

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Фракталы и хаос в динамических системах

Уровень высшего образования

Специалитет

Направление подготовки / специальность

01.05.01 - Фундаментальные математика и механика

Направленность образовательной программы

Фундаментальная механика и приложения

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.06.02 Фракталы и хаос в динамических системах относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-11: Умение использовать физические и компьютерные модели объектов и явлений реального мира, сред, тел и конструкций, а также современное экспериментальное оборудование	<p>ПК-11.1: Знает теоретические основы физического и компьютерного моделирования, основы эксперимента в механике</p> <p>ПК-11.2: Умеет использовать физические и компьютерные модели объектов и явлений реального мира, сред, тел и конструкций, а также современное экспериментальное оборудование для решения задач механики на основе полученных теоретических знаний</p> <p>ПК-11.3: Имеет практический опыт использования физических и компьютерных моделей и экспериментального оборудования при решении стандартных задач механики</p>	<p>ПК-11.1: Знать теоретические основы физического и компьютерного моделирования, методы исследования фрактальных задач; методы построения базовых конструктивных и динамических фракталов</p> <p>ПК-11.2: Уметь использовать физические и компьютерные модели объектов и явлений реального мира методы исследования фрактальных задач</p> <p>ПК-11.3: Владеть практическим опытом использования базовых знаний из теории фракталов, физических и компьютерных моделей применения математически</p>	Задания	Зачёт: Контрольные вопросы
ПК-12: Владение навыками применения математически сложных алгоритмов в современных специализированных программных комплексах, реализации в них	<p>ПК-12.1: Знает теоретические основы фундаментальных компьютерных наук</p> <p>ПК-12.2: Умеет ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики</p> <p>ПК-12.3: Имеет практический опыт</p>	<p>ПК-12.1: Знать базовые методы исследования фрактальных задач, построения базовых конструктивных и динамических фракталов</p> <p>ПК-12.2: Уметь использовать базовые знания методов исследования</p>	Задания	Зачёт: Контрольные вопросы

собственных методов, моделей и алгоритмов	использования математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах, включая реализацию в них собственных методов и моделей	фрактальных задач; ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики. ПК-12.3: Иметь практический опыт использования математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах, включая реализацию в них собственных методов и моделей из теории фракталов		
---	---	---	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	3
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	1
самостоятельная работа	75
Промежуточная аттестация	0 Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора торные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
1. Конструктивные фракталы: фракталы и системы счисления; самоподобие; фрактальная размерность; фракталы Кантора, Коха, Минковского, Серпинского; общая схема построения конструктивных	39	7	7	14	25

фракталов; спирали, деревья, звезды; анализ конструктивных фракталов; системы итерированных функций (СИФ); случайность во фракталах.					
2. Динамические фракталы: модель ограниченного роста популяции; одномерные комплексные эндоморфизмы; множества Жулиа и Фату; фракталы Жулиа для квадратичных отображений и алгоритмы построения. Фрактал Мандельброта, фракталы Ньютона.	36	5	6	11	25
3. Фракталы и хаос: определение хаоса по Девани; примеры хаотических отображений; хаотическое поведение на аттракторе СИФ; хаос фракталов Жулиа; странный аттрактор в отображении Эно.	32	4	3	7	25
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	108	16	16	33	75

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Конструктивные фракталы: фракталы и системы счисления; самоподобие; фрактальная размерность; фракталы Кантора, Коха, Минковского, Серпинского; общая схема построения конструктивных фракталов; спирали, деревья, звезды; анализ конструктивных фракталов; системы итерированных функций (СИФ); случайность во фракталах.
2. Динамические фракталы: модель ограниченного роста популяции; одномерные комплексные эндоморфизмы; множества Жулиа и Фату; фракталы Жулиа для квадратичных отображений и алгоритмы построения. Фрактал Мандельброта, фракталы Ньютона.
3. Фракталы и хаос: определение хаоса по Девани; примеры хаотических отображений; хаотическое поведение на аттракторе СИФ; хаос фракталов Жулиа; странный аттрактор в отображении Эно.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Виды самостоятельной работы студентов

- Изучение лекционных материалов, подготовка алгоритма и компьютерной программы построения фрактальных множеств.
- Отладка компьютерной программы.

Используются учебные пособия:

А.Д. Морозов «Введение в теорию фракталов».- Изд-во ННГУ, Н.Новгород, 1999 (50 экз.)
Р.М. Кроновер «Фракталы и хаос в динамических системах».-Изд-во Постмаркет, Москва, 2000.(13 экз).

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ПК-11:

1. Построить фрактала Минковского. ПК-11
2. Используя детерминированную СИФ, построить фрактал Серпинского. ПК-11
3. Используя детерминированную СИФ построить «лист папоротника». ПК-11
4. Построить фрактал Жулия. ПК-11
5. Построить фрактал Мандельброта. ПК-11
6. Построить фрактал Ньютона. ПК-11

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ПК-12:

1. Построить фрактал Леви.
2. Построить «ледовый квадрат».
3. Доказать хаотичность «тентового отображения».

Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

	ответа			ошибок	нных ошибок		
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-11

1. Конструктивные фракталы: фракталы и системы счисления; самоподобие;
2. Фрактальная размерность; фракталы Кантора, Коха, Минковского, Серпинского;
3. Общая схема построения конструктивных фракталов; спирали, деревья, звезды; анализ конструктивных фракталов; системы итерированных функций (СИФ);
4. Случайность во фракталах.
5. Динамические фракталы: модель ограниченного роста популяции;
6. Одномерные комплексные эндоморфизмы; множества Жулиа и Фату;
7. фракталы Жулиа для квадратичных отображений и алгоритмы построения.
8. Фрактал Мандельброта, фракталы Ньютона.
9. Фракталы и хаос: определение хаоса по Девани;
10. Примеры хаотических отображений; хаотическое поведение на аттракторе СИФ;
11. Хаос фракталов Жулиа; странный аттрактор в отображении Эно.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-12

1. Конструктивные фракталы: фракталы и системы счисления; самоподобие;
2. Фрактальная размерность; фракталы Кантора, Коха, Минковского, Серпинского;
3. Общая схема построения конструктивных фракталов; спирали, деревья, звезды; анализ конструктивных фракталов; системы итерированных функций (СИФ);
4. Случайность во фракталах.
5. Динамические фракталы: модель ограниченного роста популяции;
6. Одномерные комплексные эндоморфизмы; множества Жулиа и Фату;
7. фракталы Жулиа для квадратичных отображений и алгоритмы построения.
8. Фрактал Мандельброта, фракталы Ньютона.
9. Фракталы и хаос: определение хаоса по Девани;
10. Примеры хаотических отображений; хаотическое поведение на аттракторе СИФ;
11. Хаос фракталов Жулиа; странный аттрактор в отображении Эно.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
не зачтено	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Морозов Альберт Дмитриевич. Введение в теорию фракталов : учеб. пособие / Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского. - Н. Новгород : Изд-во ННГУ, 1999. - 139 с.

- 40.00., 50 экз.

Дополнительная литература:

1. Кроновер Ричард М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории : учеб. пособие для студ. по специальности 01.02 "Прикладная математика" / пер. с англ. Т. Э. Кренкеля, А. Л. Соловейчика ; под ред. Т. Э. Кренкеля. - М. : ПОСТМАРКЕТ, 2000. - 350, [1] с. : табл., графики, схемы. - 277.90., 11 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Программа WInSet (Драгунов Т.Н., Морозов А.Д. Использование программы WInSet для визуализации динамических систем: Учебное пособие.-Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2007.-102 с., <http://www.unn.ru/pages/e-library/aids/2007/41.pdf>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран)

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.05.01 - Фундаментальные математика и механика.

Автор(ы): Морозов Альберт Дмитриевич, доктор физико-математических наук, профессор.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.