

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им.
Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол от
«30» ноября 2022 г. № 13

Рабочая программа дисциплины

Теория графов

Уровень высшего образования

бакалавриат

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность образовательной программы

Прикладная математика и информатика (общий профиль)

Форма обучения

очная

Нижегород

2023 год

1. Место и цели дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

Код дисциплины Б1.В.ДВ.07.02 Теория графов

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.07.02 Теория графов относится к части ООП направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», формируемой участниками образовательных отношений.

2. Планируемые результаты обучения

соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
ПК-13 Способен участвовать в исследовании математических моделей в естественных науках и технике	ПК-13.1. Знает методы создания, анализа и исследования математических моделей в естественных науках и технике	Знает основные понятия и утверждения дисциплины «Теория графов»: 1) метрические характеристики графа; 2) разнообразные коды деревьев; 3) понятие изоморфизма деревьев; 4) разнообразные свойства графов из разных классов (свойства быть деревом, эйлеровым графом, планарным графом, двудольным графом, расщепляемым графом, кографом, пороговым графом); 5) критерии эйлеровости, двудольности и планарности графа; 6) алгоритм нахождения базиса пространства циклов графа; 7) алгоритмы решения важнейших экстремальных задач на графах.	Тест
	ПК-13.3. Умеет корректно использовать методы создания, анализа и исследования математических моделей, умеет применять численные и аналитические методы решения базовых математических задач и классических задач естествознания в практической деятельности	Умеет находить метрические характеристики графа, описывать группу его автоморфизмов; строить разнообразные коды деревьев (код Прюфера, лексикографический и бинарный коды, массив предшественников), решать задачу изоморфизма деревьев; проверять разнообразные свойства графов (свойства быть деревом, эйлеровым графом, планарным графом, двудольным графом, расщепляемым графом, кографом, пороговым графом); находить базис пространства циклов графа; применять алгоритмы решения важнейших экстремальных задач на	Задача (практическое задание), контрольная работа

	сти	графах (задачи о наибольшем независимом множестве, задачи о наибольшем паросочетании, задачи о минимальной вершинной раскраске);	
	ПК-13.4. Владеет навыками использования математических методов обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований	Владеет различными методами и алгоритмами теории графов; навыками применения методов и алгоритмов теории графов для анализа и моделирования различных дискретных систем.	Задача (практическое задание) контрольная работа

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость	3 ЗЕТ
Часов по учебному плану	108
в том числе	
контактная работа:	34
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа	16
- текущий контроль (КСР)	2
самостоятельная работа	38
Промежуточная аттестация – экзамен	36

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего, час.	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы, из них				Самостоятельная работа, час.
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
1. Типы графов	5	1	1		2	3
2. Простейшие свойства графов	5	1	1		2	3
3. Теорема Рамсея	5	1	1		2	3
4. Однородные графы	5	1	1		2	3
5. Вполне разложимые графы	5	1	1		2	3
6. Деревья и их основные свойства	8	2	2		4	4
7. Планарные графы	8	2	2		4	4
8. Двудольные графы, теорема Кёнига	5	1	1		2	3
9. Пространство квазициклов и резервов графа	5	1	1		2	3
10. Связность и блоки графа, шарниры и перешейки	5	1	1		2	3
11. Важнейшие экстремальные задачи на	7	2	2		4	3

графах						
12. Наследственные классы графов	5	1	1		2	3
Текущий контроль	2				2	
Промежуточная аттестация – экзамен	36					
Итого	108	16	16		34	38

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа является важной частью учебного процесса. Цель самостоятельной работы – формирование способностей и навыков к самообразованию и профессиональному совершенствованию. Она вырабатывает у студента культуру умственного труда, воспитывает целеустремленность, систематичность и последовательность в работе, развивает исследовательские способности.

4.1. Виды самостоятельной работы

- Выполнение домашних практических заданий.
- Чтение справочной, методической и научной литературы.
- Подготовка к выполнению письменных контрольных работ.
- Подготовка к промежуточной аттестации в форме экзамена.

Формой контроля выполнения домашних и контрольных работ является проверка правильности их выполнения. Формой контроля работы с дополнительной литературой являются дополнительные вопросы на экзамене.

4.2. Образовательные материалы для самостоятельной работы студентов

1. Лекции по теории графов / Емеличев В. А., Мельников О. И., Сарванов В. И., Тышкевич Р. И. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. Лит., 1990. 11 экз.
2. Яблонский С. В. Введение в дискретную математику. М.: Наука, 1979. 124 экз.
3. Харари Ф., Палмер Э. Перечисление графов. М.: Мир, 1977.
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/other.htm>
4. Алексеев В.Е., Киселева Л.Г., Смирнова Т.Г. Сборник задач по дискретной математике: Задачник. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2012. – 80с. // Фонд образовательных электронных ресурсов. Рег. № 487.12.08.
http://www.unn.ru/books/met_files/alekseev.pdf
5. Национальный открытый университет «Интуит», курс «Графы и алгоритмы»
<http://www.intuit.ru/studies/courses/101/101/info>

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Индикаторы компетенции	Оценка сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
Знания	отсутствие знаний материала	наличие грубых ошибок в основном материале	знание основного материала с рядом негрубых ошибок	знание основного материала с рядом заметных погрешностей	знание основного материала с незначительными погрешностями	знание основного материала без ошибок и погрешностей	знание основного и дополнительного материала без ошибок

						ностей	
Умения	полное отсутствие умений	недостаточно умений	умение использовать отдельные приемы при наличии существенных ошибок	умение использовать отдельные приемы при наличии незначительных ошибок	умение использовать отдельные приемы	умение использовать приемы	умение использовать приемы и способность принимать решение на этой основе
Навыки	полное отсутствие навыков	отсутствие навыков	наличие минимальных навыков	посредственное владение навыками	достаточное владение навыками	хорошее владение навыками	всестороннее владение навыками

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1. Контрольные вопросы

Вопрос	Код формируемой компетенции
1. Типы графов. Основные определения, связанные с графами. Способы задания графа: перечисление элементов, рисунок, матрица смежности, матрица инцидентности, матрица Кирхгофа, их свойства, связь между ними.	ПК-13
2. Простейшие свойства графов: лемма о рукопожатиях, критерий наличия в графе перешейка, достаточное условие существования цикла	ПК-13
3. Теорема Рамсея. Понятие «почти все графы», его иллюстрация на примерах нескольких графовых свойств.	ПК-13
4. Однородные графы, свойства их матрицы смежности.	ПК-13
5. Вполне разложимые графы, критерий кографа.	ПК-13
6. Деревья, их основные свойства. Способы кодирования деревьев: код Прюфера, лексикографический и бинарный коды, массив предшественников. Задача об изоморфизме деревьев. Количество помеченных деревьев, верхняя оценка числа неизоморфных корневых деревьев.	ПК-13
7. Планарные графы. Теорема Эйлера о количестве граней связного планарного графа.	

Следствия из теоремы Эйлера: верхние оценки на число рёбер планарных графов. Критерии Куратовского-Понтрягина и Вагнера для планарности графа. Несколько приложений теории планарных графов: описание правильных трёхмерных многогранников (платоновых тел), общее свойство фулеренов, задача о раскраске политической карты.	ПК-13
8. Двудольные графы, теорема Кёнига (критерий двудольности графа). Триангулированные (хордальные) графы, их важнейшие свойства: наличие симплициальной вершины, плотность любого минимального разделяющего множества вершин.	ПК-13
9. Пространство квазициклов и пространство разрезов графа, их размерности и базисы	ПК-13
10. Связность и блоки графа, шарниры и перешейки. Число вершинной связности и число рёберной связности графа, взаимоотношение между ними. Дерево блоков и сочленений графа.	ПК-13
11. Важнейшие экстремальные задачи на графах: наибольшее независимое множество, наименьшее вершинное покрытие, наибольшая клика, наибольшее паросочетание, наименьшее рёберное покрытие. Взаимоотношение между задачами, алгоритмические сложности их решения. Метод увеличивающих цепей для решения задачи о наибольшем паросочетании.	ПК-13
12. Наследственные классы графов, теорема о характеристике наследственного класса в терминах минимальных запрещённых порождённых подграфов. Несколько примеров наследственных классов: двудольные графы, расщепляемые графы, кографы, пороговые графы. Характеризация этих классов в терминах запрещённых фрагментов.	ПК-13

5.2.2. Образец контрольной работы для оценивания результатов обучения в виде умений и владений (ПК-13)

1. Построить дерево с 11-ю вершинами, в котором ровно 3 вершины имеют степени 4, а остальные являются листьями, занумеровать его вершины произвольным образом. Построить для этого дерева код Прюфера, лексикографический код, бинарный код, найти для него массив предшественников.

2. Из графа $K_{3,3}$ сначала удалили два несмежных ребра, а потом добавили два новых ребра так, что в полученном графе все степени вершин снова оказались равны 3. Выяснить, является ли полученный граф двудольным и планарным. Если граф планарен, то найти его плоскую укладку и описать её грани.

3. Выяснить, является ли граф из предыдущей задачи триангулированным, описать все его минимальные по включению разделяющие множества.

4. Описать пространство квазициклов и пространство разрезов графа, определенного в задаче 2.

5.2.3. Образцы тестовых заданий для оценивания результатов обучения в виде знаний (ПК-13)

Процедура оценки знаний методом тестирования осуществляется следующим образом. За каждый полностью правильный ответ на вопрос теста начисляется один балл. Набранные баллы суммируются. Зачет за тест выставляется при наборе такого количества баллов, которое составляет не менее 50 % от общего числа вопросов в тесте.

В случае неполучения зачета за тест студент должен заново пройти тестирование.

1. Сколько существует связных абстрактных графов с 4-мя вершинами?

1) 4 2) 5 3) 6 (+) 4) 7

2. В графе 30 вершин и 80 ребер, каждая вершина имеет степень 5 или 6. Сколько в нем вершин степени 5?

1) 5 2) 10 3) 15 4) 20 (+)

3. Граф имеет n вершин и m ребер. Сколько у него различных остовных подграфов?

1) $2n$ 2) $2m$ (+) 3) $m + n$ 4) mn

5.2.3. Примеры задач, выносимых на экзамен

Задача 1.

В графе Петерсена найти наибольшее независимое множество и наименьшее вершинное покрытие.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) Основная литература

1. Лекции по теории графов / Емеличев В. А., Мельников О. И., Сарванов В. И., Тышкевич Р. И. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. Лит. 1990. 11 экз.
2. Харари Ф., Палмер Э. Перечисление графов М.: Мир, 1977.
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/other.htm>
3. Национальный открытый университет «Интуит», курс «Графы и алгоритмы»
<http://www.intuit.ru/studies/courses/101/101/info>

б) дополнительная литература

1. Яблонский С. В. Введение в дискретную математику. М.: Наука, 1979. 124 экз.
2. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. М.: Мир, 1965.
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/other.htm>
3. Оре О. Графы и их применение. М.: Мир, 1965.
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/other.htm>
4. Уилсон Р. Введение в теорию графов. М.: Мир, 1977.
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/other.htm>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. Библиотека Eqworld (<http://eqworld.ipmnet.ru/>)

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Автор: к.ф.-м.н., доцент кафедры АГиДМ Сорочан С.В.

Рецензент: д.т.н., профессор НГТУ им. Р.Е. Алексеева Ломакина Л.С.

Заведующий кафедрой АГиДМ: д.ф.-м.н. Золотых Н.Ю.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.