

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением президиума Ученого совета ННГУ
протокол от "16" января 2024 г. №

Рабочая программа дисциплины

Компьютерное моделирование вероятностных процессов
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
бакалавриат
(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии
(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
Инженерия программного обеспечения
(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения
Очная
(очная / очно-заочная / заочная)

Нижегород

2024 г.

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

Код дисциплины Б1.В.ДВ.02.06 Компьютерное моделирование вероятностных процессов

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ПК-3. Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, промышленности и бизнесе, с учетом возможностей современных информационных технологий и программирования и компьютерной техники	ПК-3.1.: Знает методы анализа и исследования математических моделей в области фундаментальной информатики и информационных технологий.	Знать: -определение и назначение модели, приемы моделирования, типы математических моделей; -базовые понятия теории вероятностей и математической статистики; -законы распределения вероятностей, наиболее распространенных на практике дискретных и непрерывных случайных величин; -алгоритмы моделирования реализаций случайных величин с известными законами распределения вероятностей; -методы обработки и способы представления результатов повторных независимых наблюдений над случайными величинами.	<i>Собеседование</i>
	ПК-3.2.: Умеет определять ключевые свойства и ограничения системы.	Уметь: -формулировать содержательные проблемы в форме вероятностных и статистических задач; -строить вероятностные модели реальных случайных явлений (для определенного круга задач); -находить различные вероятностные характеристики случайных величин и неслучайных функций от случайных аргументов; -разрабатывать и применять алгоритмические и программные решения на языке Python при моделировании многоэтапных случайных экспериментов, моделировании реализаций случайных величин и случайных процессов.	<i>Задачи, практические задания</i>

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	3 ЗЕТ
Часов по учебному плану	108
в том числе	

аудиторные занятия (контактная работа):	33
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа	16
- текущий контроль (КСР)	1
самостоятельная работа	75
Промежуточная аттестация – зачет	

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Тема 1. Определение и назначение модели, приемы моделирования. Материальное моделирование: физическое моделирование, аналоговое моделирование. Определения, примеры. Общая характеристика и классификация моделей. Определения, примеры.	6	2			2	4
Тема 2. Математическое моделирование, типы математических моделей. Определение и примеры дескриптивных моделей. Общая структура и примеры построения оптимизационных моделей. Многокритериальные модели. Определение, примеры.	12	2	2		4	8
Тема 3. Имитационное моделирование. Методы имитационного моделирования. Построение модели. Введение в программирование Python. NumPy и программирование, ориентированное на массивы. Визуализация данных, библиотека Matplotlib. Научные расчеты, модуль статистики библиотеки SciPy. Метод статистических испытаний (Метод Монте-Карло), примеры его применения.	32	4	4		8	24
Тема 4. Методы моделирования случайных величин. Физические датчики случайных чисел. Программные методы моделирования реализаций случайных величин с заданными законами распределения вероятностей с применением библиотеки научных расчетов SciPy. Некоторые алгоритмы моделирования реализаций случайной величины с равномерным на интервале (0,1) распределением. Метод обратной функции как способ моделирования реализаций непрерывной случайной величины с известной функцией распределения. Метод исключения для моделирования случайной величины с показательным распределением. Некоторые алгоритмы моделирования случайной величины со стандартным нормальным распределением. Способы моделирования реализаций случайной величины с биномиальным распределением. Алгоритм моделирования реализаций случайной величины с геометрическим распределением. Алгоритм моделирования реализаций случайной величины с распределением Пуассона. Математическое моделирование эксперимента д-ра	41	6	6		12	29

Э.Деминга «Воронка и мишень» методом Монте-Карло.						
Тема 5. Методы моделирования стационарных случайных процессов. Определение случайного процесса. Некоторые характеристики случайного процесса (конечномерные функции распределения, математическое ожидание, дисперсия, автоковариационная функция). Определения стационарного случайного процесса (в широком и строгом смыслах). Компьютерное моделирование вероятностных процессов на производстве и в бизнесе, концепция управления «Шесть сигм».	16	2	4		6	10
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация – зачет						
Итого	108	16	16		33	75

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся реализуется в следующих формах: выполнение домашних заданий по дисциплине; самостоятельное изучение некоторых теоретических вопросов; составление компьютерных программ, реализующих указанные преподавателем процедуры моделирования случайных экспериментов и случайных величин; подготовка отчетов по результатам составления программ; ответы на вопросы самоконтроля. Самостоятельная работа студентов контролируется преподавателем, как во время аудиторных занятий, так и во время внеаудиторной работы, в том числе с использованием консультаций по электронной почте.

При выполнении студентами домашних и самостоятельных работ, используются приведенные в списке литературы (раздел 6) учебники и учебно-методические пособия.

Тематика самостоятельной работы по части составления компьютерных программ:

1. Имитационное моделирование многоэтапного случайного эксперимента [1,4,5]. Проверка задания.
2. Вычисление приближенного значения определенного интеграла методом Монте-Карло [3,4]. Проверка задания.
3. Решение статистических задач о распределении методом Монте-Карло[1,4]. Проверка задания.
4. Моделирование непрерывной случайной величины с заданным законом распределения [2,3,4,5]. Проверка задания.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетво	удовлетвори	хорошо	очень хорошо	отлично	превосход

компетенций (индикатора достижения компетенций)		нительно	тельно				но
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа.	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа.	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов.
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа.	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»

	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1. Контрольные вопросы

Вопросы	Код формируемой компетенции
1. Построение простейшей дескриптивной модели эпидемии SIS.	ПК-3
2. Построение оптимизационных моделей для некоторых экономических задач.	ПК-3
3. Построение математической модели эксперимента д-ра Э.Деминга «Воронка и мишень» методом Монте-Карло.	ПК-3
4. Компьютерное моделирование вероятностных процессов на производстве и в бизнесе, концепция управления «Шесть сигм».	ПК-3
5. Решение задачи о вычислении интегралов с помощью метода Монте-Карло.	ПК-3
6. Метод статистических испытаний (Метод Монте-Карло), примеры его применения.	ПК-3
7. NumPy и программирование, ориентированное на массивы. Визуализация данных, библиотека Matplotlib.	ПК-3
8. Применение метода обратной функции для моделирования реализаций непрерывной случайной величины с заданной функцией распределения.	ПК-3
9. Применение метода исключения для моделирования реализаций случайной величины с показательным распределением.	ПК-3
10. Способы моделирования реализаций случайной величины с биномиальным распределением. Получение реализации случайной величины с биномиальным распределением (при заданных параметрах p и n) по последовательности чисел, представляющих собой независимые реализации случайной величины, равномерно распределенной на интервале $(0,1)$.	ПК-3
11. Получение реализации случайной величины с распределением Пуассона (при заданном параметре λ) по последовательности чисел, представляющих собой независимые реализации случайной величины, равномерно распределенной на интервале $(0,1)$.	ПК-3

12. Алгоритмы моделирования случайной величины со стандартным нормальным распределением.	ПК-3
13. Способы моделирования реализаций случайной величины с геометрическим распределением.	ПК-3
14. Определение случайного процесса. Некоторые характеристики случайного процесса (конечномерные функции распределения, математическое ожидание, дисперсия, автоковариационная функция).	ПК-3
15. Определения стационарного случайного процесса (в широком и строгом смыслах).	ПК-3

5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК-3

5.2.2.1. Примеры практических контрольных задач

Пример 1. Пусть ξ - непрерывная случайная величина с плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 2x^{-2} & , \quad 1 < x < 2 \\ 0 & , \quad x - \text{другое} \end{cases}.$$

Используя метод обратной функции, получить выражение, позволяющее моделировать реализации случайной величины ξ по реализациям случайной величины ν , равномерно распределенной в интервале (0, 1).

Пусть $\eta = \sqrt{\xi}$, найти плотность распределения случайной величины η .

Пример 2. Пусть ξ - непрерывная случайная величина с плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x} & , \quad x > 0 \\ 0 & , \quad x - \text{другое} \end{cases}.$$

Используя метод обратной функции, получить выражение, позволяющее моделировать реализации случайной величины ξ по реализациям случайной величины ν , равномерно распределенной в интервале (0, 1).

Пусть $\eta = e^{-\xi}$, найти плотность распределения случайной величины η .

5.2.2.2. Примеры заданий для самостоятельной работы «Моделирование многоэтапного случайного эксперимента»

Пример 1. По каналу связи, состоящему из передатчика, ретранслятора и приемника, передаются два сигнала: единица и нуль. Вследствие воздействия помех сигналы могут искажаться. На участке передатчик – ретранслятор единица переходит в единицу с вероятностью 0,7 и в нуль с вероятностью 0,3; нуль переходит в нуль с вероятностью 0,6 и в единицу с вероятностью 0,4. На участке ретранслятор – приемник вероятности указанных событий соответственно равны 0,9 и 0,1; 0,8 и 0,2. Повторить эксперимент (путем моделирования) N раз в одних и тех же условиях и найти относительную частоту события $A = \{\text{Кодовая комбинация 10, посланная передатчиком, будет принята без искажений}\}$. Найти вероятность события A теоретически.

Пример 2. Самолет состоит из трех различных по уязвимости частей: 1) кабины летчика и двигателей; 2) топливных баков; 3) планера. Для поражения самолета достаточно одного попадания в первую часть, или двух попаданий во вторую часть, или трех попаданий в третью. При попадании в самолет одного снаряда он независимо от других снарядов с вероятностями 0,1; 0,4 и 0,5 попадает соответственно в первую, вторую и третью части. По самолету было произведено три независимых выстрела. Вероятность попадания при каждом выстреле одинакова и равна 0,3. Повторить эксперимент (путем моделирования) N раз в одних и тех же условиях и найти относительную частоту события $A = \{\text{Самолет поражен}\}$. Найти вероятность события A теоретически.

Пример 3. Пятнадцать экзаменационных билетов содержат по два вопроса, которые не повторяются. Билет берет студент, который знает только 25 вопросов. Для успешной сдачи экзамена достаточно ответить на два вопроса из своего билета или на один вопрос из своего билета и на указанный дополнительный вопрос из другого билета. Повторить эксперимент (путем моделирования) N раз в одних и тех же условиях и найти относительную частоту события $A = \{\text{студент сдаст экзамен}\}$. Найти вероятность события A теоретически.

5.2.2.3. Примеры заданий для самостоятельной работы «Решение статистических задач о распределении методом Монте-Карло»

Пример 1. Пусть на вероятностном пространстве (Ω, F, P) определены две независимые случайные величины ξ и η , каждая из которых равномерно распределена на интервале $(3,7)$. Вводится новая случайная величина $\nu = \xi - \eta$.

Путем моделирования реализаций случайных величин ξ и η получить N наблюдений над случайной величиной ν . По N наблюдениям построить эмпирическую функцию распределения и гистограмму относительных частот группированной выборки.

Найти плотность распределения ν теоретически.

Пример 2. Пусть на вероятностном пространстве (Ω, F, P) определены две независимые случайные величины ξ и η , каждая из которых равномерно распределена на интервале $(4,7)$. Вводится новая случайная величина $\nu = \xi + \eta$.

Путем моделирования реализаций случайных величин ξ и η получить N наблюдений над случайной величиной ν . По N наблюдениям построить эмпирическую функцию распределения и гистограмму относительных частот группированной выборки.

Найти плотность распределения ν теоретически.

Задание 3. Пусть на вероятностном пространстве (Ω, F, P) определены две независимые случайные величины ξ и η , причем $\xi \in N(0,1)$; $\eta \in N(0,1)$. Вводится новая случайная величина $\nu = \xi^2 + \eta^2$. Путем моделирования реализаций случайных величин ξ и η получить N наблюдений над случайной величиной ν . По N наблюдениям построить эмпирическую функцию распределения и гистограмму относительных частот группированной выборки. Вычислить выборочный момент второго порядка. Найти плотность распределения случайной величины $\varsigma = \xi^2$ теоретически.

5.2.2.4. Формулировка задания для самостоятельной работы «Вычисление приближенного значения определенного интеграла методом Монте-Карло»

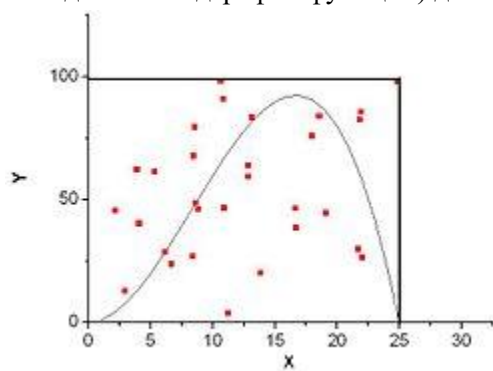
1. Реализовать 2 метода Монте-Карло для подсчета определенного интеграла вида

$$I = \int_a^b f(x) dx$$

2. Посчитать точное аналитическое значение интеграла.
3. Провести серию из увеличивающегося количества испытаний и вывести результаты в следующем виде:

N_i	$ I - \tilde{I}_1 $	$ I - \tilde{I}_2 $
10		
100		
10^3		
10^4		
...		

4. Вывести на экран графическое представление 1го метода Монте-Карло (считающего частоту попадания в подграфик функции) для заданного количества испытаний



5. Реализовать 2 метода Монте-Карло для подсчета определенного интеграла вида

$$I = \iiint_D f(x, y, z) dx dy dz$$

6. Посчитать точное аналитическое значение интеграла.
7. Провести серию из увеличивающегося количества испытаний и вывести результаты в следующем виде:

N_i	$ I - \tilde{I}_1 $	$ I - \tilde{I}_2 $
100		
10^3		
10^4		
...		

В качестве функций $f(x)$ и $f(x, y, z)$ и соответствующих областей выбрать любые функции, для которых интегралы существуют и вычислимы аналитически.

5.2.2.5. Примеры заданий для самостоятельной работы «Моделирование непрерывной случайной величины с заданным законом распределения»

Пример 1. Пусть ξ - непрерывная случайная величина с плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 2x^{-2} & , \quad 1 < x < 2 \\ 0 & , \quad x - \text{другое} \end{cases}.$$

Посчитать математическое ожидание и дисперсию случайной величины.

Используя метод обратной функции, получить выражение, позволяющее моделировать реализации случайной величины ξ по реализациям случайной величины ν , равномерно распределенной в интервале (0, 1).

Написать программу, решающую следующие задачи:

- 1) проведение N экспериментов по моделированию случайной величины (N задается с клавиатуры);
- 2) вывод результатов моделирования в виде вариационного ряда;
- 3) подсчет и вывод на экран основных статистических характеристик случайной величины (размах выборки, статистические математическое ожидание, медиана и дисперсия).

Пример 2. Пусть ξ - непрерывная случайная величина с плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x} & , \quad x > 0 \\ 0 & , \quad x - \text{другое} \end{cases}.$$

Посчитать математическое ожидание и дисперсию случайной величины.

Используя метод обратной функции, получить выражение, позволяющее моделировать реализации случайной величины ξ по реализациям случайной величины ν , равномерно распределенной в интервале (0, 1).

Написать программу, решающую следующие задачи:

- 1) проведение N экспериментов по моделированию случайной величины (N задается с клавиатуры);
- 2) вывод результатов моделирования в виде вариационного ряда;
- 3) подсчет и вывод на экран основных статистических характеристик случайной величины (размах выборки, статистические математическое ожидание, медиана и дисперсия).

Пример 3. Пусть ξ - непрерывная случайная величина с плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & x - \text{другое}. \end{cases}$$

Посчитать математическое ожидание и дисперсию случайной величины.

Используя метод обратной функции, получить выражение, позволяющее моделировать реализации случайной величины ξ по реализациям случайной величины ν , равномерно распределенной в интервале (0, 1).

Написать программу, решающую следующие задачи:

- 1) проведение N экспериментов по моделированию случайной величины (N задается с клавиатуры);

- 2) вывод результатов моделирования в виде вариационного ряда;
- 3) подсчет и вывод на экран основных статистических характеристик случайной величины (размах выборки, статистические математическое ожидание, медиана и дисперсия).

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Федоткин М.А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики. — М.: Высшая школа. 2006. - 368 с. (90 экз.)
2. Федоткин М.А. Модели в теории вероятностей. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 608с. (196 экз.)
3. Федоткин М.А. Лекции по анализу случайных явлений. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2016. – 404 с. (166 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Кнут Д.Э. Искусство программирования. Т.2 –М. Мир, 1977. – 724с. (7 экз.)
2. Зорин А. В., Зорин В. А., Федоткин М. А. Моделирование случайных величин и проверка гипотез о виде распределения: Учебно-методическое пособие. — Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2017. — 19 с. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ, электронный адрес <http://www.unn.ru/books/resources.html> (регистр. номер 1640.17.06)
3. Задачи оценивания неизвестных параметров распределений / Сост. Сморкалова В.М. – Н.Новгород: ННГУ, 2015. – 51с. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ, электронный адрес <http://www.unn.ru/books/resources.html> (регистр. номер 982.15.08).
4. Задачи проверки статистических гипотез / Сост. Сморкалова В.М. – Н.Новгород: ННГУ, 2015. – 23с. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ, электронный адрес <http://www.unn.ru/books/resources.html> (регистр. номер 1017.15.08).
5. Сборник задач по теории вероятностей. Часть 3 / Сост. Мухин В.И., Сморкалова В.М. – Н.Новгород: ННГУ, 2017. – 42 с. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ, электронный адрес <http://www.unn.ru/books/resources.html> (регистр. номер 1661.17.06)
6. Сборник задач по теории вероятностей. Часть 4 / Сост. Мухин В.И., Сморкалова В.М. – Н.Новгород: ННГУ, 2017. – 54 с. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ, электронный адрес <http://www.unn.ru/books/resources.html> (регистр. номер 1662.17.06)

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины).
Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет", установленным программным обеспечением Anaconda (дистрибутив Python) и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор (ы) _____ В.И. Кувыкин

Рецензент (ы) _____

Заведующий кафедрой _____ А.В. Зорин

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от ____ 2022 года, протокол № ____.