

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Интегральные уравнения

Уровень высшего образования

Специалитет

Направление подготовки / специальность

01.05.01 - Фундаментальные математика и механика

Направленность образовательной программы

Фундаментальная механика и приложения

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.09.02 Интегральные уравнения относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-6: Владение навыками самостоятельного анализа поставленной задачи, выбора корректного метода ее решения, построения алгоритма и его реализации	ПК-6.1: Умеет самостоятельно анализировать задачу, выбирать методы решения, создавать алгоритм решения и реализовывать его ПК-6.2: Владеет навыками решения практических задач, анализа результатов решения	ПК-6.1: Уметь самостоятельно анализировать задачу, выбирать методы решения интегральных уравнений, создавать алгоритм решения и реализовывать его ПК-6.2: Владеть навыками решения интегральных уравнений, анализа результатов решения	Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	3
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	2
самостоятельная работа	38
Промежуточная аттестация	36 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
Тема 1 Об истории возникновения интегральных уравнений	4	1	1	2	2
Тема 2 Основные понятия в теории интегральных уравнений. Теоремы Фредгольма	4	1	1	2	2
Тема 3 Метод решения интегральных уравнений с вырожденным ядром	8	2	2	4	4
Тема 4 Метод последовательных приближений	9	2	2	4	5
Тема 5 Метод решения интегральных уравнений с помощью резольвенты	8	2	2	4	4
Тема 6 Основные сведения из теории вполне непрерывных операторов	8	2	2	4	4
Тема 7 Методы решения интегральных уравнений с симметричным ядром	8	2	2	4	4
Тема 8 Методы решения интегральных уравнений с ядром, зависящим от разности аргументов	8	2	2	4	4
Тема 9 Сведение интегрального уравнения к дифференциальному	6	1	1	2	4
Тема 10 Приближенные методы решения интегральных уравнений	7	1	1	2	5
Аттестация	36				
КСР	2			2	
Итого	108	16	16	34	38

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1 Об истории возникновения интегральных уравнений

Тема 2 Основные понятия в теории интегральных уравнений. Теоремы Фредгольма

Тема 3 Метод решения интегральных уравнений с вырожденным ядром

Тема 4 Метод последовательных приближений

Тема 5 Метод решения интегральных уравнений с помощью резольвенты

Тема 6 Основные сведения из теории вполне непрерывных операторов

Тема 7 Методы решения интегральных уравнений с симметричным ядром

Тема 8 Методы решения интегральных уравнений с ядром, зависящим от разности аргументов

Тема 9 Сведение интегрального уравнения к дифференциальному

Тема 10 Приближенные методы решения интегральных уравнений

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
- самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к занятиям семинарского типа, выполнение заданий по списку, представленному преподавателем (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (экзамен).

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-6:

Вариант 1

1. Найти характеристические числа и собственные функции для однородного интегрального уравнения с вырожденным ядром:

$$\varphi(x) - \lambda \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x \varphi(t) dt = 0.$$

2. Решить неоднородное интегральное уравнение с симметричным ядром:

$$\varphi(x) - \frac{\pi^2}{4} \int_0^1 K(x, t) \varphi(t) dt = \frac{x}{2}, \text{ где}$$

$$K(x, t) = \begin{cases} \frac{x(2-t)}{2}, & 0 \leq x \leq t \\ \frac{t(2-x)}{2}, & t \leq x \leq 1 \end{cases}.$$

Вариант 2

1. Найти характеристические числа и собственные функции для однородного интегрального уравнения с вырожденным ядром:

$$\varphi(x) - \lambda \int_0^{2\pi} \sin x \cdot \cos t \cdot \varphi(t) dt = 0.$$

2. Решить неоднородное интегральное уравнение с симметричным ядром:

$$\varphi(x) - \lambda \int_0^1 K(x, t) \varphi(t) dt = x - 1, \text{ где}$$

$$K(x, t) = \begin{cases} x - t, & 0 \leq x \leq t \\ t - x, & t \leq x \leq 1 \end{cases}.$$

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых	При решении стандартных	Имеется минимальн	Продemonстрированы	Продemonстрированы	Продemonстрированы	Продemonстрированы

	навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	задач не продемонстриро ваны базовые навыки. Имели место грубые ошибки	ый набор навыков для решения стандартны х задач с некоторым и недочетами	базовые навыки при решении стандартны х задач с некоторым и недочетами	базовые навыки при решении стандартны х задач без ошибок и недочетов	навыки при решении нестандарт ных задач без ошибок и недочетов	творческий подход к решению нестандартны х задач
--	--	---	--	---	--	---	--

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-6

1. Понятие интегрального уравнения Фредгольма и Вольтера.
2. Теорема Банаха о сжимающем отображении.
3. Условия сжимаемости оператора Фредгольма в пространстве непрерывных функций; в пространстве интегрируемых функций.
4. Условия сжимаемости оператора Вольтера.
5. Интегральные уравнения с вырожденным ядром.

6. Определитель Фредгольма. Характеристические числа и собственные функции вырожденного ядра.
7. Теоремы Фредгольма в интегральной форме.
8. Вполне непрерывные операторы в бесконечномерном евклидовом пространстве. Связь с непрерывными операторами.
9. Ограниченные операторы. Норма оператора.
10. Условия компактности оператора Фредгольма.
11. Теоремы Фредгольма в операторной форме.
12. Разложение непрерывного линейного оператора в ряд Неймана.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Васильева А. Б. Интегральные уравнения / Васильева А. Б., Тихонов Н. А. - 2-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 160 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 5-9221-0275-3., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665805&idb=0>.
2. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах / Васильева А. Б., Медведев Г. Н., Тихонов Н. А., Уразгильдина Т. А. - 2-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 432 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга

из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 5-9221-0628-7.,

<https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=700509&idb=0>.

3. Колмогоров А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / Колмогоров А. Н., Фомин С. В. - 7-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 572 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-0266-7., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665740&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Демидович Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения / Демидович Б. П., Марон И. А., Шувалова Э. З. - 5-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 400 с. - Рекомендовано Научно-методическим советом по математике Министерства образования и науки РФ в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по направлениям 510000 «Естественные науки и математика», 550000 «Технические науки», 540000 «Педагогические науки». - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-0799-6., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=799673&idb=0>.
2. Справочник по интегральным уравнениям. / Полянин А.Д., Манжиров А.В. - Москва : Физматлит, 2003., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=634784&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<http://e.lanbook.com/>

<http://www.studentlibrary.ru/>

<http://www.znaniy.com/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран)

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по специальности 01.05.01 - Фундаментальные математика и механика.

Автор(ы): Иванченко Михаил Васильевич, доктор физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Иванченко Михаил Васильевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.