

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Алгебра и геометрия

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

09.03.03 - Прикладная информатика

---

Направленность образовательной программы

Суперкомпьютерное моделирование и инженерный анализ

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.07 Алгебра и геометрия относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1: Демонстрирует знание принципов сбора, отбора и обобщения информации, базирующихся на системном подходе УК-1.2: Демонстрирует умение соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности УК-1.3: Демонстрирует наличие практического опыта работы с информационными источниками, опыта научного поиска и представления научных результатов	УК-1.1: Уметь Использовать алгебраические методы критического анализа и синтеза информации. Знать аксиоматику основных моделей алгебры Владеть системным подходом решения алгебраических задач  УК-1.2: Уметь соотносить методы линейной и абстрактной алгебры Знать аксиоматический алгебраический подход, методами алгебраической систематизации. Владеть аппаратом линейной алгебры и аналитической геометрии, высшей алгебры.  УК-1.3: Уметь проводить формализацию задач аналитической геометрии, линейной алгебры Знать вычислительные методы алгебры Владеть навыками решения алгебраических задач	Задачи	Экзамен: Контрольные вопросы
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и	ОПК-1.1: Демонстрирует знание основ высшей математики, физики,	ОПК-1.1: Знать основы высшей алгебры, линейной алгебры, теории	Задачи	Экзамен: Контрольные

<p>общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;</p>	<p>вычислительной техники и программирования</p> <p>ОПК-1.2: Демонстрирует умение решать профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования</p> <p>ОПК-1.3: Демонстрирует наличие практического опыта теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности</p>	<p>матриц, абстрактной алгебры.</p> <p>Уметь решать основные задачи линейной алгебры, аналитической геометрии, высшей алгебры</p> <p>Владеть опытом использования аппарата алгебры и геометрии при решении практических задач</p> <p>ОПК-1.2:</p> <p>Уметь использовать основные методы линейной алгебры, аналитической геометрии при получении новых результатов и решении практических задач.</p> <p>Знать основные методы линейной алгебры, аналитической геометрии, высшей алгебры, элементов абстрактной алгебры</p> <p>Владеть основными методами линейной алгебры, аналитической геометрии для получения новых результатов и при решении практических задач.</p> <p>ОПК-1.3:</p> <p>Уметь использовать на практике основные алгебраические модели</p> <p>Знать основные алгебраические модели и их важнейшие приложения.</p> <p>Владеть вычислительными методами алгебры, которые используются для решения и исследования практических задач.</p>		<p>вопросы</p> <p>Задачи</p>
---	--	--	--	------------------------------

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>10</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>360</b>

в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>128</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>0</b>
- КСР	<b>6</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>118</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>108</b>
	<b>Экзамен</b>

### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Тема 1. Группа, кольцо, поле.	4	2		2	2
Тема 2. Комплексные числа.	4	2		2	2
Тема 3. Многочлены.	10	8		8	2
Тема 4. Системы линейных уравнений.	3	1		1	2
Тема 5. Матрицы и определители матриц.	12	10		10	2
Тема 6. Векторы на плоскости и в пространстве.	8	4		4	4
Тема 7. Линейное (векторное) пространство над полем.	12	10		10	2
Тема 8. Теория систем линейных уравнений.	6	4		4	2
Тема 9. Суммы подпространств, базис и размерность суммы.	4	2		2	2
Тема 10. Линейные преобразования.	7	5		5	2
Тема 11. Евклидово (унитарное) пространство.	13	9		9	4
Тема 12. Скалярное произведения векторов.	10	6		6	4
Тема 13. Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств.	13	9		9	4
Тема 14. Билинейные и квадратичные функции.	13	9		9	4
Тема 15. Кривые и поверхности 2-го порядка.	10	6		6	4
Тема 16. Минимальный аннулирующий многочлен, жорданова форма, жорданов базис	11	9		9	2
Тема 17. Группы.	33	8		8	25

Тема 18. Кольца.	39	14		14	25
Тема 19 Поля.	34	10		10	24
Аттестация	108				
КСР	6			6	
Итого	360	128	0	134	118

### Содержание разделов и тем дисциплины

#### 1 семестр

Тема 1 Группа, кольцо, поле. Понятие группы, кольца поля. Примеры, конечные поля.

Тема 2 Комплексные числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Сопряженные числа.

Неравенство треугольника. Формула Муавра, корни из единицы. Решение алгебраических уравнений малых степеней.

Тема 3 Многочлены. Делимость в кольце многочленов. НОД. Неприводимые многочлены над полем. Разложение многочлена на неприводимые. Выделение кратных множителей. Основная теорема алгебры. Интерполяционный многочлен. Теорема Штурма. Неприводимые многочлены над кольцом целых и полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна.

Тема 4. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.

Тема 5. Матрицы и определители матриц. Связь элементарных преобразований строк и столбцов с умножением матриц. Свойства определителей. Теорема Лапласа. Правило Крамера. Обратная матрица.. Решение матричных уравнений. Формула Бине–Коши..

Тема 6. Векторы на плоскости и в пространстве. Операции с векторами. Базис. Координаты вектора в базисе. Аффинная система координат. Деление отрезка в заданном отношении. Центр тяжести системы материальных точек. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат. Различные уравнения прямых и плоскостей..

Тема 7. Линейное (векторное) пространство над полем. Линейная оболочка. Линейная зависимость. Эквивалентные системы векторов. Теорема о замене. Базис линейного пространства. Координаты вектора в базисе. Изменение координат при замене базиса. Изоморфизм линейных пространств...

Тема 8. Теория систем линейных уравнений. Теорема Кронекера–Капелли. Множество решений системы линейных уравнений, два способа задания линейного многообразия. Размерность линейного многообразия.

Тема 9. Суммы подпространств, базис и размерность суммы. Прямая сумма.

Тема 10 Линейные преобразования. Ядро, образ, ранг, дефект линейного преобразования. Матрица преобразования. Изменение матрицы при изменении базиса. Подобие матриц. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и числа. Характеристический многочлен линейного преобразования. Теорема о существовании собственного вектора над полем комплексных чисел и ее вещественный аналог.

#### 2 семестр

Тема 11. Евклидово (унитарное) пространство. Неравенство Коши–Буняковского–Шварца. Неравенство треугольника. Теорема Пифагора. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых векторов. Запись скалярного произведения через координаты в произвольном, ортогональном и ортонормированном базисах. Процесс ортогонализации Грама–Шмидта. QR-разложение матрицы. Изоморфизм унитарных пространств. Псевдорешения несовместных систем линейных уравнений. Нормальные решения систем линейных уравнений. Объем системы векторов. Свойства матрицы Грама. Геометрический смысл определителя. Неравенство Адамара

Тема 12. Скалярное произведения векторов. Скалярное произведение геометрических векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения в прямоугольной и произвольной аффинной системе координат.

Тема 13 Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств. Сопряженное преобразование, свойства операции сопряжения. Нормальное преобразование унитарного пространства, существование у него базиса из собственных векторов. Теорема о нормальном преобразовании евклидова пространства. Унитарные и ортогональные преобразования. Самосопряженные и симметричные преобразования. Неотрицательное самосопряженное преобразование, извлечение квадратного корня из него..

Тема 14. Билинейные и квадратичные функции. Изменение матрицы квадратичной функции при изменении базиса. Теорема Лагранжа и Якоби о приведении симметричной (эрмитовой) билинейной формы к каноническому виду. Закон инерции. Критерий Сильвестра положительной определенности, связь со скалярным произведением. Приведение квадратичной формы к главным осям..

Тема 15. Кривые и поверхности 2-го порядка. Аффинная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка. Цилиндрические и конические поверхности. Центр, асимптотические направления, диаметральные плоскости. Ортогональная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка...

Тема 16. Минимальный аннулирующий многочлен, жорданова форма, жорданов базис.

3 семестр

Тема 17. Группы. Теорема Кэли. Циклические группы и их подгруппы. Разбиение группы на смежные классы, теорема Лагранжа. Нормальный делитель. Фактор-группа. Гомоморфизм групп. Связь нормальных делителей с гомоморфизмами..

Тема 18. Кольца. Идеалы в кольцах и их связь с гомоморфизмами. Фактор-Кольцо

Тема 19 Поля. Характеристика поля. Конечные поля, число элементов в них.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

1. Кострикин А. И. - Введение в алгебру: учеб. для студентов ун-тов, обучающихся по специальностям "Математика" и "Прикладная математика". – Ч. 1, 2, 3 М.: Физматлит, 2001-2004 (в библиотеке ННГУ более 50 экз.)
2. Беклемишев Д. В. - Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов. - М.: Физматлит, 2002. - 376 с.. 430экз.
3. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. – СПб.: Лань, 2003. 158экз.
4. Беклемишева Л. А., Петрович А. Ю., Чубаров И. А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. – М.: Физматлит, 2004. 104экз.

#### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

**5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

**5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенций УК-1:**

1. Через точку  $A(1, 0, 7)$  параллельно плоскости  $6x-3y+4z-11=0$  проведите прямую так, чтобы она пересекала прямую  $\{x=2t, y=5-t, z=-1-t\}$ .
2. Центр квадрата находится в точке  $P(-1, 0)$ , уравнение одной из его сторон  $x+3y-5=0$ . Составьте уравнения трех других сторон квадрата.
3. На прямой  $x+y-8=0$  найти точки, равноудаленные от точки  $P(2, 8)$  и от прямой  $x-3y+2=0$ .
4. Найти точки, находящиеся на равных расстояниях от точек  $P(4, 1)$  и  $Q(8, -3)$  и от прямой  $5x+12y=0$ .
5. Найти расстояние от точки  $M(1, 3, 5)$  до прямой  $\{3x+y+z-1=0, 3x+y+2z-3=0\}$ .
6. Напишите уравнение плоскости, перпендикулярной к плоскости  $5x-y+3z-2=0$  и пересекающей ее по прямой, лежащей в плоскости  $Oxy$ .
7. Напишите уравнение плоскости, проходящей через прямую  $\{2x-y+3z-5=0, x+2y-z+2=0\}$  перпендикулярно к плоскости  $5x-y+3z-2=0$ .
8. Найти точку, симметричную точке  $P(-3, 1, -1)$  относительно прямой  $\{4x-3y-13=0, y-2z+5=0\}$ .
9. Найти точку, симметричную точке  $B(4, 3, 10)$  относительно прямой  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{5}$ .
10. Найти расстояние от вектора  $x=(1, 1, -2, 1)$  до подпространства, порожденного векторами  $a=(3, 2, 1, 1)$ ,  $b=(1, 1, 2, 2)$ ,  $c=(2, 1, 0, -1)$ . Скалярное произведение – стандартное.
11. Найти проекцию вектора  $x=(1, 1, -2, 1)$  на подпространство, порожденное векторами  $a=(3, 2, 1, 1)$ ,  $b=(1, 1, 2, 2)$ . Скалярное произведение – стандартное.
12. Постройте ортогональный базис линейной оболочки заданных векторов  $(1, 1, -1, -2)$ ,  $(5, 8, -2, -3)$ ,  $(3, 9, 3, 8)$ . Скалярное произведение стандартное.
13. Найдите ортогональный базис ортогонального дополнения к линейной оболочке векторов  $(1, 2, 3, 4)$ ,  $(4, 3, 2, 1)$ .

### 5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. При каких значениях  $\lambda$  квадратичная функция положительно определена?  $x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 + 2\lambda x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$ .
2. Методом Гаусса найти нормальный вид квадратичной функции  $x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4$ .
3. Привести квадратичную функцию к каноническому виду ортогональным преобразованием  $x_1^2 - 5x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3$ .
4. Поверхность задана уравнением в декартовой прямоугольной системе координат. Найти каноническую систему координат и каноническое уравнение этой поверхности:  $2x^2 + 9y^2 + 2z^2 - 4xy + 4yz - 1 = 0$ .
5. Поверхность задана уравнением в декартовой прямоугольной системе координат. Найти каноническую систему координат и каноническое уравнение этой поверхности:  $x^2 + y^2 + z^2 - xy + xz + yz + 3x + 3y - 3z = 0$ .
6. Вычислить матрицу линейного преобразования  $\varphi$  множества векторов плоскости с заданным на ней базисом, если  $\varphi$  есть отражение плоскости в прямой  $x+2y=0$  параллельно прямой  $x+3y=0$ . Диагонализируемо ли  $\varphi$ ? Если да, то найти базис в котором оно диагонализируемо.
7. Линейное подпространство  $L$  четырехмерного евклидова пространства в некотором ортонормированном базисе задано системой двух линейных уравнений  $x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0$ ,  $3x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0$ . Найти в том же базисе матрицу ортогонального проектирования на  $L$ .
8. Найти собственный ортонормированный базис и матрицу в этом базисе для оператора, заданного матрицей  $\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ .
9. Найти собственный ортонормированный базис и матрицу в этом базисе для оператора в  $C^2$ , заданного матрицей  $\begin{pmatrix} \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{i}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ .

10. Найти линейное уравнение, определяющее двумерное инвариантное подпространство преобразования, заданного в некотором ортонормированном базисе трехмерного

евклидова пространства матрицей  $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

11. Для преобразования, заданного в некотором ортонормированном базисе матрицей  $A$ , найти ортонормированный базис, в котором матрица преобразования будет верхнетреугольной

$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

12. Вычислить  $\sqrt[3]{A}$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

13. Найти 100 степень матрицы  $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -3 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

14. Найти минимальный многочлен линейного преобразования  $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ .

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Описаны все этапы решения задания, результаты работы представлены преподавателю в срок, при этом применен творческий подход к решению нестандартных задач.
отлично	Описаны все этапы решения задания, результаты работы представлены преподавателю в срок.
очень хорошо	Выполнены основные этапы решения задания или задача решена с незначительными недочетами, результаты работы представлены преподавателю в срок.
хорошо	Выполнены часть этапов решения задания (задачи) или задача решена с недочетами, результаты работы представлены преподавателю в срок.
удовлетворительно	Выполнены часть этапов решения задания (задачи) или задача решена с существенными недочетами, результаты работы представлены преподавателю, но с отклонениями от сроков.
неудовлетворительно	Выполнены не все этапы выполнения задания (задачи) или выполнены не в полном объеме, представлено неполное описание этапов выполнения заданий или результаты работы не представлены преподавателю.
плохо	Студент не приступал к выполнению заданий (задач).



## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
--------	--------------------

<b>зачтено</b>	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
<b>не зачтено</b>	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

1 семестр

Группа, примеры.

Кольцо многочленов над заданным кольцом (полем). Делимость в кольце многочленов. НОД. Взаимно простые многочлены

Основная теорема алгебры над полем комплексных чисел.

Неприводимые многочлены над кольцом целых и полем рациональных чисел.  
Признак Эйзенштейна неприводимости

Кольцо матриц над заданным кольцом (полем).

Обратная матрица

Линейное (векторное) пространство над полем. Примеры: пространство геометрических векторов, пространство радиус-векторов, арифметическое пространство над полем  $F$ , пространство матриц над полем  $F$ , пространство многочленов.

Простейшие следствия из аксиом

Линейная оболочка. Линейная зависимость. Эквивалентные системы векторов. Теорема о замене

Определитель (детерминант) матрицы и его свойства.

Теорема Лапласа.

Правило Крамера. Обратная матрица. Решение матричных уравнений.

Формула Бине–Коши.

Линейные отображения (операторы), действия с ними, их матрицы.

Инвариантные подпространства. Собственные векторы и числа.

Характеристический многочлен линейного преобразования.

Выражение его коэффициентов через элементы матрицы.

2 семестр

Евклидово (унитарное) пространство. Неравенство Коши–Буняковского–Шварца.

Изоморфизм унитарных пространств.

Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств.

Связь линейных преобразований и билинейных функций в унитарном пространстве.

Сопряженное преобразование, свойства операции сопряжения

Нормальное преобразование унитарного пространства, существование у него базиса из собственных векторов

Теорема о нормальном преобразовании евклидова пространства.

Унитарные и ортогональные преобразования.

Сопряженные преобразования.

Закон инерции.

Критерий Сильвестра положительной определенности, связь со скалярным произведением

Ортогональная классификация кривых и поверхностей  $n$ -го порядка. Инварианты и полуинварианты

Теорема Гамильтона–Кэли. Минимальный аннулирующий многочлен матрицы.

Жорданова форма матрицы.

3 семестр

Группа, подгруппа, изоморфизм групп.

Циклические группы и их подгруппы

Теорема Лагранжа

Фактор-группа

Теорема о гомоморфизмах групп

Кольцо, подкольцо. Виды колец.

Изоморфизм колец.

Идеал

Фактор-кольцо

Теорема о гомоморфизме колец

Тело

Конечные поля (число элементов)

Конечные поля (существование и единственность)

### **5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1**

1 семестр

Кольцо. Кольцо вычетов. Поле вычетов

Комплексные числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Сопряженные числа.  
Неравенство треугольника. Формула Муавра, корни из единицы.

Производная многочлена. Выделение кратных множителей

Неприводимые многочлены над полем. Разложение многочлена на неприводимые

Интерполяционный многочлен.  $e$

Симметрические многочлены и их выражение через элементарные

Теорема Штурма

Системы линейных уравнений. Метод Гаусса их решения, его трудоемкость, оценка числа операций. Матричная интерпретация метода Гаусса

Векторы на плоскости и в пространстве. Операции с векторами. Базис на плоскости и в пространстве. Декартова прямоугольная и аффинная системы координат

Деление отрезка в заданном отношении.

Скалярное произведение геометрических векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения в прямоугольной и произвольной аффинной системе координат

Размерность и базис линейного пространства.

Координаты вектора в базисе. Изоморфизм линейных пространств.

Теория систем линейных уравнений. Теорема Кронекера–Капелли. Множество решений системы линейных уравнений, два способа задания линейного многообразия.

Различные виды задания прямых и плоскостей.

Задачи на нахождение расстояний и углов между прямыми и плоскостями

Суммы подпространств, базис и размерность суммы. Прямая сумма.

Изменение матрицы линейного отображения при изменении базисов. Подобие матриц.

Ядро, образ, ранг, дефект линейного отображения.

Теорема о существовании собственного вектора над полем комплексных чисел.

## 2 семестр

Неравенство треугольника. Теорема Пифагора. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых векторов. Запись скалярного произведения через координаты.

Процесс ортогонализации Грама–Шмидта.

Нахождение псевдорешения несовместных систем линейных уравнений.

Нахождение нормальных решений систем линейных уравнений.

Объем системы векторов. Неравенство Адамара.

Неотрицательное самосопряженное преобразование, извлечение квадратного корня из него.

Билинейные (полуторалинейные) и квадратичные функции (формы) и их матрицы.  
Изменение матрицы квадратичной (полуторалинейной) функции при изменении базиса.

Теорема Лагранжа и Якоби о приведении симметричной (эрмитовой) билинейной формы к каноническому виду.

Приведение квадратичной формы к главным осям.

Кривые и поверхности  $n$ -го порядка. Аффинная классификация кривых и поверхностей  $n$ -го порядка.

Функции от  $n$  матриц

3 семестр

Теорема Кэли.

Понятие смежного класса, свойства

Нормальный делитель группы

Гомоморфизм групп

Евклидовы кольца.

Гомоморфизм колец

Характеристика поля

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Студент дал развернутый ответ на все вопросы и при этом продемонстрировал знание дополнительного материала.
отлично	Студент дал развернутый ответ на все вопросы.
очень хорошо	Студент дал ответ на все вопросы, возможно с незначительными недочетами.
хорошо	Студент ответил на большую часть вопросов с незначительными недочетами.
удовлетворительно	Студент ответил на большую часть вопросов с существенными недочетами.
неудовлетворительно	При ответе студент допускает грубые ошибки в основном материале и решении стандартных задач.
плохо	Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных

Оценка	Критерии оценивания
	задач.

### 5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Семестр 1

1. Найти рациональные корни многочлена  $10x^4 - 13x^3 + 15x^2 - 18x - 24$

$$\begin{array}{c|ccccc} x & -2 & 0 & 2 & -1 & 1 \\ y & -15 & 1 & 1 & -2 & 0 \end{array}$$

2. Построить интерполяционный многочлен в форме Ньютона

Семестр 2

1. Поверхность задана уравнением в декартовой прямоугольной системе координат. Найти каноническую систему координат и каноническое уравнение этой поверхности:  $-x^2 - 9y^2 + 6xy + 50x - 50y - 15z - 100 = 0$

2. Привести квадратичную функцию к главным осям  $4y^2 - 3z^2 + 4xy - 4xz + 8yz$

Семестр 3

1. В поле вычетов по модулю 11 найти корни многочлена  $x^2 + 3x + 7$ .

$$\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$$

2. Образуется ли множество матриц вида  $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ , где  $a, b$  из  $Z_7$  кольцо, поле

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Описаны все этапы решения задания, результаты работы представлены преподавателю в срок, при этом применен творческий подход к решению нестандартных задач.
отлично	Описаны все этапы решения задания, результаты работы представлены преподавателю в срок.
очень хорошо	Выполнены основные этапы решения задания или задача решена с незначительными недочетами, результаты работы представлены преподавателю в срок.
хорошо	Выполнены часть этапов решения задания (задачи) или задача решена с недочетами, результаты работы представлены преподавателю в срок.
удовлетворительно	Выполнены часть этапов решения задания (задачи) или задача решена с существенными недочетами, результаты работы представлены

Оценка	Критерии оценивания
	преподавателю, но с отклонениями от сроков.
неудовлетворительно	Выполнены не все этапы выполнения задания (задачи) или выполнены не в полном объеме, представлено неполное описание этапов выполнения заданий или результаты работы не представлены преподавателю.
плохо	Студент не приступал к выполнению заданий (задач).

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Беклемишев Дмитрий Владимирович. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для студентов вузов. - Изд. 11-е, испр. - М. : Физматлит, 2007. - 312 с. - ISBN 978-5-9221-0691-7 : 296.00., 44 экз.
2. Курош А. Г. Курс высшей алгебры : учебник для вузов / Курош А. Г. - 24-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 432 с. - Рекомендовано Министерством образования РФ в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальностям «Математика», «Прикладная математика». - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-46865-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=863501&idb=0>.
3. Беклемишева Людмила Анатольевна. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре : [учеб. пособие] / под ред. Д. В. Беклемишева. - Изд. 2-е, перераб. - М. : Физматлит, 2006. - 496 с. - ISBN 5-9221-0010-6 : 358.00., 14 экз.

Дополнительная литература:

1. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре / Проскуряков И. В. - 16-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 476 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-9039-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=781523&idb=0>.
2. Фаддеев Дмитрий Константинович. Задачи по высшей алгебре : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по мат. специальностям. - Изд. 17-е, стер. - СПб. : Лань, 2008. - 288 с. - (Классическая учебная литература по математике) (Классические задачки и практикумы) (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0427-8 : 232.80., 118 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<http://www.lib.unn.ru/> Университетская библиотека ONLINE <http://www.biblioclub.ru>  
Библиотека "Лань" <http://e.lanbook.com/>

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими



средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 09.03.03 - Прикладная информатика.

Автор(ы): Чирков Александр Юрьевич, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.