

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 15 от 24.12.2025 г.

Рабочая программа дисциплины

Комплексный анализ динамических систем

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
01.03.01 - Математика

Направленность образовательной программы
Математика (общий профиль)

Форма обучения
очная

г. Нижний Новгород

2026 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.05.01 Комплексный анализ динамических систем относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-5: Обладает навыками преподавания математики и информатики в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования	<p>ПК-5.1: Знает уровень подготовки и психологию обучающихся при организации учебного процесса</p> <p>ПК-5.2: Умеет учитывать уровень подготовки и психологию обучающихся</p> <p>ПК-5.3: Владеет навыками преподавания математики и информатики в средней школе, средних специальных учебных заведениях</p>	<p>ПК-5.1: Знать основные принципы анализа и обобщения отечественного и международного опыта в области комплексного анализа и качественной теории дифференциальных уравнений, основы строгого доказательства утверждений, вывода следствий из полученных результатов</p> <p>ПК-5.2: Уметь применять методы анализа информации к решению практических задач, связанных с исследованием свойств динамических систем, с локальной геометрией множества Фату</p> <p>ПК-5.3: Владеть техникой строгого доказательства теоретических утверждений, связанных с вопросами устойчивости систем, динамики комплексных функций, римановых многообразий</p>	<p>Задачи</p> <p>Собеседование</p>	<p>Экзамен:</p> <p>Контрольные вопросы</p>

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	5
Часов по учебному плану	180
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	24
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	24
- КСР	2
самостоятельная работа	94
Промежуточная аттестация	36 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	
Введение в дисциплину	20	2	2	4	16
Периодические точки и устойчивые множества. Графический анализ	23	3	3	6	17
Теорема Шарковского	23	3	3	6	17
Параметрические семейства функций и бифуркации	15	3	3	6	9
Логистическая функция	13	3	3	6	7
Метод Ньютона	13	3	3	6	7
Динамика комплексных функций	14	3	3	6	8
Квадратичное семейство и множество Мандельброта	11	2	2	4	7
Локальная геометрия множества Фату	10	2	2	4	6
Аттестация	36				
КСР	2			2	
Итого	180	24	24	50	94

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1
Введение в дисциплину
Тема 2
Периодические точки и устойчивые множества. Графический анализ
Тема 3
Теорема Шарковского
Тема 4
Параметрические семейства функций и бифуркации
Тема 5
Логистическая функция
Тема 6
Метод Ньютона
Тема 7
Динамика комплексных функций
Тема 8
Квадратичное семейство и множество Мандельброта
Тема 9
Локальная геометрия множества Фату

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:
Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

«Комплексный анализ динамических систем (Митрякова Т.М.)»,
<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=5820>.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-5:

1. Исследовать свойства отображения $R(z) = z^2$.
2. Исследовать свойства отображения $R(z) = z^2 - 2$.
3. Покажите, что коэффициент метрики Пуанкаре для двусвязной области $D' = \{z = x + iy: 0 < |z| < 1\}$ определяется формулой $\frac{1}{\lambda_{D'}(z)} = 2|z| \ln \frac{1}{|z|}$.
4. Пусть $f(x) = \sin x$. Найдите $f([0, \pi/2])$ и $f^{-1}(f([0, \pi/2]))$.
5. Пусть $f(x) = |x-1|$. Найдите все неподвижные точки $f(x)$ и $W^S(1/2)$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Выполнены все или большая часть этапов решения задачи или задача решена с незначительными недочетами. Результаты работы представлены преподавателю в срок.
не зачтено	Выполнены не все практические задания или выполнены не в полном объеме (представлено не полное описание этапов выполнения заданий, получен неверный ответ, результаты работы не представлены преподавателю).

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-5:

1. Односвязные Римановы поверхности
2. Универсальные накрытия и метрика Пуанкаре
3. Нормальные семейства
4. Динамика на римановой сфере
5. Динамика на гиперболических поверхностях
6. Динамика на евклидовых поверхностях
7. Полиномиальная динамика
8. Голоморфная формула для числа неподвижных рациональных отображений
9. Структура множества Фату: кольца Эрмана
10. Классификация компонент связности множества Фату
11. Полиномиальная динамика
12. Неравенства длин-площадей-модулей
13. Вращения окружности

14. Цепные дроби и рациональные аппроксимации

Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Студент дал развернутый ответ на все вопросы без существенных ошибок.
не зачтено	При ответе студент допускает грубые ошибки в основном материале.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие	При решении	Имеется	Продемонс	Продемонс	Продемонс	Продемонс

базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	трированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	трированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	трированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	ирован творческий подход к решению нестандартных задач
---	---	--	---	---	---	--

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-5

1. Понятие отображения Римана.
2. Теорема Монтеля.
3. Понятие гиперболической метрики.
4. Квазиконформные отображения.
5. Сингулярный интегральный оператор.

6. Уравнение Бельтрами.
7. Классификация неподвижных точек.
8. Притягивающие неподвижные точки.
9. Односвязные Римановы поверхности.
10. Универсальные накрытия и метрика Пуанкаре.
11. Нормальные семейства.
12. Динамика на Римановой сфере.
13. Динамика на гиперболических поверхностях.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Студент дал развернутый ответ на все вопросы и при этом продемонстрировал знание дополнительного материала.
отлично	Студент дал развернутый ответ на все вопросы.
очень хорошо	Студент дал ответ на все вопросы, возможно с незначительными недочетами.
хорошо	Студент ответил на большую часть вопросов с незначительными недочетами.
удовлетворительно	Студент ответил на большую часть вопросов с существенными недочетами.
неудовлетворительно	При ответе студент допускает грубые ошибки в основном материале и решении стандартных задач.
плохо	Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Коснёвски Чес. Начальный курс алгебраической топологии / пер с англ. В. М. Быкова, под ред. Е. Г. Склярёнка. - М. : Мир, 1983. - 302 с. : ил. - (Современная математика. Вводные курсы). - 1.00., 23 экз.
2. Шабат Борис Владимирович. Введение в комплексный анализ : [учеб. для мех.-мат. фак. ун-тов : в 2 ч.]. Ч. 1. Функции одного переменного. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1976. - 320

с. : ил. - 0.76., 27 экз.

3. Лаврентьев Михаил Алексеевич. Методы теории функций комплексного переменного : [учеб. пособие для ун-тов]. - Изд. 4-е, испр. - М. : Наука, 1973. - 736 с. : ил. - 1.77., 34 экз.

Дополнительная литература:

1. Баутин Николай Николаевич. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. - 2-е изд., доп. - М. : Наука, 1990. - 486, [2] с. : ил. - (Справочная математическая библиотека : СМБ). - ISBN 5-02-014321-9 : 3.20., 15 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Znaniium.com (математика) <http://www.znaniium.com/>
2. Лань (математика) <http://e.lanbook.com/>
3. Юрайт (математика) <http://www.biblio-online.ru/>
4. Консультант студента (математика) <http://www.studentlibrary.ru/>
5. Университетская библиотека online – архив научной классики <http://www.biblioclub.ru/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.01 - Математика.

Автор(ы): Митрякова Татьяна Михайловна, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Иванченко Михаил Васильевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 17.12.2025, протокол № протокол №6.