

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
от 30.11.2022 г. протокол № 13

**Рабочая программа дисциплины**

**Комплексный анализ**

---

Уровень высшего образования

**Бакалавриат**

---

Направление подготовки / специальность

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

---

Направленность образовательной программы

**Математическое моделирование и вычислительная математика**

---

Форма обучения

**Очная**

---

Нижегород

2023 год

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к обязательной части.

Код дисциплины Б1.О.23.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.О.23 «Комплексный анализ» относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика».

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<b>ОПК-1</b> Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности	<b>ОПК-1.1:</b> Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	<b>ЗНАТЬ:</b> основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.	<i>Собеседование</i>  <i>Контрольная работа</i>
	<b>ОПК-1.2.:</b> Умеет использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности, осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	<b>Уметь</b> решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным, но более высокого уровня сложности;	<i>Задача</i>  <i>Контрольная работа</i>
	<b>ОПК-1.3.</b> Имеет практический опыт применения фундаментальных знаний, полученных в	<b>Владеть</b> опытом решать математические задачи, которые требуют некоторой оригинальности мышления	<i>Задача</i>

области математических и естественных наук в профессиональной деятельности		
--	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная форма обучения</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>4 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>144</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>66</b>
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	32
- контроль самостоятельной работы	2
<b>самостоятельная работа</b>	<b>42</b>
<b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>	<b>36</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,  форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего(часы)	в том числе				Самостоятельная работа студента часы
		контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Лабораторные	Всего контактных часов	
<b>Введение</b>  <b>1. Краткие исторические сведения. Комплексные числа. Комплексная плоскость. Комплексная сфера.</b>  Комплексные числа и действия над ними. Комплексная плоскость. Различные формы записи комплексного числа. Геометрическая интерпретация действий над комплексными числами.  Последовательности комплексных чисел. Предел	12	4	4		8	4

<p>последовательности. Необходимые и достаточные условия существования предела. Теорема Больцано - Вейерштрасса и критерий Коши.</p> <p>Сравнение свойств последовательностей <math>\{z_n\}</math>, <math>\{ z_n \}</math>, <math>\{\arg z_n\}</math>. Бесконечно удалённая точка.</p> <p>Числовые ряды. Сумма ряда. Критерий сходимости ряда.</p> <p>Сфера Римана. Стереографическая проекция. Сферическая метрика.</p> <p>Множества и кривые на комплексной плоскости. Конечные, ограниченные и неограниченные множества. Внутренние, внешние и граничные точки множества. Открытые и замкнутые множества. Связность. Область. Порядок связности области. Непрерывная кривая. Гладкие и кусочно-гладкие кривые.</p>						
<p><b>2. Функции комплексного переменного.</b></p> <p>Понятие функции. Функция как отображение. Обратная функция.</p> <p>Однозначные и однолистные функции. Функции <math>w = z^n</math> и <math>w = \sqrt[n]{z}</math>. Точки ветвления функции <math>\sqrt[n]{z}</math>.</p> <p>Предел функции. Необходимые и достаточные условия существования предела.</p> <p>Непрерывные функции. Необходимые и достаточные условия непрерывности функции в точке. Равномерная непрерывность. Основные теоремы о непрерывных функциях.</p> <p>Дифференцирование функции комплексного переменного. Определение производной. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции. Условия Коши – Римана. Голоморфная функция. геометрический смысл производной.</p>	12	4	4		8	4
<p><b>3. Основные сведения о конформных отображениях</b></p> <p>Понятие конформного отображения. Конформность в точке комплексной плоскости. Угол между кривыми в бесконечности. Конформность в бесконечности. Конформность в области. Формулировки основных теорем о конформных отображениях (принцип сохранения области, правило обхода границы, теорема Римана). Линейная функция. Дробно-линейная функция (перечислить основные свойства). Отображение полуплоскости и единичного круга на единичный круг.</p>	12	4	4		8	4
<p><b>4. Интегрирование функций комплексного переменного.</b></p> <p>Определение интеграла по кривой. Способы вычисления интеграла. Основные свойства интегралов от комплексных функций.</p> <p>Интегральная теорема Коши. Обобщенная теорема Коши. Теорема Коши для конечносвязной области.</p> <p>Первообразная и неопределённый интеграл. теорема о первообразной. Формула Ньютона – Лейбница.</p> <p>Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Теорема о среднем для гармонической функции.</p> <p>Интеграл типа Коши. Теорема о производных интеграла типа Коши.</p>	12	4	4		8	4
<p><b>5. Функциональные ряды.</b></p> <p>Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда. Теоремы о</p>	12	4	4		8	4

<p>непрерывности суммы ряда и о возможности почленного интегрирования ряда. Теорема Вейерштрасса о почленном дифференцировании функционального ряда.</p> <p>Степенные ряды. Теорема Абеля. Область сходимости степенного ряда. Формула Коши – Адамара. единственность суммы степенного ряда.</p> <p>Сложение, умножение и деление степенных рядов.</p>						
<p><b>6. Регулярные функции.</b></p> <p>Понятие регулярной функции. Основной критерий регулярности. Неравенства Коши для коэффициентов ряда Тейлора. Теорема Лиувилля и доказательство основной теоремы высшей алгебры.</p> <p>Теорема единственности регулярной функции. Понятия и принципы аналитического продолжения.</p> <p>Разложение в степенные ряды основных элементарных функций.</p>	13	4	4		8	5
<p><b>7. Интегралы, зависящие от параметра.</b></p> <p>Теоремы о предельном переходе под знаком интеграла, о непрерывности интеграла по параметру, об изменении порядка интегрирования. Теорема о регулярности интеграла, зависящего от параметра.</p> <p>Несобственные интегралы от функции комплексного переменного (с особенностью в бесконечности и с особенностью в конечной точке). Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Теоремы о регулярности несобственного интеграла по параметру.</p>	13	4	4		8	5
<p><b>8. Ряд Лорана и изолированные особые точки однозначного характера.</b></p> <p>Ряд Лорана (определение). Область сходимости ряда Лорана. регулярность суммы ряда в области сходимости. Устранимая особая точка. Теорема об ограниченности функции в окрестности устранимой особой точки. Полнос. Связь между нулями и полюсами. Кратность полюса. Ряд Лорана в окрестности полюса. Целые функции. Мероморфные функции. Теорема о мероморфной функции с конечным числом полюсов.</p>	10	2	2		4	6
<p><b>9. Теория вычетов и её применения.</b></p> <p>Определение вычета. Вычисление вычета. Основная теорема о вычетах. Следствие основной теоремы о вычетах. Нахождение вычета в случае полюса. Логарифмический вычет. Принцип аргумента. Теорема Руше. теорема об обратной функции.</p>	10	2	2		4	6
<b>Текущий контроль (КСР)</b>	2				2	
<b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>	36					
<b>Итого</b>	<b>144</b>	<b>32</b>	<b>32</b>		<b>66</b>	<b>42</b>

Практические занятия (семинарские занятия) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

На проведение практических занятий (семинарских занятий) в форме практической подготовки отводится 32 часа.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП: интегрирования и дифференцирования функций комплексного переменного, с разложением функций

комплексного переменного в ряды Лорана; решать математические задачи, которые требуют некоторой оригинальности мышления  
 - компетенций – ОПК-1.

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

При выполнении практических работ при самостоятельной работе студенты имеют доступ к материалам курса, размещенным в системе электронного обучения ННГУ по адресу <http://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=1660>, режим доступа – требует авторизации.

Используются активные и интерактивные образовательные технологии в форме лекций, практических занятий.

Виды самостоятельной работы:

- Домашние контрольные работы
- Контрольные работы

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полностью знания вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить	При решении стандартных задач не продемонстрированы	Продемонстрированы основные умения. Решены	Продемонстрированы все основные умения. Решены все	Продемонстрированы все основные умения. Решены все	Продемонстрированы все основные умения, решены все	Продемонстрированы все основные умения. Решены все

	наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	основные умения.  Имели место грубые ошибки.	типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

<b>Уровень подготовки</b>	
Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»

Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»
-------	---

## 5.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

### 5.2.1 Контрольные вопросы

Вопросы	Код формируемой компетенции
Интегральная формула Коши.	ОПК-1
Ряд Лорана. Теорема Лорана.	ОПК-1
Теорема Вейерштрасса (о почленном дифференцировании функционального ряда).	ОПК-1
Теорема Сохоцкого	ОПК-1
Определение вычета. Основная теорема о вычетах. Следствие.	ОПК-1
Интегральная теорема Коши.	ОПК-1
Теорема о первообразной. Неопределенный интеграл.	ОПК-1
Понятие римановой поверхности. Риманова поверхность функции $w = \sqrt[n]{z}$ .	ОПК-1
Теоремы о логарифмическом вычете.	ОПК-1
Интеграл типа Коши.	ОПК-1
Теорема об особых точках суммы степенного ряда на границе круга сходимости.	ОПК-1
Геометрический смысл производной.	ОПК-1
Вычисление интеграла $\int_0^{\infty} \frac{x^{\alpha-1}}{1+x} dx$ .	ОПК-1
Устранимая особая точка.	ОПК-1
Логарифмический вычет. Принцип аргумента.	ОПК-1
Гармонические функции.	ОПК-1
Обобщенная теорема о вычетах.	ОПК-1
Бесконечная дифференцируемость голоморфной функции. Теорема Морера.	ОПК-1
Теорема об особой точке суммы степенного ряда на границе круга сходимости.	ОПК-1
Интеграл по кривой от функции комплексного переменного. Свойства интегралов.	ОПК-1
Теоремы Принсгейма и Фабри (формулировки). Пример степенного ряда, для суммы которого все граничные точки круга сходимости являются особыми.	ОПК-1
Интеграл от функции комплексного переменного. Свойства интеграла.	ОПК-1
Теорема о бесконечной дифференцируемости голоморфной функции.	ОПК-1
Интеграл, зависящий от параметра. Теорема об изменении порядка интегрирования.	ОПК-1
Вычет. Определение и вычисление.	ОПК-1

Теорема Сохоцкого. Формулировка теоремы Пикара.	ОПК-1
Понятие несобственного интеграла. Интеграл, зависящий от параметра. Равномерная сходимость.	ОПК-1
Полюс. Порядок полюса. Ряд Лорана в окрестности полюса.	ОПК-1
Существенно-особая точка. Ряд Лорана в окрестности существенно-особой точки. Теорема Пикара.	ОПК-1
Понятие и принцип аналитического продолжения.	ОПК-1
Теорема об обратной функции.	ОПК-1

### 5.2.2. Типовые задания для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Вычислить:  $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi}{3+\cos \varphi}$

2. Найти образ треугольника с вершинами в точках  $z_1 = 0, z_2 = -i, z_3 = -1$  при  $w = \frac{1}{z}$ .

3. Вычислить:  $\int_{|z|=2} \frac{e^z dz}{z^3(z+1)}$ .

4. Найти образ области  $D = \left\{ z \in \mathbb{C}: \frac{3\pi}{4} < \arg z < \pi \right\}$  при  $w = \frac{z}{z+1}$ .

5. Разложить функцию  $f(x) = \frac{2z+1}{z^2+z-2}$  в кольце  $1 < |z| < 2$ .

6. Найти образ треугольника с вершинами в точках  $z_1 = 1, z_2 = 0, z_3 = i$  при  $w = \frac{1}{z}$ .

7. Вычислить  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin 2x}{x^2 + \frac{1}{4}} dx$ .

8. Разложить функцию  $f(z) = \frac{z^4+4}{z(z+2)}$  в ряд Лорана при  $|z| > 2$ .

9. Отобразить с помощью функции  $w = \frac{z-3}{z-4}$  область  $\text{Im}z < 0$ .

10. Найти образ треугольника с вершинами в точках  $z_1 = 0, z_2 = -i, z_3 = 1$  при  $w = \frac{1}{z}$ .

11. Разложить функцию  $f(z) = \frac{z^3+2}{z^2+2z}$  в ряд Лорана в области  $|z| > 2$ .

12. Вычислить  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos x dx}{x^2+9}$ .

13. Вычислить интеграл  $\frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{e^z dz}{z(1-z)^3}$ , если точка 0 лежит внутри контура  $C$ , а точка 1 вне его.

14. Определить радиус сходимости и поведение на границе  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n}$ .

15. Определить радиус сходимости и поведение на границе  $\sum_{n=0}^{\infty} [3 + (-1)^n]^n z^n$ .

16. Определить радиус сходимости и поведение на границе  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nz^n}{2^n}$ .

17. Найти порядок нулей  $z \sin z$ .

18. Найти порядок нулей  $z^2 + 9$ .

19. Найти аналитическую функцию  $u(x, y) + iv(x, y)$  по  $u(x, y) = x^2 - y^2 - 3$ .

20. Найти аналитическую функцию  $u(x, y) + iv(x, y)$  по  $v(x, y) = x + y - 3$ .

21. Разложить в ряд Лорана  $\frac{1}{z(1-z)}$  в окрестности точек  $z = 0, z = 1, z = \infty$

22. Разложить в ряд Лорана  $\frac{1}{z-2}$  в окрестности точек  $z = 0$  и  $z = \infty$

23. Найти особые точки, выяснить их характер и исследовать поведение функции в

бесконечности  $\frac{1}{z-z^3}$ .

24. Найти особые точки, выяснить их характер и исследовать поведение функции в

бесконечности для  $\frac{z^5}{(1-z)^2}$ .

25. Найти особые точки, выяснить их характер и исследовать поведение функции в

бесконечности для  $\frac{1}{z(z^2+4)^2}$ .

26. Найти вычеты по изолированным особым точкам и бесконечности для  $\frac{1}{z^3 - z^5}$ .

27. Найти вычеты по изолированным особым точкам и бесконечности для  $\frac{z^2}{(z^2+1)^2}$ .

28. Найти вычеты по изолированным особым точкам и бесконечности для  $\frac{1}{z(1-z^2)}$ .

29. Найти вычеты по изолированным особым точкам и бесконечности для  $\frac{\sin 2z}{(z+1)^3}$ .

30. Используя вычеты, найти интеграл, где обход в положительном направлении

$$\int_C \frac{dz}{z^4 + 1}, \text{ где } C - \text{окружность } x^2 + y^2 = 2x.$$

31. Используя вычеты, найти интеграл, где обход в положительном направлении

$$\int_C \frac{zdz}{(z-1)(z-2)^2}, \text{ где } C - \text{окружность } |z-2| = \frac{1}{2}.$$

32. Используя вычеты, найти интеграл, где обход в положительном направлении

$$\int_C \frac{zdz}{(z-3)(z^5-1)}, \text{ где } C - \text{окружность } |z| = 2.$$

33. Используя вычеты, найти интеграл, где обход в положительном направлении

$$\int_C \frac{z^3 dz}{2z^4 + 1}, \text{ где } C - \text{окружность } |z| = 1.$$

34. Используя вычеты, найти интеграл  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{(x^2 + 4x + 13)^2}$ .

35. Используя вычеты, найти интеграл  $\int_0^{\infty} \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx$ .

36. Найти модули и аргументы комплексных чисел ( $a$  и  $b$  – действительные числа):

$$3i; \quad -2; \quad 1+i; \quad 1-i; \quad 2+5i; \quad 2-5i.$$

37. Найти модули и аргументы комплексных чисел ( $a$  и  $b$  – действительные числа):

$$-2+5i; \quad -2-5i; \quad bi; \quad a+bi \quad (a \neq 0).$$

38. Найти все значения корней и построить их:

$$\sqrt[3]{1}; \quad \sqrt[3]{i}; \quad \sqrt[4]{-1}; \quad \sqrt[6]{-8}; \quad \sqrt[8]{1}.$$

39. Найти все значения корней и построить их:

$$\sqrt[3]{-2+2i}; \quad \sqrt[3]{-4+3i}; \quad \sqrt{1-i}; \quad \sqrt{3+4i}.$$

40. Найти постоянные  $a, b, c$ , при которых функция  $f(z)$  будет аналитической:

$$f(z) = x + ay + i(bx + cy).$$

41. Найти постоянные  $a, b$ , при которых функция  $f(z)$  будет аналитической:

$$f(z) = \cos x(chy + ash) + i \sin x(chy + bsh).$$

42. Найти аналитическую функцию  $u(x, y) + iv(x, y)$  по

$$u(x, y) = x^2 - y^2 + 5x + y - \frac{y}{x^2 + y^2}.$$

43. Найти аналитическую функцию  $u(x, y) + iv(x, y)$  по

$$v(x, y) = 3 + x^2 - y^2 - \frac{y}{2(x^2 + y^2)}.$$

44. Какая часть плоскости сжимается, а какая растягивается для  $w = z^2 + 2z$ .

45. Найти аргумент комплексного числа  $z = \cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4}$ .

46. Найти аргумент комплексного числа  $z = \sin \frac{\pi}{4} - i \cos \frac{\pi}{4}$ .

47. Найти аргумент комплексного числа  $z = 1 + \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}$ .

48. Найти образ треугольника с вершинами в точках  $z_1 = 0$ ,  $z_2 = 1$ ,  $z_3 = i$  при

$$\text{отображении } w = (i - 1)z - 2.$$

49. На что отобразит функция  $w = \frac{1}{z}$  полуплоскость  $\operatorname{Re} z > 0$ , из которой удалён круг  $|z| \leq 1$ .

### 5.2.3. Пример контрольной работы для оценки сформированности компетенции ОПК-1

#### Вариант 1.

Найти значение модуля функции  $w = \sin z$  в точке  $z = \pi + i \ln(2 + \sqrt{5})$ .

Решение:

Имеем  $|\sin z| = \sqrt{\sin^2 x + \operatorname{sh}^2 y}$

Тогда

$$\begin{aligned} \sin(\pi + i \ln(2 + \sqrt{5})) \\ = \operatorname{sh}(\ln(2 + \sqrt{5})) = \frac{1}{2}(e^{\ln(2+\sqrt{5})} - e^{-\ln(2+\sqrt{5})}) = \frac{1}{2}(2 + \sqrt{5} - \frac{1}{2 + \sqrt{5}}) = 2. \end{aligned}$$

### Вариант 2.

Записать в алгебраической форме  $\operatorname{Arctg}(1 + i)$ .

Решение:

$$\text{Имеем } \operatorname{Arctg}(1 + i) = -\frac{i}{2} \operatorname{Ln} \frac{1+i(1+i)}{1-i(1+i)} = -\frac{i}{2} \operatorname{Ln} \frac{i}{2-i} = -\frac{i}{2} \operatorname{Ln} \left(-\frac{1}{5} + i\frac{2}{5}\right).$$

$$\text{Так как } \operatorname{Ln} \left(-\frac{1}{5} + i\frac{2}{5}\right) = -\ln \sqrt{5} - i \operatorname{arctg} 2 + (2k + 1)\pi i,$$

$$\text{то } \operatorname{Arctg}(1 + i) = -\frac{1}{2} \operatorname{arctg} 2 + \frac{i}{2} \ln \sqrt{5} + \frac{\pi}{2} (2k + 1), k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

### 5.2.4. Пример задач для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Задача 1.

Найти модуль и аргумент комплексного числа  $z = -\sin \frac{\pi}{8} - i \cos \frac{\pi}{8}$

$$\text{Ответ: } |z| = 1; \arg z = -\frac{5}{8}\pi; \arg z = -\frac{5}{8}\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

Задача 2.

Написать в тригонометрической и показательной форме комплексное число:

$$1) z_1 = -1 - i\sqrt{3} \quad 2) z_2 = -\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5}$$

$$\text{Ответ: } z_1 = 2\left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right) = 2e^{-i2\pi/3};$$

$$z_2 = \cos \frac{4\pi}{5} + i \sin \frac{4\pi}{5} = e^{i4\pi/5}.$$

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Евграфов М.А. Аналитические функции. Учебное пособие, 3-е издание. – М.: Наука, 1991.

Адрес доступа: ЭБС Лань: [https://e.lanbook.com/book/134?category\\_pk=917#authors](https://e.lanbook.com/book/134?category_pk=917#authors)

2. Сандаков Е.Б., Селиванова С.Г. Сборник домашних заданий по теории функций комплексного переменного. Адрес доступа: ЭБС Лань:

[https://e.lanbook.com/book/75857?category\\_pk=911#authors](https://e.lanbook.com/book/75857?category_pk=911#authors)

б) дополнительная литература:

1. Теория функций комплексного переменного [Электронный ресурс] / Шабунин М. И. - М.: БИНОМ, 2013. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996307814.html>
  2. Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной [Электронный ресурс] : учеб. пособие / И.М. Петрушко [и др.]. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2010. — 368 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/526>.
  3. Привалов, И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного [Электронный ресурс]: учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2009. — 432 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/322>.
- в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)  
<http://www.unn.ru/books/resources.html>  
<http://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=1660>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Автор доцент Филиппов В.Н

Заведующий кафедрой, профессор А.В. Калинин

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 30.11.2022 года, протокол № 3.