

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Дискретная математика

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

09.03.03 - Прикладная информатика

Направленность образовательной программы

Прикладная информатика в области принятия решений

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.09 Дискретная математика относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p>УК-1.1: Демонстрирует знание принципов сбора, отбора и обобщения информации, базирующихся на системном подходе.</p> <p>УК-1.2: Демонстрирует умение соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.</p> <p>УК-1.3: Демонстрирует наличие практического опыта работы с информационными источниками, опыта научного поиска и представления научных результатов.</p>	<p>УК-1.1: Знать основные понятия дискретной математики – множества, бинарные отношения, элементы комбинаторики, элементы алгебры высказываний</p> <p>УК-1.2: Уметь применять теоретические знания для решения систем уравнений в алгебре множеств, построения совершенных нормальных форм</p> <p>УК-1.3: Владеть техникой доказательства математических утверждений таких, как теорема Кантора об эквивалентности множеств, теорема Поста о функциональной полноте</p>	Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы Практическая задача
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и	<p>ОПК-1.1: Демонстрирует знание основ высшей математики, физики, вычислительной техники и программирования.</p> <p>ОПК-1.2: Демонстрирует умение решать профессиональные задачи с применением</p>	<p>ОПК-1.1: Знать основные понятия теории множеств, бинарных отношений, комбинаторного анализа и алгебры высказываний</p> <p>ОПК-1.2: Уметь решать задачи</p>	Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы Практическая задача

экспериментально о исследования в профессиональной деятельности;	естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования. ОПК-1.3: Демонстрирует наличие практического опыта теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	дискретной математики ОПК-1.3: Владеть методами дискретной математики применительно к исследованию абстрактных объектов		
---	--	---	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	3
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	2
самостоятельная работа	22
Промежуточная аттестация	36 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора торные работы), часы	Всего	
о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	
Множества	24	10	6	16	8
БИНАРНЫЕ ОТНОШЕНИЯ	12	6	2	8	4
ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ	5	2	1	3	2
АЛГЕБРА ЛОГИКИ	29	14	7	21	8
Аттестация	36				

КСР	2			2	
Итого	108	32	16	50	22

Содержание разделов и тем дисциплины

Конечные и бесконечные множества. Способы задания множеств. Подмножества. Множество всех подмножеств данного множества. О числе k -элементных подмножеств n -элементного множества. Определение мощности множества всех подмножеств конечного множества (с использованием формулы биннома Ньютона). Универсальное множество. Понятие алгебры. Алгебра множеств. Понятия алгебраических и кардинальных операций. Алгебраические операции над множествами. Законы алгебры множеств. Двойственность в алгебре множеств. Уравнения и системы уравнений в алгебре множеств. Основные леммы, используемые при решении уравнений в алгебре множеств. Мощность множества. Понятие счетного множества и континуума. Канторовская диагональная процедура. Примеры счетных множеств. Доказательство счетности множества алгебраических чисел. Свойства счетных множеств. Необходимые и достаточные условия бесконечности множества. Примеры континуальных множеств. Теорема Кантора-Бернштейна. Доказательство существования иррациональных и трансцендентных чисел. Кардинальные операции над множествами. Прямое произведение множеств. Проекция множеств. Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений. Представления бинарных отношений в виде матриц, орграфов, верхнего и нижнего сечений. Операции над бинарными отношениями. Выражение свойств бинарных отношений через задающие их множества. Отношения порядка. Упорядоченные множества. Отношение эквивалентности. Классы эквивалентности. Системы различных представителей. Лексикографическое отношение порядка. Мажоранта и миноранта множеств. Максимум и минимум множеств. Точные грани множеств. Понятие графика. Функциональные, инъективные графики. Инверсия графика. Соответствия. Функциональные, инъективные, сюръективные и биективные соответствия. Общее понятие функции. Биективная функция. Элементы комбинаторного анализа. (n,k) -выборки. Выборки упорядоченные, неупорядоченные, с повторениями, без повторений. Высказывания. Операции над высказываниями. Алгебра логики. Формулы и функции алгебры логики. О числе функций алгебры логики от n переменных. Равносильные формулы. Законы алгебры логики. ДНФ и КНФ. Разложение функций алгебры логики по k переменным. СДНФ и СКНФ. Логические следствия. Проблема разрешимости в алгебре логики. Тавтологии и противоречия. Основные схемы доказательств: если x то y , доказательство от противного, доказательство построением цепочки импликаций, доказательство разбором случаев. Суперпозиция функций алгебры логики. Полные системы функций. Понятие базиса. Алгебра Жегалкина. Полином Жегалкина. Теорема Жегалкина. Замкнутые классы функций. Линейные функции. Монотонные функции. Теорема о монотонных функциях. Двойственность в алгебре высказываний. Самодвойственные функции. Функции сохраняющие константы 0, 1. Теорема Поста о функциональной полноте.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

- электронный курс "Дискретная математика" (<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=3368>).
Иные учебно-методические материалы: 1. Редькин Н. П. - Дискретная математика: учеб. для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки 010100 "Математика", 010200

"Математика. Приклад. математика", 011000 "Механика. Приклад. математика". - М.: Физматлит, 2009. - 264 с. (17 экз.)

2. Яблонский С. В. - Введение в дискретную математику: [учеб. пособие для вузов по специальности "Прикладная математика"]. - М.: Наука, 1979. - 272 с. (124 экз.)

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции УК-1:

Решить систему уравнений. Найти необходимые и достаточные условия, при которых система имеет решение. Оценить число решений системы уравнений.

$$\begin{cases} A \cup B \cup X = A, \\ ABX = C. \end{cases}$$

Построить графы бинарных отношений, составить анкеты бинарных отношений (8 свойств).

$$xRy \Leftrightarrow |x - y|(x - 3)(y - 8) \geq 0;$$

а) $A = \{0,1,2,9,10\};$

б) $A = \{3,4,5,6,7\}.$

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Построить аналитически СДНФ и СКНФ
 $f(x,y,z) = (xy \rightarrow 0) \rightarrow (x \oplus z)$

Построить аналитически полином Жегалкина
 $f(x,y,z) = (\bar{x}y) \rightarrow (x \oplus z)$

Проверить на полноту с выводом, если это возможно, констант, отрицания и конъюнкции
 $xy \vee xz \vee yz, xy \rightarrow \bar{z}, (xy \vee xz)(y \rightarrow z)$

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все задачи решены полностью и превосходно оформлены

Оценка	Критерии оценивания
отлично	Все задачи решены полностью, есть замечания по оформлению
очень хорошо	Все задачи решены полностью, с небольшими замечаниями
хорошо	В некоторых задачах решение с ошибками, общий ход решения верный
удовлетворительно	Задачи решены с ошибками, есть верные рассуждения
неудовлетворительно	Ни одна задача не решена верно
плохо	Не предпринято попыток решить задачи

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

						задания в полном объеме	
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Множества. Конечные и бесконечные множества. Способы задания множеств.

2. Подмножества. Множество всех подмножеств данного множества.

3. О числе k -элементных подмножеств n -элементного множества.

4. Определение мощности множества всех подмножеств конечного множества (с использованием формулы бинома Ньютона).
5. Универсальное множество. Понятие алгебры. Алгебра множеств.
6. Понятия алгебраических и кардинальных операций. Алгебраические операции над множествами.
7. Законы алгебры множеств. Двойственность в алгебре множеств.
8. Уравнения и системы уравнений в алгебре множеств. Основные леммы, используемые при решении уравнений в алгебре множеств.
9. Мощность множества. Понятие счетного множества и континуума.
10. Канторовская диагональная процедура. Примеры счетных множеств.
11. Доказательство счетности множества алгебраических чисел.
12. Свойства счетных множеств. Необходимые и достаточные условия бесконечности множества.
13. Примеры континуальных множеств. Теорема Кантора-Бернштейна.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Доказательство существования иррациональных и трансцендентных чисел.
2. Кардинальные операции над множествами. Прямое произведение множеств. Проекция множеств.
3. Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений.
4. Представления бинарных отношений в виде матриц, орграфов, верхнего и нижнего сечений.
5. Операции над бинарными отношениями. Выражение свойств бинарных отношений через задающие их множества.
6. Отношения порядка. Упорядоченные множества.
7. Отношение эквивалентности. Классы эквивалентности.
8. Лексикографическое отношение порядка.
9. Мажоранта и миноранта множеств. Максимум и минимум множеств. Точные грани множеств.
10. Понятие графика. Функциональные, инъективные графики. Инверсия графика.
11. Соответствия. Функциональные, инъективные, сюръективные и биективные соответствия.
12. Общее понятие функции. Биективная функция.
13. Высказывания. Операции над высказываниями. Формулы и функции алгебры логики.
14. О числе функций алгебры логики от n переменных.
15. Равносильные формулы. Законы алгебры логики.
16. ДНФ и КНФ.
17. Разложение функций алгебры логики по k переменным.
18. СДНФ и СКНФ.
19. Логические следствия. Проблема разрешимости в алгебре логики.
20. Тавтологии и противоречия.
21. Основные схемы доказательств: если x то y , доказательство от противного, доказательство построением цепочки импликаций, доказательство разбором случаев.
22. Суперпозиция функций алгебры логики.
23. Полные системы функций. Понятие базиса.
24. Алгебра Жегалкина. Полином Жегалкина. Теорема Жегалкина.
25. Замкнутые классы функций.

26. Линейные функции.
27. Монотонные функции. Теорема о монотонных функциях.
28. Двойственность в алгебре высказываний. Самодвойственные функции.
29. Функции сохраняющие константы 0, 1.
30. Лемма о получении константы.
31. Лемма о получении отрицания.
32. Лемма о получении конъюнкции.
33. Теорема Поста о функциональной полноте.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Практическая задача) для оценки сформированности компетенции УК-1

Решить систему уравнений. Найти необходимые и достаточные условия, при которых система имеет решение. Оценить число решений системы уравнений.

$$\begin{cases} A \cup X = B X, \\ A X = C \cup X. \end{cases}$$

Построить графы бинарных отношений, составить анкеты бинарных отношений (8 свойств).

$$xRy \Leftrightarrow -2 \leq \frac{x}{y} \leq 2;$$

а) $A = \{-31, -7, 1, 3, 15\};$

б) $A = \{-8, -6, -3, 2, 5\}.$

5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Практическая задача) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Построить аналитически СДНФ и СКНФ
 $f(x,y,z) = (xz \rightarrow y) \rightarrow (x \oplus z)$

Построить аналитически полином Жегалкина
 $f(x,y,z) = (xy \rightarrow 0) \rightarrow (x \oplus z)$

Проверить на полноту с выводом, если это возможно, констант, отрицания и конъюнкции
 $xy \approx xz, xy \rightarrow \bar{z}, x \approx \bar{y}$

Критерии оценивания (оценочное средство - Практическая задача)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Задача решена полностью и превосходно оформлена
отлично	Задача решена полностью, есть замечания по оформлению
очень хорошо	Задача решена полностью, с небольшими замечаниями
хорошо	В решении задачи есть ошибки, общий ход решения верный
удовлетворительно	Задача решена с ошибками, есть верные рассуждения
неудовлетворительно	задача решена неверно
плохо	Не предпринято попыток решить задачу

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Редькин Н. П. Дискретная математика : курс лекций для студентов-механиков. - 2-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2006. - 96 с. - ISBN 5-8114-0522-7 : 35.01., 7 экз.

Дополнительная литература:

1. Яблонский Сергей Всеволодович. Введение в дискретную математику : [учеб. пособие для вузов по специальности "Прикладная математика"]. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1986. - 384 с. : ил. - 0.95., 100 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=3368>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 09.03.03 - Прикладная информатика.

Автор(ы): Прилуцкий Михаил Хаимович, доктор технических наук, профессор.

Заведующий кафедрой: Прилуцкий Михаил Хаимович, доктор технических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.