

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Случайные процессы

Уровень высшего образования

Специалитет

Направление подготовки / специальность

01.05.01 - Фундаментальные математика и механика

Направленность образовательной программы

Фундаментальная механика и приложения

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.32 Случайные процессы относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1: Знать методы критического анализа проблемных ситуаций УК-1.2: Уметь вырабатывать стратегию действий при возникновении критических ситуаций УК-1.3: Владеть основами системного подхода к анализу проблемных ситуаций	УК-1.1: Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации. УК-1.2: Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности. УК-1.3: Владеет навыками работы с информационными источниками, опыт научного поиска, со-здания научных текстов.	Тест	Зачёт: Задачи
ОПК-1: Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	ОПК-1.1: Знает основы фундаментальных физико-математических дисциплин и других естественных наук ОПК-1.2: Умеет формулировать, анализировать и решать профессиональные задачи с применением фундаментальных знаний математики, физики и других естественных наук ОПК-1.3: Имеет практический опыт постановки и решения	ОПК-1.1: Знает методы решения задач из области математических и естественных наук. ОПК-1.2: Умеет применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	Тест	Зачёт: Задачи

	актуальных задач математики и механики	ОПК-1.3: Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности в области математических и естественных наук.		
ОПК-2: Способен создавать, анализировать и реализовывать новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении	ОПК-2.1: Знает основные положения, терминологию и методологию в области математического и алгоритмического моделирования ОПК-2.2: Умеет осуществлять анализ и выбор методов решения задач профессиональной и научной деятельности на основе теоретических знаний в области математических и компьютерных наук ОПК-2.3: Имеет практический опыт разработки новых методов математического моделирования для решения задач профессиональной и научной деятельности	ОПК-2.1: Знает основные положения, терминологию и методологию в области математического и алгоритмического моделирования. ОПК-2.2: Умеет осуществлять анализ и выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний в области математических и компьютерных наук. ОПК-2.3: Владеет навыками применения базовых знаний в области математического и алгоритмического моделирования, а также современный математический аппарат при решении задач профессиональной деятельности	Тест	Зачёт: Задачи
ПК-4: Имеет опыт самостоятельного проведения работ по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследования	ПК-4.1: Знает особенности поиска научно-технической информации в различных источниках, методов и технологий её обработки и анализа, а также способов представления ПК-4.2: Умеет организовать целенаправленный поиск информации в различных источниках, выбирать методы и технологии её обработки, анализа и	ПК-4.1: Знает особенности поиска научно-технической информации в различных источниках, методов и технологий её обработки и анализа, а также способов представления. ПК-4.2: Умеет организовать целенаправленный поиск информации в различных источниках, выбирать	Тест	Зачёт: Задачи

	представления, исходя из поставленной задачи ПК-4.3: Владеет навыками поиска и анализа научно-технической информации в различных источниках для решения стандартных профессиональных задач, а также опыт публичного представления научных результатов	методы и технологии её обработки, анализа и представления, исходя из поставленной задачи. ПК-4.3: Владеет навыками поиска и анализа научно-технической информации в различных источниках для решения стандартных профессиональных задач, а также опыт публичного представления научных результатов.		
--	--	---	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	3
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	1
самостоятельная работа	59
Промежуточная аттестация	0
	Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Тема 1	13	4	2	6	7

Тема 2	13	4	2	6	7
Тема 3	13	4	2	6	7
Тема 4	15	6	2	8	7
Тема 5	14	4	2	6	8
Тема 6	14	4	2	6	8
Тема 7	14	4	2	6	8
Тема 8	11	2	2	4	7
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	108	32	16	49	59

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Понятие о случайных процессах. Типы случайных процессов.

Тема 2. Математическое ожидание, дисперсия и корреляционная функция случайного процесса.

Определение основных характеристик случайных процессов по их реализациям.

Тема 3. Марковские цепи. Переходные вероятности. Примеры марковских цепей.

Тема 4. Классификация состояний марковских цепей. Эргодическая теорема. Обобщение теоремы Муавра-Лапласа для марковских цепей. Применение марковских цепей.

Тема 5. Понятие о частной корреляции. Вычисление частной корреляции. Проверка гипотезы на статистическую значимость частного коэффициента корреляции.

Тема 6. Множественный коэффициент корреляции. Связь между частными и множественными коэффициентами корреляции. Примеры. Влияние ошибок измерения на величину коэффициента корреляции.

Тема 7. Временные ряды: определение. Тренд. Стационарные временные ряды и их характеристики: математическое ожидание, дисперсия, коррелограмма, их оценка по наблюдениям. Стационарные временные ряды. Проверка гипотезы случайности и неизменности среднего значения временного ряда.

Тема 8. Нестационарные временные ряды. Методы сглаживания (оценивание неслучайной составляющей): усреднение, экспоненциальное сглаживание. Оценивание тренда. Декомпозиция временного ряда и сезонное прогнозирование. Оценивание периодической составляющей.

14. Временные ряды, модели авторегрессии и скользящего среднего. Проверка на автокорреляцию остатков регрессии. Критерий Дарбина - Уотсона.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

- электронный курс "Теория вероятностей и математическая статистика" (<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2439>)).

Иные учебно-методические материалы: 1. Пройдакова Е.В., Федоткин М.А., Зорин В.А.

Практикум по теории вероятностей. Часть 1: Практикум.

http://www.unn.ru/books/met_files/Projdakova_%201.pdf

2. Пройдакова Е.В., Федоткин М.А., Зорин В.А. Практикум по теории вероятностей. Часть

2: Практикум.

http://www.unn.ru/books/met_files/Projdakova_%202.pdf

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Тип – множественный выбор.

Пусть B есть статистически устойчивый эксперимент и $(\Omega, \mathcal{B}, P(\cdot))$ является его вероятностной моделью. Отметьте верные утверждения?

- Случайный процесс есть однопараметрическое семейство $\{\xi(t) : t \in T\}$ случайных элементов, заданных на одном и том же вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{B}, P(\cdot))$.
- (+)
- Случайный процесс есть однопараметрическое семейство $\{\xi(t) : t \in T\}$ случайных элементов, заданных на разных вероятностных пространствах $(\Omega_t, \mathcal{F}_t, P_t(\cdot)), t \in T$.
- Параметр t для случайного процесса $\{\xi(t) : t \in T\}$ может меняться непрерывно.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции УК-1:

1. Тип – множественный выбор.

Пусть B есть статистически устойчивый эксперимент и $(\Omega, \mathcal{B}, P(\cdot))$ является его вероятностной моделью. Отметьте верные утверждения?

- Случайный процесс есть однопараметрическое семейство $\{\xi(t) : t \in T\}$ случайных элементов, заданных на одном и том же вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{B}, P(\cdot))$.
- (+)
- Случайный процесс есть однопараметрическое семейство $\{\xi(t) : t \in T\}$ случайных элементов, заданных на разных вероятностных пространствах $(\Omega_t, \mathcal{F}_t, P_t(\cdot)), t \in T$.
- Параметр t для случайного процесса $\{\xi(t) : t \in T\}$ может меняться непрерывно.

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ОПК-2:

4. Тип – ввод значения.

Пусть случайный процесс $\xi(t), -\infty < t < +\infty$ задается соотношением $\xi(\omega, t) = \eta(\omega) \sin(bt)$, где $\eta(\omega)$ является одномерной случайной величиной, $M\eta = a$, $D\eta = \sigma^2$ и b, a, σ являются постоянными величинами. Вычислить при $a = b = \sigma = 1$, $t = \pi/2$, $t_1 = 3\pi/2$ и $t_2 = 5\pi/2$ следующие характеристики этого процесса: 1) $M(\xi(t))$; 2) $D(\xi(t))$; 3) $\text{cov}(\xi(t_1), \xi(t_2))$.

Примечание: ответ следует вводить в виде знакового числа (напр., -7)

5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

Пусть $(\Omega, \mathcal{B}, P(\cdot))$ является вероятностной моделью B статистически устойчивого эксперимента и случайная последовательность $\{\xi_n, n = 0, 1, \dots\}$ есть цепь Маркова с пространством $X = \{0, 1, \dots\}$ состояний, для которой $p_{ij}(n)$ есть переходная вероятность схемы Маркова за n шагов от состояния с номером i в состояние с номером j . Укажите справедливое высказывание?

- Любые два состояния с номером i и с номером j сообщаются, если существуют такое целое число $m \geq 0$, что $p_{ij}(m) > 0$.
- Любые два состояния с номером i и с номером j сообщаются, если существуют такое целое число $m \geq 0$, что $p_{ij}(m) > 0$.
- Любые два состояния с номером i и с номером j сообщаются, если существуют такие целые числа $m \geq 0$ и $n \geq 0$, что одновременно $p_{ij}(m) > 0$ и $p_{ji}(n) > 0$.
- Состояние с номером i назовём несущественным, если существует такое состояние с номером j и натуральное число r , что $p_{ji}(r) > 0$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	как минимум 80% правильных ответов в тесте

Оценка	Критерии оценивания
не зачтено	менее 80% правильных ответов в тесте

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

	ответа		и недочетами	недочетами		недочетов	
--	--------	--	-----------------	------------	--	-----------	--

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

249. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию случайного процесса
 $X(t) = \xi_1 \cos \omega t + \xi_2 \sin \omega t + 5t, \quad t \in R,$
где ξ_1 и ξ_2 – некоррелированные случайные величины с
 $E(\xi_1) = 1, E(\xi_2) = 0.2, \text{COV}(\xi_1, \xi_2) = 0, D(\xi_1) = 0.1, D(\xi_2) = 0.004, \omega > 0.$

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции УК-1

249. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию случайного процесса
 $X(t) = \xi_1 \cos \omega t + \xi_2 \sin \omega t + 5t, \quad t \in R,$
где ξ_1 и ξ_2 – некоррелированные случайные величины с
 $E(\xi_1) = 1, E(\xi_2) = 0.2, \text{COV}(\xi_1, \xi_2) = 0, D(\xi_1) = 0.1, D(\xi_2) = 0.004, \omega > 0.$

5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-2

Аудитория: 3.1. Дома: 3.2, 3.3.

3.1. Деятельность $n = 8$ карьеров характеризуется себестоимостью 1 т. песка (x_1), сменной добычей песка (x_2) и фондоотдачей (x_3). Значения показателей представлены в таблице 8.1.

Таблица 8.1.

i – номер карьера	1	2	3	4	5	6	7	8
x_1 (тыс.руб.)	32	21	39	36	44	27	51	31
x_2 (т.)	63	80	32	50	27	56	23	57
x_3 (%)	21	25	19	17	10	29	9	22

Задание.

- 1) Оценить средние значения $\sigma_j = E(x_j)$, среднеквадратичные отклонения $\sigma_j = \sqrt{D(x_j)}$, ($j = 1, 2, 3$) и корреляционную матрицу $R = (r_{jk})_{3 \times 3}$ анализируемого трехмерного признака (x_1, x_2, x_3).
- 2) Вычислить матрицу выборочных частных коэффициентов корреляции r_{jk} , $i \neq k, i \neq j, j \neq k$.
- 3) Проверить гипотезы (при уровне значимости $\alpha = 0.05$) о статистически незначимом отличии от нуля коэффициента корреляции, соответственно, r_{13} , r_{12} и построить их интервальные оценки с заданной надежностью $\gamma = 0.95$.
- 4) Найти оценку множественного коэффициента корреляции $R_{(123)}$ и проверить гипотезу (при уровне значимости $\alpha = 0.05$) о его статистически незначимом отличии от нуля.

5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-4

4.2. В таблице 4.2 приведены поквартальные объемы продаж бензопил за 2003-2009 годы. Произвести сезонную декомпозицию. Сделать прогноз на 2010 год.

Таблица 4.2

Год	Квартал	Объем продаж $x(i)$	Год	Квартал	Объем продаж $x(i)$
2003	1	500	2007	1	550
	2	350		2	400
	3	250		3	350
	4	400		4	600
2004	1	450	2008	1	750
	2	350		2	500
	3	200		3	400
	4	300		4	650
2005	1	350	2009	1	850
	2	200		2	600
	3	150		3	450
	4	400		4	700

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Выполнены все или большая часть этапов решения задачи или задача решена с незначительными недочетами. Результаты работы представлены преподавателю в срок.
не зачтено	Выполнены не все практические задания или выполнены не в полном объеме (представлено не полное описание этапов выполнения заданий, получен неверный ответ, результаты работы не представлены преподавателю).

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Вентцель Елена Сергеевна. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. - М. : Наука, 1991. - 383 с. : ил. - (Физико-математическая библиотека инженера). - ISBN 5-02-014125-9 : 4.60., 2 экз.
2. Булинский Александр Вадимович. Теория случайных процессов. - М. : Физматлит, 2003. - 400 с. - (Теория вероятностей. Математическая статистика). - ISBN 5-9221-0335-0 : 198.33., 2 экз.

Дополнительная литература:

1. Тутубалин Валерий Николаевич. Теория вероятностей и случайных процессов. Основы математического аппарата и прикладные аспекты : [учеб. пособие для физ.-мат. и техн. специальностей вузов]. - М. : Изд-во МГУ, 1992. - 394, [1] с. - ISBN 5-211-02264-5 : 6.94., 1 экз.
2. Терпугов Александр Федорович. Теория случайных процессов : (конспект лекций) / Том. гос. ун-т им. В. В. Куйбышева. - Томск : Изд-во Том. ун-та, 1974. - 122 с. - 0.52., 1 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Интернет-ресурсы электронного портала ИИТММ
<http://www.itmm.unn.ru/studentam/uchebno-metodicheskie-materialy/>
2. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ им. Лобачевского
<http://www.unn.ru/books/resources.html>
3. Общероссийский математический интернет-портал <http://mathnet.ru>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.05.01 - Фундаментальные математика и механика.

Автор(ы): Тихов Михаил Семенович, доктор физико-математических наук, профессор
Гришин Владимир Анатольевич, кандидат технических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.