

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол № 15 от 24.12.2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Практикум по численным методам

---

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
01.03.02 - Прикладная математика и информатика

---

Направленность образовательной программы  
Математическое моделирование и искусственный интеллект

---

Форма обучения  
очная

---

г. Нижний Новгород

2026 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.10 Практикум по численным методам относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-5: Способен проектировать программное обеспечение	<p>ПК-5.1: Знает типовые решения, библиотеки программных модулей, шаблоны, классы объектов, используемые при разработке программного обеспечения</p> <p>ПК-5.2: Знает методы и средства проектирования программного обеспечения</p> <p>ПК-5.3: Знает методы и средства проектирования баз данных</p> <p>ПК-5.4: Умеет использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения</p> <p>ПК-5.5: Умеет применять методы и средства проектирования программного обеспечения, структур данных, баз данных</p>	<p>ПК-5.1:</p> <p>Знает постановки задач дисциплины «Численные методы», понятийный аппарат и утверждения, основные приемы и формулы, подходы к изучению аппроксимации, устойчивости, сходимости:</p> <p>– основы теории погрешности и теории приближения функций (интерполяция, поиск элементов наилучшего приближения);</p> <p>– методы численного дифференцирования и интегрирования;</p> <p>– методы решения задач линейной алгебры, условия сходимости итерационных процессов, итерационные методы решения нелинейных уравнений и систем;</p> <p>– методы численного решения задачи Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем;</p> <p>– методы численного решения стационарных и нестационарных задач математической физики, включая нелинейные задачи.</p> <p>Знает типовые решения, библиотеки программных модулей, шаблоны, классы</p>	<p>Практическое задание</p> <p>Отчет по лабораторным работам</p> <p>Проект</p>	<p>Зачёт:</p> <p>Контрольные вопросы</p> <p>Доклад</p>

		<p>объектов, используемые при разработке программного обеспечения для решения задач дисциплины "Численные методы"</p> <p><b>ПК-5.2:</b> Знает постановки модельных задач дисциплины «Численные методы», их прикладное значение, этапы построения численной модели и проведения численного эксперимента</p> <p>Знает методы и средства проектирования программного обеспечения для решения модельных задач дисциплины "Численные методы"</p> <p><b>ПК-5.3:</b> Знает проблематику разработки и применения программных систем, поддерживающих спектр экспериментальных возможностей для изучения как свойств метода, так и свойств моделируемых объектов (вычислительный эксперимент)</p> <p>Знает методы и средства проектирования баз данных для организации указанного вычислительного эксперимента</p> <p><b>ПК-5.4:</b> Умеет разрабатывать и применять программные системы, поддерживающие спектр экспериментальных возможностей для изучения как свойств метода, так и свойств моделируемых объектов (вычислительный эксперимент)</p> <p>Умеет численно решать математические задачи, требующие комплексного</p>		
--	--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--

		<p>подхода при подборе численных методов и проведении вычислительного эксперимента</p> <p>Умеет использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения в указанных выше целях</p> <p>ПК-5.5: Умеет пользоваться приемами алгоритмизации и реализации численных методов решения задач на ЭВМ, средствами визуализации результатов расчетов и методами анализа результатов</p> <p>Умеет применять методы и средства проектирования программного обеспечения, структур данных, баз данных для решения указанных задач</p>		
--	--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>3</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>108</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>0</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>32</b>
- КСР	<b>1</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>75</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>0</b> <b>Зачёт</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	
Тема 1. Введение в предмет. Основы представления вещественных чисел в машинной арифметике. Сплайн-интерполяция. Организация и проведение вычислений, разработка и программная реализация алгоритмов. Разработка программных средств поддержки вычислительного эксперимента.	14		4	4	10
Тема 2. Численные методы линейной алгебры. Аппарат исследования. Обусловленность линейных систем, вытекающие свойства. Итерационные методы линейной алгебры: методы простой итерации и минимальных невязок. Свойства полиномов Чебышева и оптимизация параметров метода. Сопряженные направления и метод сопряженных градиентов. Численные методы решения полной и частичной проблемы собственных чисел. Организация и проведение вычислений, разработка и программная реализация алгоритмов. Разработка программных средств поддержки вычислительного эксперимента. Подготовка студентов к выполнению проекта.	33		10	10	23
Тема 3. Интерполяция, численное дифференцирование и интегрирование. Построение и вопросы сходимости. Структура общей погрешности. Организация адаптивных вычислений на неравномерных сетках. Контроль вычислительной погрешности	22		6	6	16
Тема 4. Численные методы, основанные на решении задач оптимизации. Наилучшие приближения в гильбертовых пространствах, обработка экспериментальных данных, экономизация степенных рядов. Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений вариационно-проеекционными методами (методы Бубнова-Галеркина, коллокаций, наименьших квадратов, Рунге). Представление об МКЭ (методе конечных элементов). Вычислительные аспекты МКЭ.	24		8	8	16
Тема 5. Численные методы решения нелинейных уравнений, систем нелинейных уравнений и квазилинеаризация разностных схем (нелинейное уравнение теплопроводности, Модельная задача VIII). Вычислительный эксперимент как метод исследования сложных систем	14		4	4	10
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	108	0	32	33	75

### Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Введение в предмет. Основы представления вещественных чисел в машинной арифметике. Сплайн-интерполяция. Организация и проведение вычислений, разработка и программная реализация алгоритмов. Разработка программных средств поддержки вычислительного эксперимента. (синхронизирована с Темой 6 дисциплины "Численные методы")

Тема 2. Численные методы линейной алгебры. Аппарат исследования. Обусловленность линейных систем, вытекающие свойства. Итерационные методы линейной алгебры: методы простой итерации, минимальных невязок, свойства полиномов Чебышева и оптимизация параметров. Метод сопряженных градиентов. Численные методы решения полной и частичной проблемы собственных чисел. Организация и проведение вычислений, разработка и программная реализация алгоритмов. Разработка

программных средств поддержки вычислительного эксперимента. Подготовка студентов к выполнению проекта (синхронизирована с Темой 7 дисциплины "Численные методы").

Тема 3. Интерполяция полиномами, численное дифференцирование и интегрирование. Организация адаптивных вычислений на неравномерных сетках. Контроль вычислительной погрешности (синхронизирована с Темой 8 дисциплины "Численные методы").

Тема 4. Численные методы, основанные на решении задач оптимизации. Наилучшие приближения, обработка экспериментальных данных, решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений вариационно-проекционными методами. Представление об МКЭ (метод конечных элементов), (синхронизирована с Темой 9 дисциплины "Численные методы"). Вычислительные аспекты МКЭ.

Тема 5. Численные методы решения нелинейных уравнений, систем нелинейных уравнений и квазилинеаризация разностных схем (нелинейное уравнение теплопроводности, Модельная задача VIII). Вычислительный эксперимент как метод исследования сложных систем (синхронизирована с Темой 10 дисциплины "Численные методы").

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

"Численные методы" – Весна-1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6; "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6.", <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815>;  
<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135>.

Иные учебно-методические материалы:

Пояснительная записка

Дисциплина «Практикум по численным методам» синхронизирована с дисциплиной "Численные методы".

Контроль текущей успеваемости по дисциплине "Практикум по численным методам" осуществляется на основе:

- 1) практических заданий;
- 2) лабораторных работ (и отчетов к ним);
- 3) выполнения проекта (программная реализация метода и вычислительный эксперимент);

Выполнение указанных заданий является необходимым условием прохождения промежуточной аттестации (Семестр 6, зачет).

На основе решенных в семестре практических заданий (выборка из 3 – 5 задач) и результатов проекта студент готовит доклад.

Контрольные вопросы (семестр 6) и доклад выносятся на зачет.

Основные требования к программам:

- программа должна быть написана студентом на алгоритмическом языке высокого уровня;
- код, реализующий численный метод, должен быть подготовлен студентом самостоятельно;
- программа и способ работы с ней должны быть пригодны для организации вычислительного эксперимента, в том числе проверки корректной реализации метода, изучения свойств моделируемого) объекта.

Часть заданий лабораторного практикума выполняются на программах-тренажерах.

При выполнении практических заданий для вычислений, вспомогательных по отношению к изучаемому методу, можно использовать математический пакет.

Параллельное программирование приветствуется.

Комплекты практических заданий, лабораторных работ, проектов и контрольных вопросов в комплексе ориентированы на достижение следующих целей обучения:

- формирование научного мышления, понимания областей и перспектив применения численных методов;
- освоение методов численного анализа и вычислительного эксперимента;
- выработки навыков решения задач с использованием методов математического моделирования;
- формирования алгоритмического подхода к решению прикладных задач;
- освоение методов обработки экспериментальных данных;
- закрепление практических навыков работы с ЭВМ; навыков работы с современным программным обеспечением; навыков разработки и применения программных систем и комплексов.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>:

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Весна-1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. ЭУК, учебно-методический комплекс. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ. – Н. Новгород, 2021. Ид. н. 815ЕМ.06.2021. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815> – Вход требует авторизации.
2. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. ЭУК, учебно-методический комплекс. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ. – Н. Новгород, 2021. Ид. н. 2135ЕМ.06.2021. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135> – Вход требует авторизации.

а также издания:

3. Стронгина Н.Р. Практикум по курсу "Численные методы": Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем и задачи математического моделирования. – Н. Новгород: Издательство ННГУ, 2021. – 72 с.
  4. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. Практикум по курсу "Численные методы": Применение итерационных методов решения разностных схем на примере задачи Дирихле для уравнения Пуассона. – Н.Новгород: Издательство ННГУ, 2021. - 48 с.
- и электронные издания, указанные в списке основной литературы.

## **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

### **5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

#### **5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции ПК-5:**

Студент выполняет Практикум, включающий:

Практикум №1 (на ресурсе e-learning.unn.ru Практикум по модулю 11). Практикум по теме «Численные методы линейной алгебры».

Тексты заданий и варианты на ресурсах:

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Весна-1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815> – Вход требует авторизации.
2. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. Практикум по курсу "Численные методы": Применение итерационных методов решения разностных схем на примере задачи Дирихле для уравнения Пуассона. – Н.Новгород: Издательство ННГУ, 2021. - 48 с.

Практикум №2 (на ресурсе e-learning.unn.ru Практикум по модулю 12). Комплект заданий по теме «Основы теории интерполяции: сплайн-интерполяция, интерполяция полиномами, численное дифференцирование, численное интегрирование»

Тексты заданий и варианты на ресурсе:

Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Весна-1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815> – Вход требует авторизации.

Практикум №3 (на ресурсе e-learning.unn.ru Практикум по модулю 14). Комплект заданий по теме «Численные методы, основанные на решении задач оптимизации» (отыскание наилучших приближений в функциональных пространствах и экспериментальная обработка данных, решение краевых задач вариационно-проекционными методами и др.).

Тексты заданий и варианты на ресурсе:

Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Весна-1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815> – Вход требует авторизации.

Практикум №4 (на ресурсе e-learning.unn.ru Практикум по модулю 8-9). Комплект заданий по теме «Численное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Запись разностных схем и алгоритмизация методов их решения.

Тексты заданий и варианты на ресурсах:

Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Весна-1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815> – Вход требует авторизации.

В тексте решения должны быть отражены: постановка задачи, цель и задача вычислений, применяемый метод и его свойства, ход решения, итоговый и промежуточные результаты (контрольные точки); анализ погрешности и ответ на другие вопросы задания; сервис (инструмент) проведенных вычислений.

#### **Критерии оценивания (оценочное средство - Практическое задание)**

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задания выполнены верно, возможны незначительные (негрубые) ошибки, контрольные точки вычислений должны быть обозначены и пройдены без грубых ошибок.
не зачтено	Задания не выполнены или выполнены в существенно неполном объеме, контрольные точки вычислений не обозначены или допущены грубые ошибки и работа над ошибками не проведена.

### 5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Отчет по лабораторным работам) для оценки сформированности компетенции ПК-5:

Студент выполняет Лабораторный практикум, включающий:

Лабораторная работа №1. Сплайн-интерполяция

Тексты заданий и варианты на ресурсах:

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Весна - 1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815> – Вход требует авторизации.

Лабораторная работа №2. Численное дифференцирование

Тексты заданий и варианты на ресурсе

Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Весна - 1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815> – Вход требует авторизации.

Лабораторная работа №3. Численное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в двумерной (прямоугольной) области. Базовый вариант.

Тексты заданий, варианты и методические указания на ресурсах

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Весна - 1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815> – Вход требует авторизации.

2. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. Практикум по курсу "Численные методы": Применение итерационных методов решения разностных схем на примере задачи Дирихле для уравнения Пуассона. – Н.Новгород: Издательство ННГУ, 2021. - 48 с.

Лабораторная работа №4. Численное интегрирование

Тексты заданий и методические указания на ресурсе

Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Весна - 1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815> – Вход требует авторизации.

Требования к оформлению отчета (на бланке отчета) в тексте соответствующего задания.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Отчет по лабораторным работам)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задание выполнено, отчет оформлен на бланке и соответствует требованиям, возможны несущественные недочеты и незначительные (негрубые) ошибки. Все контрольные точки вычислений должны быть пройдены верно.
не зачтено	Задание не выполнено или выполнено в существенно неполном объеме, отчет не представлен или не соответствует требованиям, имеют место существенные недочеты или грубые ошибки, работа над ошибками не проведена.

### 5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Проект) для оценки сформированности компетенции ПК-5:

Тематика проектов

Численное решение нелинейных систем дифференциальных уравнений и квазилинейных уравнений реакции-диффузии

Тексты заданий на ресурсах

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135> – Вход требует авторизации.
2. Стронгина Н.Р. Практикум по курсу "Численные методы": Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем и задачи математического моделирования. – Н. Новгород: Издательство ННГУ, 2021. – 72 с.

Численное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона на основе прямых и итерационных методов линейной алгебры: анализ и оптимизация сходимости, сравнение скорости сходимости итерационных методов.

Методы:

- метод верхней релаксации,
- метод сопряженных градиентов,
- метод минимальных невязок,
- метод простой итерации
- метод простых итераций с оптимальным набором параметров
- метод дискретного преобразования Фурье
- комбинированный метод дискретного преобразования Фурье и прогонки
- попеременно-треугольный метод и др.

(задания различаются геометрической конфигурацией области, размерностью пространства, применяемым методом, параметрами задач)

Тексты заданий и варианты, а также методические указания на ресурсах:

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. Практикум по курсу "Численные методы": Применение итерационных методов решения разностных схем на примере задачи Дирихле для уравнения Пуассона. – Н.Новгород: Издательство ННГУ, 2021. - 48 с.
2. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Весна-1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815> – Вход требует авторизации.

## Критерии оценивания (оценочное средство - Проект)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задания выполнены верно в полном или достаточном объеме, возможны незначительные (негрубые) ошибки, контрольные точки вычислений должны быть пройдены верно, вычислительный эксперимент организован верно, проведен, документирован, выводы сформулированы. Математическая модель и вычислительный алгоритм обоснованы.
не зачтено	Задания не выполнены или выполнены в существенно неполном объеме, или допущены грубые ошибки и работа над ошибками не проведена. Вычислительный эксперимент не проведен или при его организации и подведении итогов допущены существенные ошибки. Математическая модель или вычислительный алгоритм не обоснованы.

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнен	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

				недочетами		ы все задания в полном объеме	
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-5

Кубический сплайн, его канонический вид и свойства. Задача кубической сплайн-интерполяции, виды граничных условий. Теорема о существовании, единственности и способе построения интерполяционного кубического сплайна с граничными условиями на вторую производную (формулировка).

Сходимость процесса сплайн-интерполяции. Полиномиальные сплайны, дефект сплайна. Применение локальных и аппроксимирующих сплайнов. Организация и проведение вычислений, разработка и

программная реализация алгоритмов. Разработка программных средств поддержки вычислительного эксперимента.

Нормы векторов и матриц, согласованные и подчиненные нормы. Собственные числа, их свойства и оценка. Спектральный радиус, оценка нормы матрицы. Норма обратной матрицы. Симметричные и симметричные положительно определенные матрицы, их свойства и нормы. Число обусловленности, его влияние на свойства СЛАУ. Примеры плохой обусловленности. Механизм влияния обусловленности на погрешность решения СЛАУ. Нормализация. Скорость сходимости.

Метод простой итерации. Теоремы об условиях сходимости и оценках сходимости (формулировки).

Выбор оптимального параметра, оптимальная оценка сходимости. Влияние числа обусловленности на сходимость метода. Расчет параметра метода на основе оценок собственных чисел, оптимальный выбор параметра и оценка погрешности метода.

Метод минимальных невязок. Теоремы о выборе параметра, сходимости метода и оценке погрешности на основе собственных чисел или их оценок.

Метод с чебышевским набором параметров. Выбор параметров на основе собственных чисел или их оценок. Способ применения метода. Теоремы об оптимальных свойствах, оценках погрешности и сходимости метода (формулировки). Построение метода.

Метод сопряженных градиентов. Сведение решения СЛАУ к решению задачи оптимизации.

Сопряженные направления и их свойства. Сведение  $k$ -мерной (многомерной) задачи оптимизации к решению  $k$  одномерных оптимизационных задач. Описание метода сопряженных градиентов. Основные свойства метода.

Применение методов к решению модельных задач. Организация и проведение вычислений, разработка и программная реализация алгоритмов. Разработка программных средств поддержки вычислительного эксперимента.

Интерполяционный полином, теорема о его существовании, единственности и способе записи в форме Лагранжа. Теорема о погрешности интерполяции (с доказательством). Свойства линейной интерполяции. Вычислительная и общая погрешность интерполяции. Анализ погрешностей на отрезке. Теоремы о сходимости интерполяционного процесса. Примеры применения интерполяции.

Способ построения разностных операторов, погрешность оператора, порядок, точность и порядок погрешности оператора, сходимость оператора к значению производной, вычислительная и общая погрешность дифференцирования, вычислительная неустойчивость и оптимальный шаг численного дифференцирования (только формулировки). Примеры разностных операторов и их свойства.

Вычислительный эксперимент, выявляющий вычислительную погрешность.

Квадратурные формулы интерполяционного типа, общий способ получения, порядок, точность, порядок погрешности, виды погрешности. Формулы Ньютона-Котеса, примеры. Формула Симпсона, полный анализ погрешности. Составная формула Симпсона, полный анализ погрешности. Интегрирование с заданной точностью. Оценка погрешности численного интегрирования по правилу Рунге. Метод адаптивной квадратуры. Квадратурные формулы наивысшей точности (Гаусса).

Организация адаптивных вычислений на неравномерных сетках. Контроль вычислительной погрешности

Методы обработки данных и приближения функций. Метод наименьших квадратов. Принцип наименьших квадратов. Теорема о существовании, единственности и способах построения МНК-полиномов заданной степени. Нормальная система уравнений, истинные и предсказанные значения отклика, остатки. Выбор степени МНК-полинома, критерии качества решения. Приближения на основе обобщенных полиномов.

Методы обработки данных и приближения функций. Приближения в гильбертовых пространствах.

Элемент наилучшего приближения в конечномерном подпространстве гильбертова пространства.

Теорема о существовании, единственности и способах его построения. Примеры.

Наилучшие равномерные приближения, экономизация степенных рядов. Элемент наилучшего равномерного приближения функции в классе полиномов заданной степени. Теорема о чебышевском альтернансе. Задачи о построении полиномов, наименее уклоняющихся от нуля. Экономизация степенных рядов, анализ погрешности

Вариационно-проекционные методы решения краевых задач. Численное решение краевых задач на примере линейного ОДУ 2-го порядка с неоднородными граничными условиями: метод Бубнова-Галеркина, метод конечных элементов, метод коллокации, МНК (интегрально и на системе точек), метод Рунге. Вычислительные аспекты МКЭ.

Численное решение нелинейных уравнений и систем уравнений: метод простой итерации и теорема о неподвижной точке, метод Ньютона, численное решение нелинейных краевых задач, квазилинеаризация разностных схем. Модельная задача.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Вопросы отвечены в соответствии с программой подготовки в полном объеме либо в допустимом объеме. Математическая модель и вычислительный алгоритм, а также их взаимосвязь, объяснены в полном либо в допустимом объеме. Возможны отдельные недочеты, несущественные или негрубые ошибки. Работа над ошибками проведена.
не зачтено	Вопросы в соответствии с программой подготовки не отвечены. Математическую модель или вычислительный алгоритм не обоснованы либо их взаимосвязь не раскрыта. Есть грубые ошибки, работа над ошибками не проведена. Отсутствие знаний теоретического материала, невозможность сформировать оценку в силу отказа обучающегося от ответа.

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Доклад) для оценки сформированности компетенции ПК-5

На основе решенных в семестре практических заданий (выборка из 3 – 5 задач) и результатов проекта студент готовит доклад

Основные требования к программам:

- программа должна быть написана студентом на алгоритмическом языке высокого уровня;
- код, реализующий численный метод, должен быть подготовлен студентом самостоятельно;
- программа и способ работы с ней должны быть пригодны для организации вычислительного эксперимента,

в том числе проверки корректной реализации метода, изучения свойств моделируемого объекта.

Часть заданий лабораторного практикума или проекта выполняются на программах-тренажерах.

При выполнении практических заданий для вычислений, вспомогательных по отношению к изучаемому

методу, можно использовать математический пакет.  
Параллельная реализация алгоритма - на усмотрение студента (опция).

В докладе должны быть отражены: постановка задачи, цель и задача вычислений, применяемый метод и его свойства, ход решения, итоговый и промежуточные результаты (контрольные точки); анализ погрешности и другие вопросы задания; сервис (инструмент) проведенных вычислений.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Доклад)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задания и проект выполнены верно, возможны незначительные (негрубые) ошибки, контрольные точки вычислений должны быть обозначены и пройдены без грубых ошибок, этапы обоснования математической модели и вычислительного алгоритма, а также их взаимосвязь, должны быть обозначены верно и пройдены без грубых ошибок, работа над ошибками и недочетами проведена
не зачтено	Задания или проект не выполнены или выполнены в существенно неполном объеме, контрольные точки вычислений не обозначены или допущены грубые ошибки, этапы обоснования математической модели и вычислительного алгоритма либо их взаимосвязь, не обозначены или пройдены с ошибками, работа над ошибками и недочетами не проведена

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Бахвалов Николай Сергеевич. Численные методы : [учеб. пособие для вузов]. - М. : Наука, 1987. - 598 с. : ил. - 1.60., 31 экз.
2. Бахвалов Н. С. Численные методы : учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Бином. Лаборатория знаний, 2003. - 632 с. : ил. - (Технический университет). - ISBN 5-94774-060-5 : 165.00., 45 экз.
3. Бахвалов Николай Сергеевич. Численные методы : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей вузов / МГУ им. М. В. Ломоносова. - 5-е изд. - М. : Бином. Лаборатория знаний, 2007. - 636 с. : ил. - (Классический университетский учебник : осн. в 2002 г. / ред. совет: В. А. Садовничий (пред.) [и др.]). - На тит. л.: Посвящается 250-летию МГУ им. М. В. Ломоносова. - ISBN 5-94774-620-4 : 240.00., 20 экз.
4. Самарский Александр Андреевич. Численные методы : [учеб. пособие для вузов по специальности "Прикладная математика"]. - М. : Наука, 1989. - 429, [1] с. : ил. - ISBN 5-02-013996-3 (в пер.) : 1.20., 44 экз.
5. Стронгина Н. Р. Курс «Численные методы»: Интерполяция кубическими сплайнами (Модуль 12.1) : учебно-методическое пособие / Стронгина Н. Р. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. - 35 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783273&idb=0>.

6. Стронгина Н. Р. Курс «Численные методы»: Итерационные методы решения СЛАУ для вычислительно-трудоемких задач (Модули 10 – 11) : учебно-методическое пособие / Стронгина Н. Р. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. - 79 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783272&idb=0>.
7. Стронгина Наталья Романовна. Курс «Численные методы». Интерполяция полиномами и анализ погрешности (Модуль 12.2) : учебно-методическое пособие / Н. Р. Стронгина ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2021. - 44 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=793989&idb=0>.
8. Стронгина Н. Р. Курс «Численные методы»: Операторы численного дифференцирования и анализ погрешности (Модуль 12.3) : учебно-методическое пособие / Стронгина Н. Р. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. - 34 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783275&idb=0>.
9. Стронгина Н. Р. Курс «Численные методы»: Численное интегрирование и анализ погрешности (Модуль 12.4) : учебно-методическое пособие / Стронгина Н. Р. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. - 55 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783276&idb=0>.
10. Стронгина Н. Р. Курс «Численные методы»: Методы приближения функций и обработки экспериментальных данных, основанные на решении задач оптимизации (Модуль 14.2) : учебно-методическое пособие / Стронгина Н. Р. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. - 59 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783277&idb=0>.
11. Стронгина Н. Р. Курс «Численные методы»: Методы решения краевых задач, основанные на решении задач оптимизации: примеры вариационно- проекционных методов (Модуль 14.1) : учебно-методическое пособие / Стронгина Н. Р. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. - 35 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783280&idb=0>.
12. Уильямс Э. Параллельное программирование на C++ в действии. Практика разработки многопоточных программ : монография / Уильямс Э. - Москва : ДМК-пресс, 2023. - 674 с. - ISBN 978-5-89818-319-6., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=878880&idb=0>.

13. Рацеев С. М. Программирование на языке Си : учебное пособие для вузов / Рацеев С. М. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 332 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции Лань - Информатика. - ISBN 978-5-507-47236-9., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=876885&idb=0>.
14. Огнева М. В. Программирование на языке C++: практический курс : учебное пособие / М. В. Огнева, Е. В. Кудрина. - Москва : Юрайт, 2023. - 335 с. - (Профессиональное образование). - ISBN 978-5-534-05780-5. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=871989&idb=0>.
15. Земляная Е. В. Введение в параллельное программирование на основе технологий MPI и OpenMP : учебное пособие / Земляная Е. В., Башашин М. В. - Дубна : Государственный университет «Дубна», 2023. - 101 с. - Книга из коллекции Государственный университет «Дубна» - Информатика. - ISBN 978-5-89847-696-0., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=887262&idb=0>.
16. Воронцова И. О. Программирование на языке высокого уровня C/C++ : учебное пособие / Воронцова И. О., Груздева Л. А., Губанова Т. В. - Санкт-Петербург : СПбГУТ им. М.А. Бонч-Бруевича, 2010. - 111 с. - Книга из коллекции СПбГУТ им. М.А. Бонч-Бруевича - Информатика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=888171&idb=0>.

#### Дополнительная литература:

1. Хортон Айвор. Visual C++ 2010 : полный курс. - М. ; СПб. ; Киев : Диалектика, 2011. - 1216 с. : ил. - (Программистам от программистов). - ISBN 978-5-8459-1698-3 (рус.) : 500.00., 1 экз.
2. Страуструп Бьерн. Язык программирования C++ = The C++ Programming Language : спец. изд. / пер. с англ. под ред. Н. Н. Мартынова. - М. : Бином, 2015. - 1136 с. : ил. - На обл. кн.: Бьерн Страуструп создатель C++. - ISBN 978-5-7989-0425-9 (рус.) : 1089.00., 1 экз.
3. Демидович Борис Павлович. Основы вычислительной математики : [для втузов]. - Изд. 4-е, испр. - М. : Наука, 1970. - 664 с. : черт. - 0.77., 24 экз.
4. Фаддеев Д. К. Вычислительные методы линейной алгебры / Фаддеев Д. К., Фаддеева В. Н. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 736 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-0317-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=799651&idb=0>.
5. Икрамов Х. Д. Задачник по линейной алгебре / Икрамов Х. Д., Воеводина В. В. - 2-е изд. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 320 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 5-8114-0670-3., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=799567&idb=0>.

#### Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Операционная система Windows (лицензия), Программное обеспечение: MS Visual Studio .NET 2015 – лицензия по подписке Microsoft Imagine; Microsoft Office (лицензия): текстовый редактор Word, табличный редактор EXCEL

1. Научная электронная библиотека: режим доступа <http://elibrary.ru/>
2. Электронный каталог библиотеки ННГУ <https://e-lib.unn.ru/>
3. Каталог курсов НОУ ИНТУИТ <https://intuit.ru/>
4. EqWorld. Мир математических уравнений / Разработчик – А. Д. Полянин. – М.: ИПМ РАН, 2004 – 2014. Электронный ресурс, содержащий электронные версии книг в свободном доступе. <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>

5. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Весна-1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. ЭУК, учебно-методический комплекс. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ. – Н. Новгород, 2021. Ид. н. 815EM.06.2021. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815> – Вход требует авторизации.
6. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. ЭУК, учебно-методический комплекс. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ. – Н. Новгород, 2021. Ид. н. 2135EM.06.2021. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135> – Вход требует авторизации.

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: Учебная аудитория для проведения занятий, оснащенная партами, стульями, обязательно темной учебной доской. Оборудование для показа презентаций (персональный компьютер, проектор, экран) на занятиях семинарского типа. Компьютерный класс с лицензионным программным обеспечением (среды разработки) для выполнения лабораторных практикумов. Учебная и научная литература, представленная в библиотечном фонде ННГУ, в электронных библиотеках и на кафедре ДУМЧА ИИТММ.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Стронгина Наталья Романовна, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 17.12.2025, протокол № протокол №6.