

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол
№ 13 от 30.11.2022 г.

Рабочая программа дисциплины

Многокритериальная оптимизация

Уровень высшего образования

Магистратура

Направление подготовки

09.03.03 Прикладная информатика

Магистерская программа

Прикладная информатика в области принятия решений

Форма обучения

Очная

Нижний Новгород

2023

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.О.04 «Многокритериальная оптимизация» относится к обязательной части ООП направления подготовки 09.04.03 Прикладная информатика.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<i>ОПК-3. Способен анализировать профессиональную информацию, выделять в ней главное, структурировать, оформлять и представлять в виде аналитических обзоров с обоснованными выводами и рекомендациями</i>	<i>ОПК-3.1. Демонстрирует знание принципов, методов и средств анализа и структурирования профессиональной информации.</i>	<i>Знать понятия и утверждения дисциплины «Многокритериальная оптимизация»</i>	<i>собеседование</i>
	<i>ОПК-3.2. Демонстрирует умение анализировать профессиональную информацию, выделять в ней главное, структурировать, оформлять и представлять в виде аналитических обзоров.</i>	<i>Уметь решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным в области многокритериальной оптимизации; доказывать ранее изученные математические утверждения; проводить доказательства математических утверждений не аналогичных ранее изученным, но тесно примыкающих к ним.</i>	<i>задачи, контрольная работа</i>
	<i>ОПК-3.3. Имеет практический опыт решения конкретных проблем, связанных с подготовкой научных докладов, публикаций и аналитических обзоров с обоснованными выводами и рекомендациями.</i>	<i>Владеть различными методами решения многокритериальных задач, методами решения матричных игр и задач, основанных на применении принципов оптимальности, когда цели задаются с помощью связанных с ними отношений предпочтений</i>	<i>задачи, собеседование</i>

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	5 ЗЕТ

Часов по учебному плану	180
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	50
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	16
- текущий контроль (КСР)	2
самостоятельная работа	94
Промежуточная аттестация – экзамен	36

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
	Очная	Очная	Очная	Очная	Очная	Очная
Задачи оптимизации со многими критериями оптимальности. Эффективные и слабо эффективные стратегии (точки). Теорема существования эффективных точек. Множество Парето. Способы отыскания эффективных точек. Обобщенная функция цели. Скаляризация векторного критерия оптимальности при наличии дополнительной информации о важности частных критериев. Методы отыскания эффективных точек в линейных многокритериальных задачах. Бикритериальная задача о ранце, бикритериальная задача на сети. Понятие приближенно эффективных стратегий в задаче многокритериальной оптимизации и алгоритмы его отыскания. Вопросы сходимости множества приближенно эффективных точек к множеству эффективных точек.	68	16	8		24	44
Задача принятия решений при задании целей с помощью связанных с ними бинарных отношений предпочтений. Аппарат теории отношений. Содержательное описание отношений. Специальные свойства отношений. Структура «доминирование-безразличие». Выявление предпочтений. Принцип недоминируемости. Задача ранжирования при заданном транзитивном отношении предпочтения. Принцип Неймана-Моргенштерна. Понятие ядра отношения. Алгоритм выделения ядра. Принцип «грубого»	30	6	4		10	20

ранжирования. Алгоритм выделения контуров графа бинарного отношения. Принцип «тонкого» ранжирования. Понятие предельного вектора, связь с числом Перрона-Фробениуса матрицы бинарного отношения.						
Игровые задачи принятия решений. Определение бескоалиционной игры. Приемлемые ситуации и ситуации равновесия. Стратегическая эквивалентность игр. Антагонистические игры. Седловые точки. Равенство минимаксов. Смешанные стратегии. Смешанное расширение игры. Существование минимаксов в смешанных стратегиях. Лемма о двух альтернативах. Значение игры и оптимальные стратегии игроков. Три свойства значения игры. Достаточные признаки значения игры. Частные классы матричных игр. Матричные игры и линейное программирование.	44	10	4		14	30
Текущий контроль (КСР)	2				2	
Итого	144	32	16		50	94

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Для самоконтроля у студента имеется возможность изучения материала в дистанционном управляемом курсе (требуется авторизация): <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=7033>

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Многокритериальная оптимизация» включает выполнение заданий под контролем преподавателя, решение домашних заданий и подготовку к экзамену.

Тематика домашних практических заданий

Раздел. Задачи оптимизации со многими критериями оптимальности

1. Понятие эффективных и слабоэффективных стратегий.
2. Методы скаляризации векторного критерия.
3. Решение задач на использование необходимых условий эффективности.
4. Решение задач на использование необходимого условия эффективности в дифференциальной форме.
5. Бикритериальная задача о ранце и метод динамического программирования для ее решения.
6. Приближенно-эффективные точки, методы их отыскания.

2. Задача принятия решений при задании целей с помощью связанных с ними бинарных отношений предпочтений

1. Решение задач на использование принципа недоминируемости.
2. Решение задач на использование принципа Неймана-Моргенштерна.
3. Решение задач на использование принципов ранжирования.

3. Игровые задачи принятия решений

1. Седловые точки.

2. 2x2 игры.
3. Методы решения 2xn и mx2 игр.
4. 3x3 игры.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

Литература для обеспечения выполнения самостоятельной работы приведена в п. 6.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

	обучающего от ответа	ошибки.					
--	-------------------------	---------	--	--	--	--	--

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы

Вопросы	Код формируемой компетенции
1.Эффективные и слабоэффективные стратегии. Теорема существования эффективных стратегий.	ОПК-3
2.Структура множества эффективных и слабоэффективных векторов.	ОПК-3
3.Метод скаляризации векторного критерия на примере аддитивной функции.	ОПК-3
4.Метод скаляризации векторного критерия на примере функции максимума.	ОПК-3
5.Бикритериальная задача о ранце и метод динамического программирования для ее решения.	ОПК-3
6.Бикритериальная задача на сети.	ОПК-3
7.Приближенно-эффективные точки, метод их отыскания. Теорема сходимости множества приближенно-эффективных точек к множеству эффективных	ОПК-3

точек.	
8. Структура доминирования-безразличия и ее задание одним отношением предпочтения.	ОПК-3
9. Способы задания предпочтений.	ОПК-3
10. Алгоритм выделения контуров графа.	ОПК-3
11. Отношение порядка, диаграмма упорядоченного множества, максимальный и наибольший элементы. Связь с принципом недоминируемости.	ОПК-3
12. Понятие ядра отношения. Решение по Нейману-Моргенштерну. Алгоритм выделения ядра.	ОПК-3
13. Факторизация отношения квазипорядка по его симметричной части. Связь с задачей ранжирования.	ОПК-3
14. Алгоритм выделения ядра графа.	ОПК-3
15. Алгоритм выделения ядра графа при наличии контуров.	ОПК-3
16. Задача ранжирования объектов при заданном линейном транзитивном отношении предпочтения.	ОПК-3
17. Задача грубого ранжирования.	ОПК-3
18. Понятие предельного вектора и способы его отыскания.	ОПК-3
19. Задача тонкого ранжирования.	ОПК-3
20. Определение бескоалиционной игры. Приемлемые ситуации и ситуации равновесия.	ОПК-3
21. Седловые точки. Неравенство минимаксов. Критерий седловой точки.	ОПК-3
22. Матричные игры. Смешанные стратегии. Смешанное расширение игры. Лемма о переходе к смешанным стратегиям. Критерий равновесности ситуации.	ОПК-3
23. Теоремы о существовании минимаксов.	ОПК-3
24. Лемма о двух альтернативах.	ОПК-3
25. Теорема о минимаксах.	ОПК-3
26. Значение игры и оптимальные стратегии игроков. Три свойства значения игры.	ОПК-3
27. 2x2 игры.	ОПК-3
28. Метод решения 2xn и mx2 игр.	ОПК-3

29. Достаточные признаки значения игры.	ОПК-3
30. 3x3 игры.	ОПК-3
31. Диагональные и симметричные игры.	ОПК-3
32. Матричные игры и линейное программирование.	ОПК-3

5.2.2 Типовые задачи, выносимые на экзамен, для оценки сформированности компетенции ОПК-3:

1. Задачи отыскания эффективных стратегий.
2. Задачи отыскания слабоэффективных стратегий.
3. Задачи на использование необходимых условий эффективности.
4. Задачи на использование необходимых условий эффективности в дифференциальной форме.

5.2.3 Типовые задания, выносимые на экзамен, для оценки сформированности компетенции ОПК-3:

1. Построение области Парето для бикритериальной задачи о ранце.
2. Использование принципа недоминируемости при исследовании задач выбора.
3. Использование принципа Неймана-Моргенштерна.
4. Использование принципов ранжирования.

5.2.4 Типовые контрольные работы для оценки сформированности компетенции ОПК-3:

Вариант 1.

Задача 1. Найти множество эффективных стратегий $P(D)$ в задаче:

$$Q_1(x_1, x_2) = 5 - x_1 - x_2 \Rightarrow \min,$$

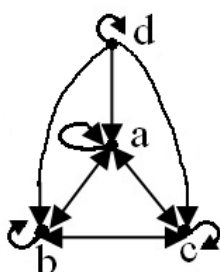
$$Q_2(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2} \Rightarrow \min,$$

$$D = \{(x_1, x_2) \in R^2, 0 \leq x_i \leq 1, i = 1, 2\}.$$

$$\text{Ответ: } P(D) = \{(x_1, x_2) \in R^2 \mid 0 \leq x_1 \leq 1, x_2 = 1\} \cup$$

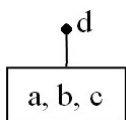
$$\cup \{(x_1, x_2) \in R^2 \mid x_1 = 1, 0 \leq x_2 \leq 1\}.$$

Задача 2. Пусть на множестве $A = \{a, b, c, d\}$ отношение ρ задано графом



Решить задачу ранжирования.

Ответ:



Вариант 2.

Задача 1. Найти множество слабоэффективных стратегий $S(D)$ в задаче:

$$Q_1(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \Rightarrow \min,$$

$$Q_2(x) = x \Rightarrow \min,$$

$$x \in D = [-2, 2].$$

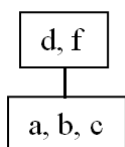
$$\text{Ответ: } S(D) = [-2, -1] \cup \{1\}.$$

Задача 2. Пусть на множестве $A = \{a, b, c, d, f\}$ линейное транзитивное отношение ρ задано матрицей доминирования-безразличия.

ρ	a	b	c	d	f
a	1/2	1/2	1/2	0	0
b	1/2	1/2	1/2	0	0
c	1/2	1/2	1/2	0	0
d	1	1	1	1/2	1/2
f	1	1	1	1/2	1/2

Построить диаграмму квазиупорядочного множества (A, ρ) .

Ответ:



6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Коротченко А.Г., Сморякова В.М., Чернышова Н.Н. Принципы оптимальности в задачах принятия решений. Учебно-методическое пособие. - Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015, 44 с. (Регистрационный номер 944.15.08 фонда компьютерных изданий Нижегородского госуниверситета) http://www.unn.ru/books/met_files/opt.docx
2. Коротченко А.Г., Е.А. Кумагина В.М. Сморякова Введение в многокритериальную оптимизацию. Учебно-методическое пособие. - Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2017, 55 с. (Регистрационный номер 1429.17.09 фонда компьютерных изданий Нижегородского госуниверситета) http://www.unn.ru/books/met_files/VMO.pdf

б) дополнительная литература:

1. Батищев Д.И. Методы оптимального проектирования. – М.: Радио и связь, 1984 (12 экз.)

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ **09.03.03 «Прикладная информатика»**.

Автор доцент Коротченко А.Г.

Рецензент профессор Федосенко Ю.С.

Заведующий кафедрой М.Х. Прилуцкий

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

30.11.2022 года, протокол № 3