

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»

Радиофизический факультет
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол от
«31» мая 2023 г. № 6

Рабочая программа дисциплины

Дискретная математика
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
Специалитет
(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
11.05.02 - Специальные радиотехнические системы
(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
Радиотехнические системы и комплексы специального назначения
(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2023 год

1. Место и цели дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к обязательной части Б1.О.14.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-1. Способен использовать в профессиональной деятельности основные законы естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретических и экспериментальных исследований, приобретать новые математические и естественнонаучные знания, используя современные образовательные и информационные технологии	ОПК-1.1. Знать основные разделы математических и естественнонаучных дисциплин.	<p>Знать о роли дискретных математических объектов (множеств, комбинаторных моделей, логических функций) в информационных технологиях, о применении полученных знаний к решению практических задач.</p> <p>Уметь доказывать математические утверждения, зависящие от целого числа n, методом математической индукции, изображать множества, записываемые с помощью различных операций алгебры множеств, на диаграммах Венна-Эйлера, решать задачи комбинаторики, находить базис в системе булевых функций, упрощать формулы логики высказываний.</p> <p>Владеть практическим опытом решения задач дискретной математики.</p>	Собеседование
	ОПК-1.2. Уметь применять основные законы естественнонаучных дисциплин.	<p>Знать методы и алгоритмы дискретной математики для решения прикладных задач.</p> <p>Уметь разрабатывать модели объектов с применением методов дискретной математики.</p> <p>Владеть навыками моделирования прикладных задач методами и</p>	Разноуровневые задачи и задания

		алгоритмами дискретной математики.	
--	--	------------------------------------	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	7 ЗЕТ
Часов по учебному плану	252
в том числе	
Семестр 1 аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	32
- текущий контроль (КСР)	1
самостоятельная работа	43
Промежуточная аттестация – зачет	
Семестр 2 аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	16
- текущий контроль (КСР)	2
самостоятельная работа	58
Промежуточная аттестация – Экзамен	36

3.2. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Семестр	Часов					
			Всего	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося
				Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				
				Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
1.	Введение. Основные понятия дискретной математики. Виды теорем и методы доказательств: цепочка рассуждений, от противного, полная индукция, неполная индукция. Доказательство методом математической индукции тождеств, утверждений о делимости выражений, неравенств и формул <i>n</i> -ых членов числовых последовательностей, заданных рекуррентным способом.	1	5	2	2		4	1
2.	Теория множеств. Понятие множества, способы задания множеств, отношения между множествами. Теоретико-множественные операции над множествами, их изображения на диаграммах Эйлера-Венна. Основные законы алгебры множеств. Понятие мощности множества, теорема Кантора о несчетности. Подмножества, разбиения и покрытия, теорема о мощности булеана. Прямое произведение и его свойства.	1	31	8	8		16	15
3.	Бинарные отношения, их виды и свойства. Функция как частный случай бинарного отношения; сюръективные, инъективные и биективные отображения. Критерий существования обратной функции. Отношения эквивалентности и порядка, диаграмма Хассе.	1	39	12	12		24	15

4.	Комбинаторика. Правила суммы и произведения. Перестановки, сочетания с повторениями и без повторений, размещения с повторениями и без повторений. Теорема о полиномиальных коэффициентах. Формула включений и исключений. Бином Ньютона, свойства биномиальных коэффициентов; треугольник Паскаля.	1	32	10	10		20	12
	Текущий контроль (КСР)	1	1					
	Промежуточная аттестация: зачет	1						
	Итого	1	108	32	32		64	43

№ п/п	Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Семестр	Всего часов	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося
				Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				
				Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
5.	<p>Элементарные булевы функции от одной и двух переменных, существенные и фиктивные переменные. Функции алгебры логики, их количество..</p> <p>Элементарные булевы функции от одной и двух переменных. Формулы алгебры логики. Суперпозиция булевых функций, порядок действий. Свойства элементарных булевых функций (основные законы алгебры логики).</p> <p>Двойственные функции. Теорема двойственности. Принцип двойственности. Теорема о разложении булевых функций по переменным.</p> <p>Нормальные формы алгебры логики:</p>	2	11	4	2		6	5

	совершенная дизъюнктивная и совершенная конъюнктивная нормальные формы (СДНФ, СКНФ).							
6.	Полиномы Жегалкина. Способы их построения. Утверждения о замкнутости классов монотонных функций и функций, сохраняющих константу. Класс самодвойственных функций. Лемма о несамодвойственной функции. Класс монотонных функций. Лемма о немонотонной функции. Класс линейных функций. Лемма о нелинейной функции. Полнота системы булевых функций, критерий полноты (теорема Поста). Понятия базиса и предполного класса в алгебре логики. Следствия из теоремы Поста о составе базиса и предполных классах.	2	8	2	1		3	5
7.	Введение в математическую логику. Понятие высказывания, логические связи, формулы логики высказываний. Равносильность формул логики высказываний. Основные равносильности. Виды формул логики высказываний. Важнейшие тавтологии. Правильные рассуждения и их схемы. Косвенные методы доказательства. Составление логических формул по высказываниям. Проблема разрешимости в логике высказываний и методы ее решения. Метод редукций проверки тождественной истинности формулы логики высказываний. Логические схемы и их реализация с помощью булевых функций. Синтез сумматора.	2	11	4	2		6	5
8.	Начальные понятия теории графов. Краткие сведения из истории возникновения теории графов. Определение графа. Области применения теории графов. Способы задания неориентированных графов. Степени вершин. Основная теорема теории графов и ее следствие. Виды неориентированных графов. Дополнение к графу. Подграфы и их виды. Операции над графами. Маршруты, цепи и циклы в графе. Свойства маршрутов и циклов. Связность графов. Матрица связности (достижимости). Число маршрутов в неориентированном графе. Критерий связности графа. Теорема об оценке числа	2	11	4	2		6	5

	ребер графа через число вершин и число компонент связности. Мосты и разделяющие вершины. Признаки моста. Вершинная и реберная связности. N -связные графы. Следствие из теоремы об оценке числа ребер графа через число вершин и число компонент связности. Расстояния в графе. Диаметр, радиус и центр графа.							
9.	Изоморфизм графов. Алгоритм решения задач на определение изоморфных графов. Теоремы о количестве помеченных графов с p вершинами и с p вершинами и q ребрами. Асимптотическая формула Поля для числа непомеченных графов.	2	11	4	2		6	5
10.	Неориентированные графы с циклами и без циклов. Цикломатическое число. Теоремы о количестве ребер в связных графах с циклами и без циклов. Неориентированные (свободные) деревья. Кодирование деревьев. Матричная теорема Кирхгофа о деревьях. Количество помеченных деревьев с p вершинами. Основные свойства свободных деревьев. Двудольные графы. Критерий двудольности графа. k -дольные графы. Эйлеровы и полуэйлеровы графы. Критерий существования в графе эйлеровой цепи. Теорема Эйлера об эйлеровых графах (критерий эйлеровости графа). Решение задачи о кенигсбергских мостах. Теорема об оценке числа эйлеровых графов. Гамильтоновы графы, оценка их числа. Задача коммивояжера. Сравнение задач отыскания эйлеровых и гамильтоновых циклов. Достаточные условия гамильтоновости графа: теоремы Дирака, Оре и Хватала, необходимое условие гамильтоновости графа (о разделяющих вершинах графа).	2	8	2	1		3	5
11.	Планарные графы, оценка их числа. Подразбиение и стягивание ребер. Критерии планарности графов: теоремы Понтрягина-Куратовского и Вагнера. Теорема о количестве граней связного планарного графа и ее следствия. Вершинная и реберная раскраски графов. Хроматическое число и хроматический индекс, их оценки. Проблема четырех красок. История ее возникновения и решения. Теорема о 5 красках.	2	8	2	1		3	5

12.	Ориентированные графы. Ориентированные графы и их виды. Основная теорема теории графов для орграфов. Связь с бинарными отношениями. Способы задания ориентированных графов. Маршруты, пути и контуры в орграфе. Свойства путей и контуров. Число ориентированных маршрутов в орграфе. Критерий существования контура в орграфе.	2	11	4	2		6	5
13.	Связность орграфов и ее виды. Компоненты сильной связности орграфа. Конденсация орграфа. Вычисление матриц достижимости и сильной связности. Алгоритм выделения компонент сильной связности в орграфе. Ориентированные, упорядоченные и бинарные деревья. Свойства ориентированных деревьев.	2	8	2	1		3	5
14.	Экстремальные задачи и алгоритмы на графах. Независимое множество вершин. Вершинное число независимости и его оценки. Алгоритм построения независимого множества вершин. Понятие клики графа. Взаимосвязь задач о клике и о независимом множестве вершин. Независимое множество ребер (паросочетание). Реберное число независимости. Построение наибольшего паросочетания методом чередующихся цепей. Покрывающие множества вершин и ребер. Теоремы о связи чисел независимости и покрытий в общем случае и для двудольного графа.	2	8	2	1		3	5
15.	Обходы графов. Алгоритмы поиска в ширину и глубину. Теорема о поисках в ширину и глубину. Алгоритм поиска минимального маршрута в ненагруженном (ор)графе. Алгоритмы выделения эйлерова цикла и эйлеровой цепи в связном мультиграфе. Построение остова минимального веса. Алгоритмы Прима и Краскала. Задача о нахождении минимального маршрута в нагруженном орграфе. Алгоритм Дейкстры.	2	11	2	1		3	8
	Текущий контроль (КСР)	2	2					
	Промежуточная аттестация: зачёт, экзамен	2	36					
	Итого	2	144	32	16		48	58

Практические занятия (семинарские занятия /лабораторные работы) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в форме зачета и экзамена.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студента включает в себя подготовку к аудиторным занятиям, самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины, подготовку ко всем видам контрольных испытаний, в том числе зачету и экзамену. Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

Задачи по дискретной математике (I семестр) : учебно-методическое пособие / А. Ю. Чирков, С. В. Сидоров, Д. Б. Мокеев, Е. М. Макаров ; **ННГУ** им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во **ННГУ**, 2021. - 84 с. - Текст : электронный.

Постоянная ссылка на документ: <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=794067&idb=0>

Алексеев Владимир Евгеньевич.

Дискретная математика : учебное пособие / В. Е. Алексеев ; **ННГУ** им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во **ННГУ**, 2017. - 139 с. - Текст : электронный.

Постоянная ссылка на документ: <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=823847&idb=0>

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс «Дискретная математика. Часть 1 (Павлов И.С.)», созданный в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1.Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретическо	Уровень знаний ниже минимальны	Минимально допустимый уровень	Уровень знаний в объеме,	Уровень знаний в объеме,	Уровень знаний в объеме,	

	го материала. Невозможно оценить полноту знаний вследствие отказа обучающего от ответа	х требований. Имели место грубые ошибки.	знаний. Допущено много негрубых ошибки.	соответствующ ем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	соответствующ ем программе подготовки. Допущено несколько несущественн ых ошибок	соответствующ ем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающе м программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальны х умений . Невозможно оценить наличие умений вследствие отказа обучающего от ответа	При решении стандартных задач не продемонстр ированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстр ированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продемонстри рованы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстри рованы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстр ированы все основные умения, реше ны все основные задачи с отдельными несуществен ным недочета ми, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстр ированы все основные умения., Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможно оценить наличие навыков вследствие отказа обучающего от ответа	При решении стандартных задач не продемонстр ированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальны й набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстри рованы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстри рованы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстр ированы навыки при решении нестандартн ых задач без ошибок и недочетов.	Продемонстр ирован творческий подход к решению нестандартн ых задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»

	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
незачте но	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

5.2.1 Контрольные вопросы

Вопрос	Код компетенции
1. Краткие сведения из истории возникновения теории графов. Определение графа. Области применения теории графов.	ОПК-1
2. Способы задания неориентированных графов.	ОПК-1
3. Степени вершин. Основная теорема теории графов и ее следствие. Виды неориентированных графов.	ОПК-1
4. Дополнение к графу. Подграфы и их виды. Операции над графами.	ОПК-1
5. Маршруты, цепи и циклы в графе. Цикломатическое число. Свойства маршрутов и циклов.	ОПК-1
6. Связность графов. Матрица связности (достижимости). Теорема о числе маршрутов в неориентированном графе (без доказательства). Критерий связности графа.	ОПК-1
7. Теорема об оценке числа ребер графа	ОПК-1

через число вершин и число компонент связности.	
8. Мосты и разделяющие вершины. Признаки моста. Вершинная и реберная связности. N -связные графы. Следствие из теоремы об оценке числа ребер графа через число вершин и число компонент связности.	ОПК-1
9. Расстояния в графе. Диаметр, радиус и центр графа.	ОПК-1
10. Изоморфизм графов. Алгоритм решения задач на определение изоморфных графов.	ОПК-1
11. Теоремы о количестве помеченных графов с p вершинами и с p вершинами и q ребрами. Асимптотическая формула Пойа для числа непомеченных графов.	ОПК-1
12. Теоремы о количестве ребер в связных графах с циклами и без циклов.	ОПК-1

Вопрос	Код компетенции
13. Неориентированные (свободные) деревья. Кодирование деревьев. Матричная теорема Кирхгофа о деревьях (без доказательства). Количество помеченных деревьев с p вершинами.	ОПК-1
14. Основные свойства свободных деревьев.	ОПК-1
15. Двудольные графы. Критерий двудольности графа. k -дольные графы.	ОПК-1
16. Эйлеровы и полужайлеровы графы. Критерий существования в графе эйлеровой цепи.	ОПК-1
17. Леммы для доказательства теоремы Эйлера об эйлеровых графах (критерия эйлеровости графа).	ОПК-1
18. Теорема Эйлера об эйлеровых графах (критерий эйлеровости графа). Решение задачи о кенигсбергских мостах.	ОПК-1
19. Теорема об оценке числа эйлеровых графов.	ОПК-1
20. Гамильтоновы графы. Теорема об оценке числа гамильтоновых графов (без доказательства). Задача коммивояжера. Сравнение задач отыскания эйлеровых и гамильтоновых циклов.	ОПК-1
21. Теорема Дирака (достаточное условие гамильтоновости графа).	ОПК-1
22. Достаточные условия гамильтоновости графа (теоремы Оре и Хватала – без доказательства), необходимое условие гамильтоновости графа (о разделяющих вершинах графа).	ОПК-1

23. Планарные графы. Подразбиение и стягивание ребер. Теоремы Понтрягина-Куратовского и Вагнера (без доказательства). Теорема об оценке числа планарных графов (без доказательства).	ОПК-1
24. Теорема о количестве граней связного планарного графа.	ОПК-1
25. Следствия из теоремы о количестве граней связного планарного графа.	ОПК-1
26. Вершинная и реберная раскраски графов. Хроматическое число и хроматический индекс, их оценки.	ОПК-1
27. Проблема четырех красок. История ее возникновения и решения.	ОПК-1
28. Теорема о 5 красках.	ОПК-1
29. Ориентированные графы и их виды. Основная теорема теории графов для орграфов. Связь с бинарными отношениями.	ОПК-1
30. Способы задания ориентированных графов.	ОПК-1
31. Маршруты, пути и контуры в орграфе. Свойства путей и контуров. Теорема о числе ориентированных маршрутов в орграфе (без доказательства). Критерий существования контура в орграфе.	ОПК-1
32. Связность орграфов и ее виды. Компоненты сильной связности орграфа. Конденсация орграфа.	ОПК-1
33. Теорема о вычислении матриц достижимости и сильной связности (без доказательства). Алгоритм выделения компонент сильной связности в орграфе.	ОПК-1
34. Ориентированные, упорядоченные и бинарные деревья. Их сравнительный анализ и области применения. Свойства ориентированных деревьев (без доказательства).	ОПК-1
35. Независимое множество вершин. Вершинное число независимости и его оценки. Алгоритм построения независимого множества вершин. Понятие клики графа. Взаимосвязь задач о клике и о независимом множестве вершин.	ОПК-1
36. Независимое множество ребер (паросочетание). Реберное число независимости. Построение наибольшего паросочетания методом чередующихся цепей.	ОПК-1
37. Покрывающие множества вершин и ребер. Теоремы о связи чисел независимости и покрытий в общем случае и для двудольного графа (без доказательства).	ОПК-1

38. Обходы графов. Алгоритмы поиска в ширину и глубину. Теорема о поисках в ширину и глубину.	ОПК-1
39. Алгоритм поиска минимального маршрута в ненагруженном (ор)графе.	ОПК-1
40. Алгоритмы выделения эйлерова цикла и эйлеровой цепи в связном мультиграфе.	ОПК-1
41. Построение остова минимального веса. Алгоритмы Прима и Краскала.	ОПК-1

5.2.2 Типовые задания для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Докажите, что для всех натуральных n верно равенство:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

2. Докажите, что для всех натуральных n верно неравенство: $4^n \geq 3^n + n^2$.

3. Доказать, что для всех натуральных n справедливо утверждение:

4. $7^{n+1} + 8^{2n-1}$ делится без остатка на 19.

5. Числовая последовательность $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ задана условиями: $a_1 = \frac{14}{3}$,

$$a_{n+1} = \frac{1}{3}(27a_n + 32). \text{ Докажите, что } a_n = \frac{2}{3}(9^n - 2), \text{ где } n \in \mathbb{N}.$$

6. Проверьте на диаграмме Венна, выполняется ли тождество: $(A \cap B) \otimes C = (A \otimes C) \cap (B \otimes C)$?

7. Упростите выражение с помощью законов алгебры множеств:

$$(A \cap B) \cup (\overline{A} \cup \overline{C}) \cup (A \setminus B).$$

8. Составьте матрицу для заданного на множестве X бинарного отношения ρ . Является ли ρ отношением эквивалентности или порядка (полного или частичного? строгого или нестрогого)? Найдите ρ^{-1} и $\rho \circ \rho^{-1}$. Какова мощность булеана 2^X ? $X = \{1, 3, 4, 6, 7\}$, $\rho = \{\langle a, b \rangle, a, b \in X \mid a - b - \text{четное число}\}$.

- а. Даны 2 множества: $A = \{1; 2\}$, $B = \{5; 6; 7\}$.

- а) Составьте множества $B \times A$ и $2^A \times B$.

- б) Какова мощность множества $A \times 2^B \times B$?
Выпишите любые 4 элемента этого множества.

- в) Из каких элементов состоит заданное на множестве $B \times A$ бинарное отношение $\rho = \{\langle b, a \rangle, a \in A, b \in B \mid b - a - \text{простое число}\}$?

Постройте матрицу такого отношения. Найдите D_ρ и E_ρ .

9. Бинарные отношения ρ_1 и ρ_2 заданы матрицами. Постройте матрицу композиции $\rho_1 \circ \rho_2$.

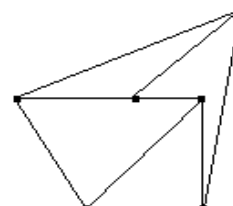
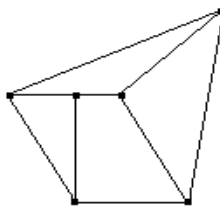
1 2 3 4 5 6

$$\|\rho_1\| = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \|\rho_2\| = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Является ли отношение $\rho_1 \circ \rho_2$ рефлексивным, симметричным, транзитивным?

Составьте $(\rho_1 \circ \rho_2)^{-1}$.

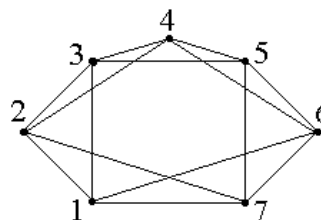
10. Из букв разрезной азбуки составлено слово МАТЕМАТИКА. Затем все буквы этого слова перевернули лицевой стороной вниз и перемешали. Наудачу последовательно извлекают из них 4 буквы. В скольких вариантах взятые 4 буквы с учетом перестановок могут образовать слово ТЕМА?
11. Десять групп занимаются в десяти расположенных подряд аудиториях. Сколько существует вариантов расписания, при которых группы №1 и №2 находились бы в соседних аудиториях?
12. В копилке хранятся 30 монет достоинством 1, 2 и 5 рублей. Сколько существует различных комбинаций монет (например, 3 монеты по 1 рублю, 17 монет по 2 рубля и 10 монет по 5 рублей)?
13. 7 яблок и 3 груши надо положить в 2 пакета так, чтобы в каждом пакете была хотя бы 1 груша (сами пакеты считаются неразличимыми), и количество фруктов в них было одинаковым. Сколькими способами это можно сделать?
14. За последние 2 года из 150 артистов московского цирка на гастролях в Лондоне побывали 42 человека, в Париже – 56 человек, в Риме – 48 человек. Во всех трех вышеперечисленных городах не побывал никто. Сколько артистов не побывали ни в одном из этих городов, если 2 города посетило 40 человек?
15. Сколько различных перестановок можно образовать из букв слова “КОЛОКОЛ”?
16. Составьте СДНФ и полином Жегалкина для формулы $(x \sim y) \vee ((\bar{x} \rightarrow z) \& \bar{y})$.
17. Докажите рассуждениями или с помощью законов логики высказываний равносильность $(A \sim B) \rightarrow ((A \vee C) \& (B \vee C)) \equiv A \vee B \vee C$
18. Докажите или опровергните рассуждениями тождественную истинность формулы $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$.
19. Пусть A, B и C – жители острова, обитатели которого относятся либо к “рыцарям”, всегда говорящим только правду, либо к “лжецам”, изрекающим только ложь. B говорит: “Неверно, что A и C – рыцари”. C говорит: “Если A – рыцарь, то B тоже рыцарь”. Кто A , кто B и кто C ?
20. Докажите, что в любом графе найдутся, по крайней мере, две вершины одинаковой степени.
21. В доме отдыха 35 корпусов. Электрик решил соединить телефонными проводами каждый корпус ровно с пятью другими. Возможно ли такое соединение?
22. Изоморфны ли данные графы?
Ответ обоснуйте.



23. Сколько существует попарно неизоморфных графов с 16 вершинами и 117 ребрами?
24. Докажите, что если в графе G с p вершинами ($p > 3$) число ребер равно $C_{p-1}^2 + 2$, то этот граф гамильтонов.
25. Существуют ли в полном двудольном графе $K_{3,3}$ эйлеров цикл, гамильтонов цикл, эйлерова цепь, гамильтонова цепь? Укажите их или докажите их отсутствие.

26. Докажите, что в любом планарном графе существует вершина, степень которой не больше 5.
27. У графа G с p вершинами ($p \geq 3$) только 1 пара вершин не соединена ребром (все остальные вершины смежные). При каком p граф G является планарным?

28. Найдите хроматическое число и хроматический индекс следующего графа:



29. Определите, имеет ли контур орграф D с матрицей смежности:

Выясните, является ли этот орграф слабо связным, односторонне связным или сильно связным. Составьте для него матрицы достижимости и сильной связности.

$$A(D) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

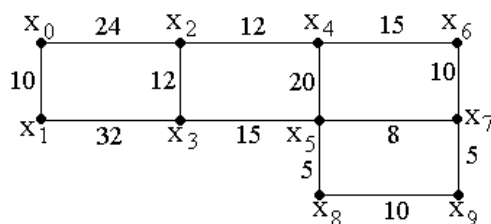
30. Пользуясь соответствующим алгоритмом, найдите эйлеров цикл или эйлерову цепь в мультиграфе G , заданном матрицей смежности:

$$A(G) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 6 & 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

31. Пользуясь соответствующим алгоритмом, найдите эйлеров цикл или эйлерову цепь в мультиграфе H , заданном матрицей смежности.

$$A(H) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 5 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 6 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

32. Пользуясь алгоритмами Прима или Краскала, построить остов минимального веса для графа:



33. Пользуясь алгоритмом Дейкстры, определите минимальный путь из v_1 в v_6 в нагруженном орграфе, заданном матрицей весов.

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
v_1	0	4	∞	12	∞	∞
v_2	∞	0	2	∞	5	10
v_3	3	∞	0	3	∞	∞
v_4	∞	∞	∞	0	1	∞
v_5	∞	∞	∞	∞	0	2

v_6	∞	∞	7	∞	∞	0
-------	----------	----------	---	----------	----------	---

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. Учебник для вузов. 3-е изд. – СПб.: Питер, 2009. – 384 с. [6 экз.]
2. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженеров. 6-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 400 с. **Ссылка на полный текст документа:** <https://e.lanbook.com/book/210278>[13 экз.]
3. **Лекции по теории графов** : для студентов по специальностям "Математика" и "Прикладная математика". - М. : Наука, 1990. - 382с. **Постоянная ссылка на документ:** <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=298121&idb=0> [13экз.]

б) дополнительная литература:

1. **Гаврилов Г. П. Сборник задач по дискретной математике** : [для вузов по специальности "Прикладная математика"]. - М. : Наука, 1977. - 368 с. **Постоянная ссылка на документ:** <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=61733&idb=0>[96 экз.]
2. Задачи по дискретной математике (I семестр) : учебно-методическое пособие / А. Ю. Чирков, С. В. Сидоров, Д. Б. Мокеев, Е. М. Макаров ; **ННГУ** им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во **ННГУ**, 2021. - 84 с. - Текст : электронный. **Постоянная ссылка на документ:** <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=794067&idb=0>
3. Алексеев В. Е. **Дискретная математика** : учебное пособие / **ННГУ** им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во **ННГУ**, 2017. - 139 с. - Текст : электронный. **Постоянная ссылка на документ:** <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=823847&idb=0>

в) Интернет-ресурсы

1. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ, URL: <http://www.unn.ru/books/resources.html>..
2. EqWorld. Мир математических уравнений Электронный ресурс, содержащий электронные версии книг в свободном доступе: режим доступа <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Имеются в наличии учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет». Наличие рекомендованной литературы.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО /ОС ННГУ по направлению 11.05.02 «Специальные радиотехнические системы» (профиль «Радиотехнические системы и комплексы специального назначения»).

Автор: доцент кафедры алгебры, геометрии и дискретной математики,

к.ф.-м.н. _____ В.И. Звонилов

Рецензент: _____

Заведующий кафедрой алгебры, геометрии и дискретной математики

д.ф.-м.н., профессор _____ Н.Ю. Золотых