

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол № 10 от 27.08.2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Вероятностные модели

---

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
01.03.02 - Прикладная математика и информатика

---

Направленность образовательной программы  
Математическое моделирование и искусственный интеллект

---

Форма обучения  
очная

---

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.19 Вероятностные модели относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<p>ОПК-1.1: Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук</p> <p>ОПК-1.2: Умеет использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности, осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний</p> <p>ОПК-1.3: Имеет практический опыт применения фундаментальных знаний, полученных в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1:</p> <p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- базовое задание и классификацию реальных экспериментов;</li> <li>- основные принципы отличия детерминированных, полудетерминированных и случайных экспериментов;</li> <li>- основные понятия и предмет теории вероятностных моделей.</li> </ul> <p>Понимать прикладные и математические особенности статистически устойчивых экспериментов.</p> <p>ОПК-1.2:</p> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- анализировать и использовать основы знаний вероятностного моделирования для формирования мировоззренческой позиции на случайные эксперименты;</li> <li>- применять методы построения теоретико-множественных моделей стандартных и реальных статистически устойчивых экспериментов;</li> <li>- решать парадоксы при построении теоретико-множественных моделей статистически устойчивых</li> </ul>	<p>Задания</p> <p>Задачи</p> <p>Собеседование</p> <p>Тест</p> <p>Контрольная работа</p>	<p>Зачёт:</p> <p>Задания</p> <p>Задачи</p>

		<p>экспериментов.</p> <p><b>ОПК-1.3:</b>  <b>Владеть:</b>  - различными приемами и практикой построения теоретико-множественных моделей стандартных и реальных статистически устойчивых экспериментов;  - основными приемами доказательств свойств теоретико-множественных моделей стандартных и реальных статистически устойчивых экспериментов.</p>		
<p><b>ОПК-3:</b> Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности</p>	<p><b>ОПК-3.1:</b> Знает математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности и методы их модификации</p> <p><b>ОПК-3.2:</b> Умеет использовать, анализировать и модифицировать математические модели в современном естествознании и технике</p> <p><b>ОПК-3.3:</b> Имеет практический опыт применения математических моделей для решения задач в области профессиональной деятельности</p>	<p><b>ОПК-3.1:</b>  <b>Знать:</b>  - на интуитивном и формальном уровне следующих понятий: эксперимент, множество условий проведения эксперимента, множество результатов эксперимента, множество элементарных исходов, множество наблюдаемых исходов, регулярность случайных экспериментов;  - типы вероятностных моделей статистически устойчивых априорных и условных экспериментов.</p> <p><b>ОПК-3.2:</b>  <b>Уметь:</b>  - самостоятельно с помощью информационных технологий приобретать и использовать новые знания в практической деятельности к разработке имитационных моделей случайных экспериментов;  -проводить классификацию случайных событий и операций над ними;  - определять вероятности случайных событий на интуитивном уровне;  - понимать отношение между априорным и условным</p>	<p><b>Задания</b>  <b>Задачи</b>  <b>Собеседование</b>  <b>Контрольная работа</b>  <b>Тест</b></p>	<p><b>Зачёт:</b>  <b>Задания</b>  <b>Задачи</b></p>

		<p>экспериментами;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- отличать свойства условных и безусловных вероятностей;</li> <li>- самостоятельно с помощью информационных технологий приобретать и использовать новые знания в практической деятельности к разработке имитационных моделей случайных экспериментов.</li> </ul> <p>ОПК-3.3: Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методами вычисления вероятности случайных событий для классических экспериментов;</li> <li>- техникой определения вероятности случайных событий для статистически устойчивых экспериментов произвольной природы;</li> <li>- практикой построения вероятностных моделей статистически устойчивых условных экспериментов.</li> </ul>		
--	--	---	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>2</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>72</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>16</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>16</b>
- КСР	<b>1</b>
самостоятельная работа	<b>39</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>0</b>
	<b>Зачёт</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего	в том числе
--	-------	-------------

	(часы)	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
Тема 1. Методы построения теоретико-множественной модели случайных экспериментов.	18	4	4	8	10
Тема 2. Вероятностные модели классических случайных экспериментов.	18	4	4	8	10
Тема 3. Вероятностные модели произвольных случайных экспериментов.	18	4	4	8	10
Тема 4. Вероятностные модели условных случайных экспериментов.	17	4	4	8	9
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	72	16	16	33	39

### Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Основные понятия при построении теоретико-множественной модели случайных экспериментов. Задание реальных экспериментов. Статические и эволюционные эксперименты. Классификация реальных экспериментов. Предмет теории вероятностей с точки зрения построения вероятностных моделей статистически устойчивых экспериментов. Свойство регулярности случайных экспериментов, их допустимые и элементарные исходы. Случайные события, их классификация и операции над ними. Основные законы теоретико-множественных операций над событиями. Теоретико-множественная модель статистически устойчивых экспериментов и сигма-алгебра наблюдаемых событий. Примеры и интерпретация простейших сигма-алгебр наблюдаемых событий случайного эксперимента.

Тема 2. Понятие вероятности на интуитивном уровне. Отношение правдоподобия между случайными событиями и субъективное измерение шанса появления случайного события. Классическое определение вероятности и различные способы построения вероятностных моделей для опытов с конечным множеством равновозможных элементарных исходов. Геометрические вероятности и построение вероятностных моделей для случайных экспериментов с не-счётным множеством равновозможных элементарных исходов.

Тема 3. Свойства относительной частоты появления события и эмпирический подход к приближенному вычислению вероятности исходов случайных экспериментов. Аксиоматическое определение вероятностной функции, и её простейшие свойства. Подход Колмогорова к построению общей вероятностной модели статистически устойчивых экспериментов. Обоснование парадоксов при построении вероятностных моделей классических экспериментов с помощью подхода Колмогорова.

Тема 4. Понятие об условном эксперименте. Определение условной вероятности и его обоснование. Построение унифицированной и локализованной вероятностных моделей условных экспериментов. Теорема умножения и математическое описание независимости случайных событий. Формула полной вероятности и теорема Байеса. Вероятностная модель схемы независимых испытаний Бернулли. Приближенные формулы для биномиальных вероятностей.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:  
Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Вероятностные модели ДО, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=248>.

Иные учебно-методические материалы:

Сборник задач по теории вероятностей в 4 частях / Сост. В.И. Мухин, В.М. Сморгалова - Н.Новгород: ННГУ, 20000

## **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

### **5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

#### **5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:**

1. Производится три выстрела по мишени. Пусть  $A_1$  — попадание в мишень при первом выстреле,  $A_2$  — при втором выстреле,  $A_3$  — при третьем выстреле,  $A$  — ровно одно попадание. Выразить событие  $A$  через события  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$  (**тема 1**).

2. Два судна должны подойти к одному и тому же причалу. Их появления суть независимые случайные события, равновозможные в течение суток. Найти вероятность того, что одному из судов придется ждать освобождения причала, если время стоянки первого судна равно одному часу, а второго равно двум часам (**тема 2**).

3. В крупный маркет с 13 до 15 часов, равновозможно в любой момент времени из этого интервала, должны подойти два фургона с продуктами. В зависимости от ситуации первый из них может занимать место разгрузки либо 30 минут с вероятностью 0.4, либо 45 минут с вероятностью 0.6. Построить вероятностную модель ( $\Omega$ ,  $\mathcal{F}$ ,  $P(\cdot)$ ) этого опыта и определить вероятность того, что второму фургону придется ожидать освобождения места разгрузки, но не более 15 минут (**тема 3**).

#### **5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-3:**

1. Сформулировать основной закон комбинаторики (правило умножения). Дать определения и доказать основные формулы для сочетаний, размещений, перестановок, сочетаний с повторениями, размещений с повторениями (**тема 2**).

2. Имеется 5 каналов связи первого типа, 2 канала связи второго типа и 3 канала связи третьего типа. Вероятность правильной передачи по каждому каналу первого типа равна 0.8, второго типа – 0.7, и третьего типа – 0.9. Наудачу выбран канал и по нему передано 4 сообщения. Найти вероятность того, что правильно передано ровно 2 сообщения (**тема 4**).

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Выполнена основная часть задания, возможно с незначительными недочетами
не зачтено	Выполнено менее половины задания, есть существенные недочеты

#### 5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Пусть достоверное событие  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$  и  $P(\omega_1) = P(\omega_2) = 3/8$ ,  $P(\omega_3) = P(\omega_4) = 1/8$ ,  $A = \{\omega_1, \omega_3\}$ ,  $B = \{\omega_2, \omega_3\}$ ,  $C = \{\omega_2, \omega_3\}$ . Показать, что события  $A$ ,  $B$ ,  $C$  не являются независимыми в совокупности.

2. Слово «вероятность» разрезали на отдельные буквы. Карточки с буквами перемешали и наудачу выложили в ряд. Построить вероятностную модель  $(\Omega, \mathcal{F}, P(\cdot))$  этого опыта и найти вероятность появления слова «вероятность» (тема 3).

#### 5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-3:

1. События  $A_1, A_2, \dots, A_n$  независимы в совокупности и вероятность  $P(A_k) = p_k$ . Найти вероятности следующих событий:

- 1) не произойдет ни одного из событий  $A_1, A_2, \dots, A_n$ ;
- 2) произойдет хотя бы одно из событий  $A_1, A_2, \dots, A_n$ ;
- 3) произойдет одно и только одно из событий  $A_1, A_2, \dots, A_n$ .

2. Две различные игральные кости брошены один раз. Пусть событие  $A$  состоит в том, что на второй кости выпадает цифра или 1, или 2, или 5. Далее, событие  $B$  означает, что на второй кости появится цифра или 4, или 5, или 6. Наконец, событие  $C$  означает выпадение суммы очков на игральных костях, равной 9. Доказать, что в этом эксперименте независимость тройки событий  $A$ ,  $B$  и  $C$  не влечет их попарную независимость.

3. Используя таблицы, найти вероятность того, что в обществе из 1095 человек ровно 10 человек родились в первый день нового года.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Выполнены все или большая часть этапов решения задачи или задача решена с незначительными недочетами. Результаты работы представлены преподавателю в срок.
не зачтено	Выполнены не все практические задания или выполнены не в полном объеме (представлено не полное описание этапов выполнения заданий, получен неверный ответ, результаты

Оценка	Критерии оценивания
	работы не представлены преподавателю).

### 5.1.5 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Задание 1. Доказать основные законы, которым удовлетворяют теоретико-множественные операции над случайными событиями.

Задание 2. Привести примеры построения простейших  $\sigma$ -алгебр.

Задание 3. Опыт состоит в бросании трёх монет. Пусть монеты занумерованы и события  $C_1$ ,  $C_2$  и  $C_3$  означают выпадение герба на первой, второй и третьей монетах соответственно. Пусть событие  $A$  означает выпадение одного герба и двух цифр, а событие  $B$  есть выпадение не более одного герба. Выразить через  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  события  $A$  и  $B$ .

### 5.1.6 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-3:

Задание 1. Пусть эксперимент  $E$  заключается в непреднамеренном подбрасывании с помощью некоторого механизма на поверхность стола двух монет. На одной стороне каждой монеты изображен герб, а на другой — решетка. Предположим, что невозможно зафиксировать сторону второй монеты, если на первой монете выпадает герб. Построить теоретико-множественную модель для этого эксперимента.

Задание 2. Подбрасывается монета до первого выпадения герба с помощью некоторого механизма, обеспечивающего произвольное вращение монеты в воздухе и ее непреднамеренное падение на поверхность стола. Назвать для этого эксперимента достоверное событие, некоторое элементарное событие и невозможное событие. Показать, что появление решетки не более трех раз является случайным событием.

Задание 3. В Нижнем Новгороде имеется три транспортных моста через реку Ока. Рассматривается ежедневная возможность переезда наземного транспорта через реку. Обозначим через  $A_1$  событие, которое заключается в исправности первого моста. Пусть событие  $A_2$  состоит в исправности второго моста и, наконец, событие  $A_3$  — в исправности третьего моста. Представить событие  $A$  через события  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$ , где событие  $A$  означает отсутствие возможности переезда через реку.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Студент дал развернутый ответ на все вопросы без существенных ошибок.
не зачтено	При ответе студент допускает грубые ошибки в основном материале.

## 5.1.7 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Тип — проверка ответов.

Из игральной колоды, в которой  $r$  карт, а валет, дама и король являются фигурами, вынимаются наудачу две карты. Вычислить вероятность  $P(A(r))$  того, что вынуты две фигуры при: 1)  $r = 36$ ; 2)  $r = 37$ ; 3)  $r = 52$ .

Ответ для задачи 1): вероятность  $P(A(36)) = 11/105$ ;

ответ для задачи 2): вероятность  $P(A(37)) = 11/111$ ;

ответ для задачи 3): вероятность  $P(A(52)) = 11/221$ .

2. Тип — проверка ответов.

Бросают один раз три игральные разноцветные кости. Пусть события  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$  означают выпадение три различных числа очков на гранях костей, суммы очков 11 и суммы очков 12 соответственно. Вычислить вероятности: 1)  $P(A_1)$ ; 2)  $P(A_2)$ ; 3)  $P(A_3)$ .

Ответ для задачи 1): вероятность  $P(A_1) = 5/9$ ;

ответ для задачи 2): вероятность  $P(A_2) = 1/8$ ;

ответ для задачи 3): вероятность  $P(A_3) = 25/216$ .

3. Тип — проверка ответов.

В некоторой точке  $K$  электрического провода  $MN$  длиной  $L$  произошёл разрыв. Вычислить вероятность  $P(A(L, l))$  того, что точка  $K$  удалена от точки  $M$  на расстояние не менее  $l$  при 1)  $L = 10$ ,  $l = 5$ ; 2) при  $L = 20$ ,  $l = 9$ ; 3) при  $L = 15$ ,  $l = 8$ .

Ответ для задачи 1):  $P(A(10, 5)) = 1/2$ ;

ответ для задачи 2):  $P(A(20, 10)) = 11/20$ ;

ответ для задачи 3):  $P(A(15, 8)) = 7/15$ .

4. Тип — проверка ответов.

Два парохода прибывают к одному причалу, причём время прихода каждого из пароходов равнозначимо в течение суток. Вычислить вероятность  $P(A(r, q))$  того, что ни одному из пароходов не придётся ожидать освобождения причала, если время стоянки первого парохода составляет  $r$  часов, а второго —  $q$ , где 1)  $r = 1$ ,  $q = 2$ ; 2)  $r = 2$ ,  $q = 3$ ; 3)  $r = 3$ ,  $q = 4$ .

Ответ для задачи 1):  $P(A(1, 2)) \approx 0,879$ ;

ответ для задачи 2):  $P(A(2, 3)) \approx 0,802$ ;

ответ для задачи 3):  $P(A(3, 4)) \approx 0,730$ .

## 5.1.8 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ОПК-3:

5. Тип — проверка ответов.

Стержень длины  $l$  разломали в двух наудачу выбранных точках на три части. Вычислить вероятность  $P(A(l))$  того, что из полученных частей можно составить треугольник, где 1)  $l = 1$ ; 2)  $l = 2$ ; 3)  $l = 3$ .

Ответ для задачи 1):  $P(A(1)) = 0,25$ ;

ответ для задачи 2):  $P(A(2)) = 0,25$ ;

ответ для задачи 3):  $P(A(3)) = 0,25$ .

6. Тип — проверка ответов.

Радиосигналы по одному от каждой из двух станций поступают на видео экран в любой промежуток времени длительностью  $L$ . На экране появляется отметка, если разность между моментами поступления будет меньше  $l$ . Вычислить вероятность  $P(A(L, l))$  появления отметки, где 1)  $L = 11$ ,  $l = 1$ ; 2)  $L = 22$ ,  $l = 2$ ; 3)  $L = 13$ ,  $l = 3$ .

Ответ для задачи 1):  $P(A(11, 1)) = 21/121$ ;

ответ для задачи 2):  $P(A(22, 2)) = 21/121$ ;

ответ для задачи 3):  $P(A(13, 3)) = 69/169$ .

6. Тип — проверка ответов.

Радиосигналы по одному от каждой из двух станций поступают на видео экран в любой промежуток времени длительностью  $L$ . На экране появляется отметка, если разность между моментами поступления будет меньше  $l$ . Вычислить вероятность  $P(A(L, l))$  появления отметки, где 1)  $L = 11, l = 1$ ; 2)  $L = 22, l = 2$ ; 3)  $L = 13, l = 3$ .

Ответ для задачи 1):  $P(A(11, 1)) = 21/121$ ;

ответ для задачи 2):  $P(A(22, 2)) = 21/121$ ;

ответ для задачи 3):  $P(A(13, 3)) = 69/169$ .

7. Тип — проверка ответов.

На окружности радиуса  $r$  наугад выбрано две точки. Вычислить вероятность  $P(A(r))$  того, что расстояние между ними превысит величины  $\sqrt{3}r$ , где 1)  $r = 1$ ; 2)  $r = 2$ ; 3)  $r = 3$ .

Ответ для задачи 1):  $P(A(1)) = 1/3$ ;

ответ для задачи 2):  $P(A(2)) = 1/3$ ;

ответ для задачи 3):  $P(A(3)) = 1/3$ .

## Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	как минимум 80% правильных ответов в тесте
не зачтено	менее 80% правильных ответов в тесте

### 5.1.9 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Задание 1. Два судна должны подойти к одному и тому же причалу. Их появления суть независимые случайные события, равновозможные в течение суток. Найти вероятность того, что одному из судов придется ждать освобождения причала, если время стоянки первого судна равно одному часу, а второго равно двум часам.

Задание 2. По крейсеру выпустили независимо три торпеды, и он затонул. Вероятность попадания каждой из них равна 0,2. При попадании одной торпеды вероятность гибели крейсера равна 0,1; при двух — 0,3, а при трех — 0,7. Определить наиболее вероятное число попаданий.

Задание 3. События  $A_1, A_2, \dots, A_n$  независимы в совокупности и вероятность  $P(A_k) = p_k$ . Найти вероятности следующих событий: 1) не произойдет ни одного из событий  $A_1, A_2, \dots, A_n$ ; 2) произойдет хотя бы одно из событий  $A_1, A_2, \dots, A_n$ ; 3) произойдет одно и только одно из событий  $A_1, A_2, \dots, A_n$ .

### 5.1.10 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-3:

Задание 1. В урне находятся черные и белые шарики. Если из урны последовательно и без возвращения наудачу извлекается два шарика, то вероятность того, что они оба будут белыми, оказывается равна 1/2. Каково минимально возможное число шариков в урне?

Задание 2. Двое по очереди бросают игральную кость. Выигрывает тот, у кого первым выпадет цифра 6. Какова вероятность того, что игра закончится до пятого бросания?

Задание 3. В урне находится 4 белых и 6 черных шаров. Вынимают последовательно (без возврата) три шара. Какова вероятность того, что третий шар будет белым?

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Студент получил верный ответ во всех заданиях. При этом студент продемонстрировал знание дополнительного материала.
отлично	Студент получил верный ответ во всех заданиях.
очень хорошо	Студент получил верный ответ в большинстве заданий.
хорошо	Студент решил большую часть задач с незначительными недочетами.
удовлетворительно	Студент решил большую часть задач с существенными недочетами.
неудовлетворительно	Студент допускает грубые ошибки в решении стандартных задач.
плохо	Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач.

### 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

#### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки и. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие	При решении стандартных задач не продемонстрированы	Продемонстрированы основные умения. Решены	Продемонстрированы все основные умения.	Продемонстрированы все основные умения.	Продемонстрированы все основные умения.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все

	умений вследствие отказа обучающегося от ответа	основные умения. Имели место грубые ошибки	типичные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

**5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:**

### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

#### Задание 1.

Имеется три одинаковых шара, и они произвольно распределяются по трём одинаковым ящикам. Чем объяснить потребность в задании множества  $S$  условий проведения этого эксперимента и множества  $A$  всех его исходов (размещений шаров по ящикам)?

- 1) Так как множество  $S$  этого эксперимента является неопределяемым основным интуитивным понятием в теории вероятностных моделей.
- 2) Так как задание множества  $A$  всех исходов этого эксперимента позволяет провести этот эксперимент.
- 3) Так как задание множеств  $S$  и  $A$  позволяет провести этот эксперимент любое конечное число раз и построить в дальнейшем его теоретико-множественную модель.

#### Задание 2.

Какие из приведенных примеров будут случайными и статистически устойчивыми экспериментами?

- 1) В чайнике нагревается один литр воды при естественных условиях до ста градусов по шкале Цельсия и наблюдается состояние воды.
- 2) Имеется три разных шара, и они произвольно распределяются по трём разным урнам. Наблюдается размещение шаров в урнах.
- 3) Наблюдаются высоты при свободном падении с некоторой башни тел, одинаковых по форме, размеру и различных по массе.
- 4) Непреднамеренно выбирается группа людей из пятидесяти человек, которые проживают в России. При этом интересуются только числом курящих людей.

#### Задание 3.

Эксперимент  $E$  заключается в непреднамеренном подбрасывании с помощью некоторого механизма на поверхность стола двух различных монет. Определите утверждение, которое не является аксиомой выбора элементарных исходов для этого эксперимента.

- 1) При проведении эксперимента обязательно наступает один из элементарных исходов.
- 2) Ни один элементарный исход не выражается через остальные.
- 3) Если происходит некоторый элементарный исход, то все остальные элементарные исходы наступать в этом испытании не могут.
- 4) По наблюдаемому элементарному исходу можно определить наступление или ненаступление любого допустимого исхода  $A$ .

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-3

#### Задание 1.

Опыт E заключается в непреднамеренном подбрасывании на поверхность стола двух неразличимых монет. Определите утверждения, которые являются аксиомами выбора элементарных исходов для этого опыта.

- 1) При проведении эксперимента всегда наступает один из элементарных исходов.
- 2) Каждый элементарный исход имеет единственное описание.
- 3) Если происходит некоторый элементарный исход, то все остальные элементарные исходы наступать в этом испытании не могут.
- 4) По наблюдаемому элементарному исходу можно определить наступление или ненаступление любого допустимого исхода A.

Задание 2.

Непреднамеренно подбрасывается симметричная монета до первого выпадения орла. При  $i = 1, 2, \dots$  обозначим через  $A \Phi_i$  элементарный исход, когда в этом эксперименте проведено  $i$  бросков, и через  $A \Phi$  элементарный исход, когда в этом эксперименте выпадают только решетки. Из списка определить множество  $\hat{A} \Phi$ , которое не является регулярным.

- 1) Пусть  $\{A \Phi_1, A \Phi_2\}$ .
- 2) Пусть  $\{A \Phi_1, A \Phi_2, \dots, A \Phi_{100}\}$ .
- 3) Пусть  $\{A \Phi_1, A \Phi_2, \dots\}$ .
- 4) Пусть  $\{A \Phi, A \Phi_1, A \Phi_2, \dots\}$ .

Задание 3.

Наудачу выбирается группа из 100 человек. Интересуемся только числом курящих людей. Элементарное событие  $\{w_i\}$  означает выбор ровно  $i = 0, 1, \dots, 100$  курящих людей. Определить множества  $\hat{A}$ ,  $\hat{A} \Phi$ ,  $W$  и привести примеры элементарных случайных событий, случайных событий, достоверного случайного события и невозможного случайного события.

- 1) Пусть  $\hat{A} = \{\{w_0\}, \{w_{100}\}\}$ .
- 2) Пусть  $\hat{A} \Phi = \{\{w_0\}, \{w_1\}, \dots, \{w_{100}\}\}$ .
- 3) Пусть  $W = \{\{w_0\}, \{w_1\}, \dots, \{w_{100}\}\}$ .
- 4) Пусть  $W = \{w_0, w_1, \dots, w_{100}\}$ .
- 5) Пусть  $\hat{A} = \{A: A \dot{\cap} \{w_0, w_1, \dots, w_{100}\}\}$ .

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Студент ответил на большую часть вопросов возможно с незначительными недочетами.
не зачтено	При ответе студент допускает грубые ошибки в основном материале и решении стандартных задач.

### 5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Задача 1.

Пусть  $A$  и  $B$  случайные события. Определить такое событие  $H$ , для которого имеет место равенство  $(\overline{H \cup A}) \cup \overline{H \cup \overline{A}} = B$ .

- Событие  $H = A$ .
- Событие  $H = B$ .
- Событие  $H = \overline{B}$ .

Задача 2.

Опыт состоит в бросании трёх различных монет. Пусть события  $C_1, C_2$  и  $C_3$  означают выпадение герба на первой, второй и третьей монетах соответственно. Пусть событие  $A$  означает выпадение одного герба и двух цифр, а событие  $B$  есть выпадение не более одного герба. Указать равенства, которые определяют событиями  $A$  и  $B$  через  $C_1, C_2, C_3$ .

- Событие  $A = (C_1 \cap \overline{C_2} \cap \overline{C_3}) \cup (\overline{C_1} \cap C_2 \cap \overline{C_3}) \cup (\overline{C_1} \cap \overline{C_2} \cap C_3)$ .
- Событие  $A$  имеет вид  $(C_1 \cap \overline{C_2} \cap \overline{C_3}) \cup (\overline{C_1} \cap C_2 \cap \overline{C_3}) \cup (\overline{C_1} \cap \overline{C_2} \cap C_3)$ .
- Событие  $B$  имеет вид
- Событие  $B$  имеет вид

$(C_1 \cap \overline{C_2} \cap \overline{C_3}) \cup (\overline{C_1} \cap C_2 \cap \overline{C_3}) \cup (\overline{C_1} \cap \overline{C_2} \cap C_3) \cup (\overline{C_1} \cap \overline{C_2} \cap \overline{C_3})$ .

- Событие  $B$  имеет вид  $(C_1 \cap \overline{C_2} \cap \overline{C_3}) \cup (\overline{C_1} \cap C_2 \cap \overline{C_3}) \cup (\overline{C_1} \cap \overline{C_2} \cap C_3) \cup (C_1 \cap C_2 \cap C_3)$ .

Задача 3.

Пусть  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$  и  $A = \{\omega_1, \omega_2\}$  и  $B = \{\omega_2, \omega_3\}$ . Определить  $\sigma$ -алгебру, порожденную только событиями  $A$  и  $B$ .

- Искомая  $\sigma$ -алгебра имеет вид  $\mathcal{F} = \{A, \overline{A}, \Omega, \emptyset\}$ .
- Искомая  $\sigma$ -алгебра имеет вид  $\mathcal{F} = \{A, B, \overline{A}, \overline{B}, A \cup B, \overline{A \cup B}, \overline{A \cap B}\}$ .
- Искомая  $\sigma$ -алгебра имеет вид  $\mathcal{F} = \{\Omega, \emptyset\}$ .

### 5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-3

Задача 1.

На поверхность стола наудачу подбрасывается монета с номером один и монета с номером два. На одной стороне каждой монеты изображён герб ( $\Gamma$ ), а на другой — решётка ( $P$ ). Наблюдается сторона каждой из подброшенных монет. Определите из предложенных вариантов теоретико-множественную модель  $(\Omega, \mathcal{F})$  для этого эксперимента.

- Искомая модель имеет вид  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$ ,  $\mathcal{F} = \{\{\omega_1, \omega_2\}, \emptyset\}$ , где событие  $\{\omega_1\}$  означает появление двух гербов и событие  $\{\omega_2\}$  означает появление не более одного герба.
- Искомая модель имеет вид  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$ ,  $\mathcal{F} = \{\{\omega_1\}, \{\omega_2\}, \{\omega_1, \omega_2\}, \emptyset\}$ , где событие  $\{\omega_1\}$  означает появление двух гербов и событие  $\{\omega_2\}$  означает появление не более одного герба.
- Искомая модель имеет вид  $\Omega = \{(P, P), (P, \Gamma), (\Gamma, P), (\Gamma, \Gamma)\}$ ,  $\mathcal{F} = \{A: A \subset \Omega\}$ , где событие  $\{(P, P)\}$  означает появление решётки на первой монете и на второй монете, событие  $\{(P, \Gamma)\}$  означает появление решётки на первой монете и герба на второй монете. Аналогичный смысл имеют события  $\{(\Gamma, P)\}$ ,  $\{(\Gamma, \Gamma)\}$ .

Задача 2.

Имеется три одинаковых шара и они распределяются по трём разным ящикам  $Y_1, Y_2$  и  $Y_3$ . Наблюдается размещение шаров в ящиках. Найти описание такого случайного события  $A$  этого эксперимента, когда в каждом ящике будет не более двух шаров.

- Искомое описание имеет вид  $A = \{1, 1, 1\}, \{2, 1, 0\}$ , где множество  $\{1, 1, 1\}$  есть описание та-

кого исхода эксперимента, когда каждый из ящиков содержит по одному шару и множество  $\{2, 1, 0\}$  есть описание такого исхода эксперимента, когда все шарики попали в два ящика.

- Искомое описание имеет вид  $A = \{(1, 1, 1), (2, 1, 0), (2, 0, 1), (1, 2, 0), (1, 0, 2), (0, 2, 1), (0, 1, 2)\}$ , где вектор  $(x_1, x_2, x_3)$  есть описание такого исхода эксперимента, когда число шаров в ящике  $Y_i$  будет  $x_i$  при каждом  $i = 1, 2, 3$ .

- Искомое описание события есть  $A = \{(1, 1, 1), (2, 1, 0), (1, 2, 0), (0, 2, 1)\}$ , где  $(x_1, x_2, x_3)$  является описанием такого исхода эксперимента, когда число шаров в ящике  $Y_i$  будет  $x_i$  при каждом  $i = 1, 2, 3$ .

Задача 7.

Наудачу выбирается группа из 20 человек, и интересуются числом курящих. Определить теоретико-множественную модель для этого эксперимента и математическое описание такого случайного события  $A$ , когда большинство людей выборки будут курящими.

- Теоретико-множественную модель имеет вид  $(\Omega, \mathcal{F})$ , где  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{20}\}$ ,  $\mathcal{F} = \{A: A \subset \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{20}\}\}$ ,  $A = \{\omega_{11}, \omega_{12}, \dots, \omega_{20}\}$  и символ  $\omega_i$  означает, что в отобранной группе будет ровно  $i = 1, \dots, 20$  курящих.
- Теоретико-множественную модель имеет вид  $(\Omega, \mathcal{F})$ , где  $\Omega = \{\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{20}\}$ ,  $\mathcal{F} = \{\{\omega_{11}, \dots, \omega_{20}\}, \{\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{10}, \Omega, \emptyset\}\}$ ,  $A = \{\omega_{11}, \omega_{12}, \dots, \omega_{20}\}$  и символ  $\omega_i$  означает, что в отобранной группе будет ровно  $i = 0, 1, \dots, 20$  курящих.
- Теоретико-множественную модель имеет вид  $(\Omega, \mathcal{F})$ , где множество  $\Omega = \{\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{20}\}$ ,  $\mathcal{F} = \{A: A \subset \{\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{20}\}\}$ ,  $A = \{\omega_{11}, \omega_{12}, \dots, \omega_{20}\}$  и символ  $\omega_i$  означает, что в отобранной группе будет ровно  $i = 0, 1, \dots, 20$  курящих.

Задача 8.

На отрезке  $[0, 2]$  оси  $Ox$  выбирается наудачу точка. Определить для этого эксперимента адекватные теоретико-множественные модели  $(\Omega, \mathcal{F})$ .

- Теоретико-множественную модель имеет вид  $(\Omega, \mathcal{F})$ , где множество  $\Omega = [0, 2] = \{\omega = x: 0 \leq x \leq 2\}$ ,  $\mathcal{F} = \{A: A \subset [0, 2], \text{длина множества } A \text{ существует}\}$  и символ  $\omega = x$  есть абсцисса выбранной точки.

## Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Студент ответил на большую часть вопросов возможно с незначительными недочетами.
не зачтено	При ответе студент допускает грубые ошибки в основном материале и решении стандартных задач.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

- Федоткин Михаил Андреевич. Лекции по анализу случайных явлений : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям ВПО 010400 "Приклад. математика и информатика" и 010300 "Фундам. информатика и информ. технологии" / ННГУ. - М. : Физматлит, 2016. - 464 с. - ISBN 978-5-9221-1679-4 : 599.50., 250 экз.
- Федоткин Михаил Андреевич. Модели в теории вероятностей : учебник. - М. : Физматлит : ННГУ, 2012. - 608 с. - (Библиотека Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского). - ISBN 978-5-9221-1384-7 : 600.00., 200 экз.
- Федоткин Михаил Андреевич. Основы прикладной теории вероятностей и статистики : учеб.

для студентов вузов, обучающихся по специальности "Прикладная математика и информатика" и по направлению "Прикладная математика и информатика". - М. : Высшая школа, 2006. - 368 с. : ил. - ISBN 5-06-005328-8 : 215.60., 183 экз.

4. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций : учеб. пособие / под общ. ред. А. А. Свешникова. - 2-е изд., доп. - М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1970. - 656 с. - 60.00., 97 экз.

Дополнительная литература:

1. Гнеденко Борис Владимирович. Курс теории вероятностей : [учеб. для мех.-мат. специальностей ун-тов]. - 6-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1988. - 466, [1] с. : ил. - ISBN 5-02-013761-8 (в пер.) : 1.20., 483 экз.

2. Вентцель Елена Сергеевна. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. - М. : Наука, 1988. - 480 с. : ил. - (Физико-математическая библиотека инженера). - ISBN 5-02-013748-0 (в пер.) : 1.80., 25 экз.

3. Феллер Вильям. Введение в теорию вероятностей и ее приложения : в 2 т. Т. 1 / пер. с пересмотр. 3-го англ. изд. Ю. В. Прохорова ; предисл. А. Н. Колмогорова. - М. : Мир, 1984. - 527 с. : ил. - 2.60., 14 экз.

4. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций : учеб. пособие / под общ. ред. А. А. Свешникова. - Изд. 3-е, перераб. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2007. - 448 с. : ил. - (Лучшие классические учебники. Математика) (Классические задачки и практикумы) (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0708-8 : 271.92., 1 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

- 1) интернет - ресурсы электронного портала Института ИТММ;
- 2) пакет программ «МОНТЕ» - специализированное учебно-методическое программное обеспечение, разработанное на кафедре прикладной теории вероятностей и предназначенное для имитационного моделирования случайных статистически устойчивых экспериментов;
- 3) общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>.
- 4) <https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=248>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: 1. Операционные системы семейства Microsoft Windows, – лицензия по подписке MicrosoftImagine; 2. Пакет программ «МОНТЕ» – специализированное учебно-методическое программное обеспечение, разработанное на кафедре прикладной теории вероятностей с использованием среды разработки семейства Microsoft VisualStudio (лицензия по подписке MicrosoftImagine).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Федоткин Михаил Андреевич, доктор физико-математических наук, профессор.

Заведующий кафедрой: Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 25.06.2025, протокол № Протокол №11.