

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Дискретные динамические системы

Уровень высшего образования

Специалитет

Направление подготовки / специальность

01.05.01 - Фундаментальные математика и механика

Направленность образовательной программы

Фундаментальная механика и приложения

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.08.02 Дискретные динамические системы относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции) | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции | | Наименование оценочного средства | |
|--|--|--|------------------------------------|------------------------------|
| | Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора) | Результаты обучения по дисциплине | Для текущего контроля успеваемости | Для промежуточной аттестации |
| ПК-11: Умение использовать физические и компьютерные модели объектов и явлений реального мира, сред, тел и конструкций, а также современное экспериментальное оборудование | ПК-11.1: Знает теоретические основы физического и компьютерного моделирования, основы эксперимента в механике ПК-11.2: Умеет использовать физические и компьютерные модели объектов и явлений реального мира, сред, тел и конструкций, а также современное экспериментальное оборудование для решения задач механики на основе полученных теоретических знаний ПК-11.3: Имеет практический опыт использования физических и компьютерных моделей и экспериментального оборудования при решении стандартных задач механики | ПК-11.1: Знания: основные понятия теории динамических систем, теоретические основы физического и компьютерного моделирования ПК-11.2: Умения осуществлять анализ и выбор методов решения задач ПК-11.3: Владения практическим опытом использования физических и компьютерных моделей для решения задач в соответствии с выбранным методом и построенным алгоритмом | Контрольная работа | Зачёт: Контрольная работа |

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

| | |
|---------------------------------|--------------|
| | очная |
| Общая трудоемкость, з.е. | 2 |
| Часов по учебному плану | 72 |
| в том числе | |

| | |
|---|--------------------------|
| аудиторные занятия (контактная работа): | |
| - занятия лекционного типа | 32 |
| - занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы) | 0 |
| - КСР | 1 |
| самостоятельная работа | 39 |
| Промежуточная аттестация | 0 Зачёт |

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

| Наименование разделов и тем дисциплины | Всего (часы) | в том числе | | | |
|---|-----------------|--|--|-------------|---|
| | | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них | | | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
| | | Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы | Всего | |
| | 0 Ф 0 | 0 Ф 0 | 0 Ф 0 | 0 Ф 0 | 0 Ф 0 |
| Введение в теорию дискретных динамических систем. | 5 | 2 | | 2 | 3 |
| Подход к изучению дискретных динамических систем, основанный на понятии «типичности». | 5 | 2 | | 2 | 3 |
| Понятие фрактального множества | 5 | 2 | | 2 | 3 |
| Топологическая сопряженность дискретных динамических систем. | 9 | 4 | | 4 | 5 |
| Классические теоремы о неподвижных точках. | 9 | 4 | | 4 | 5 |
| Понятие структурной устойчивости, Омега-устойчивости, статистической устойчивости | 9 | 4 | | 4 | 5 |
| Основные понятия символической динамики. | 9 | 4 | | 4 | 5 |
| О понятии аттрактора. | 9 | 4 | | 4 | 5 |
| Введение в одномерную динамику. | 11 | 6 | | 6 | 5 |
| Аттестация | 0 | | | | |
| КСР | 1 | | | 1 | |
| Итого | 72 | 32 | 0 | 33 | 39 |

Содержание разделов и тем дисциплины

1) Введение в теорию дискретных динамических систем.

Исторический аспект. Поток, отображение сдвига, отображение последования на секущей Пуанкаре как объекты, связанные с автономными системами дифференциальных уравнений. Конструкция надстройки. Примеры.

Динамическая система с дискретным временем как дискретная группа (полугруппа) преобразований

фазового пространства M ($M \subset \mathbb{R}^n$, $n \geq 1$, M - компакт). Примеры. Пространство $C^r(M)$, $r \geq 0$

2) Подход к изучению дискретных динамических систем, основанный на понятии «типичности». Множества всюду плотные; граничные; нигде не плотные; 1-ой категории. Теорема Бэра. Следствия. Примеры.

Связь меры и категории. Примеры. Понятие типичного свойства дискретной динамической системы.

3) Понятие фрактального множества.

Примеры. Понятие о размерности Хаусдорфа, вычисление размерности Хаусдорфа классических фрактальных множеств: канторова дисконтинуума, континуумов Серпинского.

4) Топологическая сопряженность дискретных динамических систем.

Примеры топологически сопряженных дискретных динамических систем. Построение сопрягающего гомеоморфизма.

Основные инварианты топологической сопряженности. Классификация траекторий по свойству возвращаемости: периодические, рекуррентные, устойчивые по Пуассону траектории. Примеры.

Асимптотическое описание поведения траекторий дискретной динамической системы: ω - (α -)предельные точки и множества, неблуждающие (блуждающие) точки и множества. Примеры.

5) Классические теоремы о неподвижных точках.

Принцип Боля-Брауэра. Пример применения.

Отображения, удовлетворяющие условию Липшица. Применения принципа сжатых отображений к решению функциональных уравнений.

Гиперболические линейные отображения. Динамические свойства гиперболических линейных отображений. Гиперболические неподвижные точки.

Теорема Гробмана-Хартмана.

Локальная устойчивость гиперболических неподвижных точек. Гиперболические изоморфизмы в пространстве $GL(R^n)$ (обратимых линейных отображений R^n).

6) Понятие структурной устойчивости, Омега-устойчивости, статистической устойчивости.

Примеры структурно устойчивых, Омега-устойчивых, статистически устойчивых дискретных динамических систем: диффеоморфизмы окружности Морса-Смейла; гиперболические автоморфизмы тора, Омега-устойчивые косые произведения в плоскости и на торе, статистически устойчивые одномерные отображения.

7) Основные понятия символической динамики.

Гомеоморфизм сдвига, основные свойства. Примеры применения. Подкова Смейла.

8) О понятии аттрактора.

Аттракторы в смысле Конли, странные аттракторы, аттрактор в смысле Милнора, странный нехаотический аттрактор.

9) Введение в одномерную динамику.

Понятие об одномерных моделях. Примеры.

Теорема А.Н. Шарковского. Примеры применения.

Бифуркации в семействе логистических отображений. Универсальность Фейгенбаума.

Мультифрактальная структура квазиаттрактора Фейгенбаума.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего

семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарско-го типа),

- самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (1 раз в семестр, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (зачет).

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-11:

1. Приведите примеры автономных систем дифференциальных уравнений с указанием отображения сдвига по траекториям; допускающих секущую Пуанкаре. Во втором случае постройте отображение последования на секущей Пуанкаре.
2. Сформулируйте определение Хаусдорфовой размерности и вычислите Хаусдорфову размерность 1-го континуума Серпинского.
3. Какие омега-предельные множества имеет тент-отображение? Существуют ли у тент-отображения счетные омега-предельные множества? Имеет ли тент-отображение гомоклинические точки? Укажите отображение, топологически сопряженное с тент-отображением.
4. Приведите примеры дискретных динамических систем в \mathbb{R}^n , $n \geq 2$, имеющих гиперболические периодические точки периода 2.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|--|
| зачтено | Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три не существенные ошибки, исправленные по требованию преподавателя |
| не зачтено | Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя |

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

| Уровень сформированности компет | плохо | неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | очень хорошо | отлично | превосходно |
|---------------------------------|-------|---------------------|-------------------|--------|--------------|---------|-------------|
| | | | | | | | |

| енций (индик атора достиж ения компет енций) | не зачтено | | зачтено | | | | |
|--|---|--|--|---|---|--|--|
| <u>Знания</u> | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| <u>Умения</u> | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки | Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| <u>Навыки</u> | Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов | Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов | Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач |

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

| Оценка | | Уровень подготовки |
|---------|--------------------|--|
| зачтено | превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой |
| | отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично». |

| | | |
|-------------------|----------------------------|--|
| | очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо» |
| | хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо». |
| | удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно». |
| | плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-11

1. Сформулируйте определение топологической сопряженности дискретных динамических систем, приведите примеры топологически сопряженных систем.
2. Проведите классификацию гиперболических периодических точек. Приведите примеры дискретных динамических систем в R^n , $n \geq 2$, имеющих неподвижные точки-стоки, источники, седла.
3. Сформулируйте определение и приведите примеры структурно устойчивых, Омега-устойчивых и статистически устойчивых дискретных динамических систем.
4. Приведите пример дискретной динамической системы на двумерном торе, имеющей странный нехаотический аттрактор.
5. Приведите набросок доказательства существования универсальности Фейгенбаума.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|---|
| зачтено | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок |
| не зачтено | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки |

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Пуанкаре Анри. Избранные труды : в 3 т.: [перевод]. [Т. 1]. Новые методы небесной механики / [коммент. т.: В. И. Арнольда, В. М. Алексеева] ; под ред. Н. Н. Боголюбова (гл. ред.) и [др.] ; сост. И. Б. Погребысский ; Акад. наук СССР . - М. : Наука, 1971. - 771 с., 1 л. портр. : черт. - (Классики науки). - 3.22., 1 экз.

2. Пуанкаре Анри. Избранные труды : в 3 т.: [перевод]. [Т. 2]. Новые методы небесной механики. Топология. Теория чисел / [ред. т. В. И. Арнольд ; коммент. Г. А. Мермана и др.] ; под ред. Н. Н. Боголюбова (гл. ред.) и [др.] ; сост. И. Б. Погребысский ; Акад. наук СССР . - М. : Наука, 1972. - 999 с., 1 л. портр. : черт. - (Классики науки). - 4.51., 2 экз.
3. Пуанкаре Анри. Избранные труды : в 3 т.: [перевод]. [Т. 3]. Математика. Теоретическая физика. Анализ математических и естественнонаучных работ Анри Пуанкаре / [сост. т. Е. И. Погребысская] ; под ред. Н. Н. Боголюбова (гл. ред.) и [др.] ; сост. И. Б. Погребысский ; Акад. наук СССР . - М. : Наука, 1974. - 771 с., 1 л. портр. : черт. - (Классики науки). - 4.00., 1 экз.

Дополнительная литература:

1. Нитецки З. Введение в дифференциальную динамику / пер. с англ. А. Б. Катка ; под ред. В. М. Алексеева. - М. : Мир, 1975. - 304 с. : черт. - 1.35., 1 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Не предусмотрено

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран)

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.05.01 - Фундаментальные математика и механика.

Автор(ы): Ефремова Людмила Сергеевна, доктор физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.