

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол № 15 от 24.12.2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Алгебра: кольца и модули

---

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
01.03.01 - Математика

---

Направленность образовательной программы  
Математика (общий профиль)

---

Форма обучения  
очная

---

г. Нижний Новгород

2026 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.02.02 Алгебра: кольца и модули относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-6: Способен составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию	<p>ПК-6.1: Знает специфику научных обзоров</p> <p>ПК-6.2: Умеет составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию</p> <p>ПК-6.3: Владеет способностью по составлению научных обзоров, рефератов и отчетов по тематике проводимых исследований</p>	<p>ПК-6.1: Знать аксиоматику колец и модулей из научной литературы</p> <p>ПК-6.2: Уметь корректно формулировать алгебраические задачи и, на основе этого, планировать тематику научных исследований.</p> <p>ПК-6.3: Владеть опытом применения методов и принципов самостоятельной научно-исследовательской работы.</p>	<p>Разноуровневые задачи</p> <p>Собеседование</p>	<p>Зачёт:</p> <p>Контрольные вопросы</p>

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>2</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>72</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>16</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>0</b>
- КСР	<b>1</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>55</b>

Промежуточная аттестация	0 Зачёт
--------------------------	------------

### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	
Кольца	35	8		8	27
Модули	36	8		8	28
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	72	16	0	17	55

#### Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Определение модуля, подмодуля. теоремы о гомоморфизмах, свободные модули, вполне приводимые модули.

Тема 2. Полупервичные кольца, минимальные идеалы, кольца эндоморфизмов, теорема Веддерберна-Артина.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Алгебра: кольца и модули 3 курс (математика), <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=4497>.

## 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

### 5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

#### 5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Разноуровневые задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-6:

1. Пусть  $U$  – подмодуль модуля  $M$ ,  $f: M \rightarrow N$  - гомоморфизм. Тогда  $f(U)$  – подмодуль в  $N$ .
2. Если  $C$  – максимальный подмодуль в  $M$ , то  $M/C$  – простой модуль.
3. Пусть  $f: M \rightarrow N$  - гомоморфизм. Тогда  $f$  – мономорфизм в точности тогда, когда  $\text{Ker } f = 0$ .
4. Найти все максимальные подмодули в  $Z$ .
5. Если  $K$  – поле, то модуль  $KK$  – простой.
6. Найти все простые  $Z$  – модули.
7. Пусть  $R$  – кольцо. Доказать, что модуль  $RR$  – свободный.
8. Пусть  $N$  - максимальный подмодуль в  $M$ . Тогда для любого  $m$  выполнено  $M = mR + N$ .
9. Пусть  $M$  – модуль над полем  $K$ . Тогда любой собственный подмодуль в  $M$  выделяется прямым слагаемым.

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Разноуровневые задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками.
не зачтено	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки

#### 5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-6:

1. Определение и общие свойства колец, идеалов кольца.
2. Факторкольцо. Факторкольцо  $R[x]/(f(x))$ .
3. Теоремы о гомоморфизмах. Теорема о соответствии.
4. Простые и максимальные идеалы в коммутативных кольцах.
5. Нильрадикал и радикал Джекобсона.
6. Модули. Операции над подмодулями. Общие определения и теоремы
7. Простые модули. Лемма Шура.

8. Конечнопорожденные модули. Лемма Накаямы.

9. Теорема Жордана-Гельдера-Шрайера.

10. Прямые суммы, свободные модули.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.
не зачтено	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.

### 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

#### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

			полном объеме	объеме, но некоторые с недочетами	с недочетами	недочетами, выполнены все задания в полном объеме	
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

**5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:**

**5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-6**

1. Определение кольца. Примеры.
2. Подкольца, идеалы, главные идеалы, примеры.
3. Гомоморфизмы колец. Ядро и образ гомоморфизма.
4. Основная теорема о гомоморфизмах колец.

5. Делители нуля, нильпотенты, обратимые элементы кольца.
6. Простые идеалы. Критерий простого идеала.
7. Максимальные идеалы. Критерий максимального идеала.
8. Доказать, что каждый собственный идеал кольца содержится в некотором максимальном идеале.
9. Нильрадикал кольца.
10. Радикал Джекобсона и его поэлементное описание.
11. Пересечение, сумма и произведение идеалов.
12. Делимость в целостных кольцах, простые и составные элементы. Примеры.
13. Кольцо главных идеалов нетерово.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Каш Ф. Модули и кольца / пер. с нем. Е. Н. Захаровой, М. И. Урсула ; под ред. В. А. Андрунакиевича. - М. : Мир, 1981. - 368 с. - 2.80., 3 экз.
2. Кострикин А. И. Введение в алгебру. Ч. 3. Основные структуры. - 2-е изд., испр. - 2001. - 272 с. - ISBN 5-9221-0166-8 : 117.32., 33 экз.
3. Ленг С. Алгебра / пер. с англ. Е. С. Голода ; под ред. А. И. Кострикина. - М. : Мир, 1968. - 564 с. - 2.41., 2 экз.

Дополнительная литература:

1. Джекобсон Натан. Строение колец / пер. с англ. В. А. Андрунакаевича ; под ред. и с предисл. А. Г. Куроша. - М. : Изд-во иностр. лит., 1961. - 392 с. - 1.80., 2 экз.
2. Туганбаев Аскар Аканович. Теория колец : Арифметические модули и кольца. - М. : МЦНМО, 2009. - 472 с. - Библиогр.: с. 453 - 467. - ISBN 978-5-94057-555-9 : 140.00., 1 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Университетская библиотека ONLINE <http://www.biblioclub.ru>

Библиотека "Лань" <http://e.lanbook.com/>

### 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.01 - Математика.

Автор(ы): Любимцев Олег Владимирович, доктор физико-математических наук.

Рецензент(ы): Титова Елена Борисовна.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 17.12.2025, протокол № протокол №6.