

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Математическая логика и теория алгоритмов

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии

Направленность образовательной программы
Инженерия программного обеспечения

Форма обучения
очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.08 Математическая логика и теория алгоритмов относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1: Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации УК-1.2: Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности УК-1.3: Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов	УК-1.1: Знать основные понятия, факты и алгоритмы математической логики УК-1.2: Знать основные понятия, факты и алгоритмы математической логики УК-1.3: Знать основные понятия, факты и алгоритмы математической логики	Контрольная работа	Экзамен: Контрольная работа
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук, базовые теории и истории основного, теории коммуникации; знает основную терминологию ОПК-1.2: Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты ОПК-1.3: Имеет практический опыт работы с решением стандартных математических задач и применяет его в профессиональной	ОПК-1.1: Применять методы математической логики при решении возникающих задач ОПК-1.2: Применять методы математической логики при решении возникающих задач ОПК-1.3: Применять методы математической логики при решении возникающих задач	Контрольная работа	Экзамен: Контрольная работа

	деятельности			
--	--------------	--	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	4
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	48
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	48
- КСР	2
самостоятельная работа	10
Промежуточная аттестация	36 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	
Элементы логического языка первого порядка	13	6	6	12	1
Модели формул логического языка первого порядка	13	6	6	12	1
Логический вывод	14	6	6	12	2
Канонические формы предложений в логике первого порядка	14	6	6	12	2
Приложения логического языка первого порядка к моделированию математических теорий	13	6	6	12	1
Машина Тьюринга	13	6	6	12	1
Интуиционистские и модальные логики	13	6	6	12	1
Лямбда-исчисление и комбинаторная логика	13	6	6	12	1
Аттестация	36				
КСР	2			2	
Итого	144	48	48	98	10

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Элементы логического языка первого порядка:

Логический язык первого порядка. Понятия универса, константы, переменной, функции, терма, предиката. Число всех k -местных предикатов и функций на n -элементном универсе. Синтаксис логического языка первого порядка: описание алфавита, построение переменных, термов и формул, примеры. Понятие подформулы, области действия квантора, связанной и свободной переменной, предложения. Примеры.

2. Модели формул логического языка первого порядка:

Понятие интерпретации формул логического языка первого порядка. Определение истинностного значения формул, примеры. Понятие алгебраической системы (структуры) заданной сигнатуры. Основные понятия, связанные с интерпретацией: общезначимые, выполнимые и невыполнимые формулы, примеры; понятия логического следования, равносильных формул, примеры; понятие модели множества формул, примеры. Понятие изоморфизма структур, примеры и контрпримеры. Элементарно эквивалентные структуры, примеры и контрпримеры.

Графический и табличный способы задания структур на конечных универсах, примеры. Формула подсчета числа всех структур на конечных универсах. Понятие числа моделей и доли выполнимости предложений логического языка первого порядка, примеры ее вычисления.

Понятие исключающих кванторов, модификация правил построения формул, связанная с введением исключающих кванторов. Выражение истинностных значений формул, содержащих исключающие кванторы, через истинностные значения формул без исключающих кванторов. Понятие Γ -формулы. Логическая равносильность любой формулы языка первого порядка некоторой Γ -формуле, примеры.

3. Логический вывод:

Формальные понятия доказательства и правила вывода, пример. Разветвляющие и неразветвляющие правила. Существование конечного числа правил вывода и математического понятия доказательства, при помощи которых можно ответить на вопрос: «Верно ли, что из множества формул Γ логически следует формула A ?». Пример.

Определение поискового дерева, правила его расширения. Лемма о поисковых последовательностях. Понятие дерева-доказательства. Понятие выводимости формулы A из множества гипотез Γ . Теорема о корректности дедуктики. Теоремы о полноте и об адекватности дедуктики. Теорема о компактности, пример ее использования.

4. Канонические формы предложений в логике первого порядка:

Предваренные нормальные формы. Алгоритм приведения любой формулы к префиксному виду, примеры. Понятие сингулярной и примарной формул. Алгоритм приведения любой сингулярной формулы к булевой комбинации примарных, пример.

5. Приложения логического языка первого порядка к моделированию математических теорий:

Аксиоматические и структурные теории, примеры, их развитие. Понятие теорем и элементарных теорий. Свойства элементарных теорий: полнота, алгоритмическая разрешимость. Метод элиминации кванторов для доказательства алгоритмической разрешимости некоторых теорий (общий алгоритм). Основной этап алгоритма для доказательства алгоритмической разрешимости теории плотного линейного порядка без концевых точек, пример. Основные этапы метода элиминации кванторов для доказательства алгоритмической разрешимости теории целых чисел с отношениями делимости (алгоритм Пресбургера).

6. Машина Тьюринга:

Представление и преобразование информации, тьюринговы программы, их запись при помощи ориентированных графов. Методика Флойда для доказательства частичной правильности тьюринговых программ. Пример.

Представление тьюринговых программ в виде аналитических выражений (псевдокодов). Правила композиции тьюринговых программ. Примеры с доказательством частичной корректности. Вычислимость и разрешимость: понятия словарных функций и словарных отношений, полурешимые и разрешимые отношения, вычислимые функции. Примеры.

7. Лямбда-исчисление и комбинаторная логика:

Семантика Крипке языка высказываний интуиционистской логики, примеры. Семантика Крипке языка высказываний модальной логики, примеры.

8. Интуиционистские и модальные логики:

Понятие лямбда-терма, правила его построения. Понятия подтерма, области действия лямбда-абстрактора, свободного и связанного вхождения переменной в подтерм, активное и пассивное вхождения подтерма в лямбда-терм, примеры. Понятия бинарного отношения на множестве лямбда-термов, согласованного с операциями аппликации и абстракции. Понятия контракции (одношаговой R-редукции), многошаговой R-редукции и R-конверсии бинарного отношения R, согласованного с операциями аппликации и абстракции.

Отношения альфа-конверсии, бета-редукции и бета-конверсии на множестве лямбда-термов. Понятие бета-редекса: внешний и внутренний редексы, самый правый и самый левый редексы. Понятие бета-нормальной (бета-пассивной) формы лямбда-терма. Редукционные цепочки: стратегии АПР и НПР для преобразования лямбда-термов к бета-нормальной форме. Примеры редуцирования. Теорема Черча-Россера о ромбическом свойстве бета-редукции. Следствие: теорема Черча-Россера о бета-конверсии. Теорема стандартизации.

Исчисление конверсий, его аксиоматика. Понятие комбинатора. Неподвижная точка лямбда-терма. Теоремы о существовании неподвижной точки любого лямбда-терма и комбинатора неподвижной точки, примеры.

Понятие комбинатора. Комбинаторная логика. Реализация арифметики и логических функций в рамках комбинаторной логики. Примеры.

Алгоритм элиминации лямбда-абстрактора и его пояснение, примеры.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» включает работу с дополнительной литературой и проработку теоретического и практического материала лекционных и семинарских занятий.

Образовательные материалы для самостоятельной работы студентов:

1. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Ч. 2. Языки и исчисления. Из-во МЦНМО. 2000. 288 стр. (1 экз.)
2. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Ч.1. Начала теории множеств. 2008. 128 стр.
(электронная библиотека «Лань, режим доступа: https://e.lanbook.com/book/9306#book_name)
3. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Ч.3. Вычислимые функции. 2008. 192 стр. (электронная библиотека «Лань, режим доступа:

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции УК-1:

- Привести формулу к префиксному виду: $[\forall x P(x) \& \forall x Q(x)] \Rightarrow \forall x R(x)$.
- Найти долю выполнимости формулы: $\exists x \forall y \exists z \forall u S(x,y,z,u)$.
- При помощи метода поисковых деревьев установить, верно ли, что $\Gamma \models A$,
 $G = \{ \forall x [S(x) \Rightarrow P(x)], \exists x [R(x) \Rightarrow T(x)], \forall x [[P(x) \& T(x)] \Rightarrow Q(x)] \}$,
 $A = \forall x [[S(x) \& R(x)] \Rightarrow Q(x)]$.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

- Привести формулу к префиксному виду: $[\forall x P(x) \& \forall x Q(x)] \Rightarrow \forall x R(x)$.
- Найти долю выполнимости формулы: $\exists x \forall y \exists z \forall u S(x,y,z,u)$.
- При помощи метода поисковых деревьев установить, верно ли, что $\Gamma \models A$,
 $G = \{ \forall x [S(x) \Rightarrow P(x)], \exists x [R(x) \Rightarrow T(x)], \forall x [[P(x) \& T(x)] \Rightarrow Q(x)] \}$,
 $A = \forall x [[S(x) \& R(x)] \Rightarrow Q(x)]$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена

Оценка	Критерии оценивания
	дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых	При решении стандартных	Имеется минимальн	Продемонстрированы	Продемонстрированы	Продемонстрированы	Продемонстрированы

навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	задач не продемонстриро ваны базовые навыки. Имели место грубые ошибки	ый набор навыков для решения стандартны х задач с некоторым и недочетами	базовые навыки при решении стандартны х задач с некоторым и недочетами	базовые навыки при решении стандартны х задач без ошибок и недочетов	навыки при решении нестандарт ных задач без ошибок и недочетов	творческий подход к решению нестандартны х задач
--	---	--	---	--	---	--

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Привести формулу к префиксному виду: $[\forall x P(x) \ \& \ \forall x Q(x)] \ \& \ \forall x R(x)$.
2. Найти долю выполнимости формулы: $\exists x \forall y \exists z \forall u S(x,y,z,u)$.
3. При помощи метода поисковых деревьев установить, верно ли, что $\Gamma \models A$,
 $G = \{ \forall x [S(x) \ \& \ P(x)], \ \exists x [R(x) \ \& \ T(x)], \ \forall x [[P(x) \ \& \ T(x)] \ \& \ Q(x)] \}$,
 $A = \forall x [[S(x) \ \& \ R(x)] \ \& \ Q(x)]$.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

- Привести формулу к префиксному виду: $[\forall x P(x) \ \& \ \forall x Q(x)] \ \& \ \forall x R(x)$.
- Найти долю выполнимости формулы: $\exists x \forall y \exists z \forall u S(x,y,z,u)$.

- При помощи метода поисковых деревьев установить, верно ли, что $\Gamma \models A$,
 $G = \{ \forall x [S(x) \supset P(x)], \exists x [R(x) \supset T(x)], \forall x [[P(x) \& T(x)] \supset Q(x)] \}$,
 $A = \forall x [[S(x) \& R(x)] \supset Q(x)]$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Верещагин Н. К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Ч. 2. Языки и исчисления. - М. : МЦНМО, 2000. - 288 с. - (Современные лекционные курсы). - ISBN 5-900916-66-9 : 29.00., 1 экз.
2. Верещагин Н. К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Ч. 3. Вычислимые функции. - М. : МЦНМО, 1999. - 176 с. - (Современные лекционные курсы). - ISBN 5-900916-39-1 : 17.00., 1 экз.

Дополнительная литература:

1. Таланов Владимир Александрович. Математическая логика и модели вычислений : учебное пособие / ННГУ. - Н. Новгород : Изд-во ННГУ, 1994. - 115 с. - б/ц., 53 экз.

2. Грибанов Д. В. Неклассические логики и лямбда-исчисление: некоторые элементы / Грибанов Д. В., Малышев Д. С., Мокеев Д. Б. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. - 35 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» и 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии». - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=830115&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

-

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор(ы): Малышев Дмитрий Сергеевич, доктор физико-математических наук, профессор.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.