единичного куба в терминах решения серии изопериметрических задач: максимизация на каждом шаге числа «внутренних» занумерованных вершин, не смежных с занумерованными (периметр).	ОПК-3
12. Экспериментальный поиск минимаксных нумераций вершин по заданным фрагментам 2-мерных прямоугольных решеток.	ОПК-3
13. Экспериментальное исследование необходимых свойств минимальных нумераций вершин деревьев на основе тестовых заданий.	ОПК-3
14. Экспериментальное исследование необходимых свойств минимальных нуме-	ОПК-3

раций вершин корневых ориентированных деревьев на основе тестовых заданий.	
15. Теоретическая и экспериментальная оценки длин деревьев на нумерациях, удовлетворяющих необходимым свойствам минимальных нумераций, и сравнение со средней длиной деревьев на множестве всех $n!$ нумераций.	ОПК-3

5.2.2. Типовые задачи для оценки сформированности компетенции

Текущий контроль усвоения материала проводится путем проверки выполнения домашних заданий. Ниже представлены примеры тем практических и теоретических заданий.

5.2.2.1. Примеры типовых практических заданий

Практическое задание 1. Работа с программой «Конструктор графов»: интерфейс системы, способы задания графов и нумерации их вершин.

Практическое задание 2. Экспериментальный поиск оптимальных нумераций вершин n -мерного единичного куба для $n=3$ и 4.

Практическое задание 3. Выяснение правил построения минимальных и максимальных нумераций вершин n -мерного единичного куба в терминах решения серии изопериметрических задач: минимизация или максимизация на каждом шаге множества ребер, соединяющих занумерованные вершины с незанумерованными (периметр).

Практическое задание 4. Выяснение правил построения минимаксных нумераций вершин n -мерного единичного куба в терминах решения серии изопериметрических задач: максимизация на каждом шаге числа «внутренних» занумерованных вершин, не смежных с незанумерованными (периметр).

Практическое задание 5. Экспериментальный поиск минимаксных нумераций вершин по заданным фрагментам 2-мерных прямоугольных решеток.

Практическое задание 6. Экспериментальное исследование необходимых свойств минимальных нумераций вершин деревьев на основе тестовых заданий.

Практическое задание 7. Экспериментальное исследование необходимых свойств минимальных нумераций вершин корневых ориентированных деревьев на основе тестовых заданий.

Практическое задание 8. Теоретическая и экспериментальная оценки длин деревьев на нумерациях, удовлетворяющих необходимым свойствам минимальных нумераций, и сравнение со средней длиной деревьев на множестве всех $n!$ нумераций.

5.2.2.2. Примеры типовых теоретических заданий

1. Единичные n -мерные кубы (E_1^n).

Для графов E_1^3 и E_1^4 построить:

- минимальную нумерацию;
- максимальную нумерацию;
- минимаксную нумерацию;
- максиминную нумерацию

Подсчитать длину графа при каждой нумерации.

2. Корневые ориентированные деревья.

Нумерация вершин корневого ориентированного дерева называется допустимой, если номера вершин вдоль всех путей из корня монотонно увеличиваются.

Для заданного корневого ориентированного дерева построить:

- произвольную допустимую нумерацию;
- минимальную допустимую нумерацию;
- максимальную допустимую нумерацию.

Подсчитать длину корневого ориентированного дерева при каждой нумерации.

3. Неориентированные деревья.

Для неориентированного дерева, полученного из корневого ориентированного дерева п.2 путем удаления ориентации (стрелок), построить:

- а) произвольную нумерацию $\varphi \in \Phi^*$;
 - б) минимальную плоскую нумерацию $\varphi \in \Phi^*$;
 - в) минимальную нумерацию $\varphi \in \Phi^*$;
- Подсчитать длину дерева для каждой нумерации.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Редькин Н. П. - Дискретная математика: учеб. для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки 010100 "Математика", 010200 "Математика. Приклад. математика", 011000 "Механика. Приклад. математика". - М.: Физматлит, 2009. - 264 с. (17 экз.)
2. Яблонский С. В. - Введение в дискретную математику: [учеб. пособие для вузов по специальности "Прикладная математика"]. - М.: Наука, 1979. - 272 с. (124 экз.)

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 09.03.03 Прикладная информатика.

Автор д.т.н., профессор М.А. Иорданский

Рецензент д.т.н., профессор Ю.С. Федосенко

Заведующий кафедрой М.Х. Прилуцкий

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

протокол №8 от 2 июня 2023 года