

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Фракталы и хаос в динамических системах

Уровень высшего образования

Специалитет

Направление подготовки / специальность

01.05.01 - Фундаментальные математика и механика

Направленность образовательной программы

Фундаментальная механика и приложения

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.06.02 Фракталы и хаос в динамических системах относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции) | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции | | Наименование оценочного средства | |
|--|---|---|------------------------------------|-------------------------------|
| | Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора) | Результаты обучения по дисциплине | Для текущего контроля успеваемости | Для промежуточной аттестации |
| ПК-11: Умение использовать физические и компьютерные модели объектов и явлений реального мира, сред, тел и конструкций, а также современное экспериментальное оборудование | <p>ПК-11.1: Знает теоретические основы физического и компьютерного моделирования, основы эксперимента в механике</p> <p>ПК-11.2: Умеет использовать физические и компьютерные модели объектов и явлений реального мира, сред, тел и конструкций, а также современное экспериментальное оборудование для решения задач механики на основе полученных теоретических знаний</p> <p>ПК-11.3: Имеет практический опыт использования физических и компьютерных моделей и экспериментального оборудования при решении стандартных задач механики</p> | <p>ПК-11.1: Знать теоретические основы физического и компьютерного моделирования, методы исследования фрактальных задач; методы построения базовых конструктивных и динамических фракталов</p> <p>ПК-11.2: Уметь использовать физические и компьютерные модели объектов и явлений реального мира методы исследования фрактальных задач</p> <p>ПК-11.3: Владеть практическим опытом использования базовых знаний из теории фракталов, физических и компьютерных моделей применения математически</p> | Задания | Зачёт: Контрольные вопросы |
| <p>ПК-12: Владение навыками применения математически сложных алгоритмов в современных специализированных программных комплексах, реализации в них</p> | <p>ПК-12.1: Знает теоретические основы фундаментальных компьютерных наук</p> <p>ПК-12.2: Умеет ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики</p> <p>ПК-12.3: Имеет практический опыт</p> | <p>ПК-12.1: Знать базовые методы исследования фрактальных задач, построения базовых конструктивных и динамических фракталов</p> <p>ПК-12.2: Уметь использовать базовые знания методов исследования</p> | Задания | Зачёт: Контрольные вопросы |

| | | | | |
|---|---|---|--|--|
| собственных методов, моделей и алгоритмов | использования математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах, включая реализацию в них собственных методов и моделей | фрактальных задач; ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики. ПК-12.3: Иметь практический опыт использования математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах, включая реализацию в них собственных методов и моделей из теории фракталов | | |
|---|---|---|--|--|

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

| | очная |
|--|--------------------------|
| Общая трудоемкость, з.е. | 3 |
| Часов по учебному плану | 108 |
| в том числе | |
| аудиторные занятия (контактная работа): | |
| - занятия лекционного типа | 16 |
| - занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы) | 16 |
| - КСР | 1 |
| самостоятельная работа | 75 |
| Промежуточная аттестация | 0 Зачёт |

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

| Наименование разделов и тем дисциплины | Всего (часы) | в том числе | | | |
|---|-----------------|---|--|-------------|---|
| | | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них | | | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
| | | Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора торные работы), часы | Всего | |
| | о ф о | о ф о | о ф о | о ф о | о ф о |
| 1. Конструктивные фракталы: фракталы и системы счисления; самоподобие; фрактальная размерность; фракталы Кантора, Коха, Минковского, Серпинского; общая схема построения конструктивных | 39 | 7 | 7 | 14 | 25 |

| | | | | | |
|--|-----|----|----|----|----|
| фракталов; спирали, деревья, звезды; анализ конструктивных фракталов; системы итерированных функций (СИФ); случайность во фракталах. | | | | | |
| 2. Динамические фракталы: модель ограниченного роста популяции; одномерные комплексные эндоморфизмы; множества Жулиа и Фату; фракталы Жулиа для квадратичных отображений и алгоритмы построения. Фрактал Мандельброта, фракталы Ньютона. | 36 | 5 | 6 | 11 | 25 |
| 3. Фракталы и хаос: определение хаоса по Девани; примеры хаотических отображений; хаотическое поведение на аттракторе СИФ; хаос фракталов Жулиа; странный аттрактор в отображении Эно. | 32 | 4 | 3 | 7 | 25 |
| Аттестация | 0 | | | | |
| КСР | 1 | | | 1 | |
| Итого | 108 | 16 | 16 | 33 | 75 |

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Конструктивные фракталы: фракталы и системы счисления; самоподобие; фрактальная размерность; фракталы Кантора, Коха, Минковского, Серпинского; общая схема построения конструктивных фракталов; спирали, деревья, звезды; анализ конструктивных фракталов; системы итерированных функций (СИФ); случайность во фракталах.
2. Динамические фракталы: модель ограниченного роста популяции; одномерные комплексные эндоморфизмы; множества Жулиа и Фату; фракталы Жулиа для квадратичных отображений и алгоритмы построения. Фрактал Мандельброта, фракталы Ньютона.
3. Фракталы и хаос: определение хаоса по Девани; примеры хаотических отображений; хаотическое поведение на аттракторе СИФ; хаос фракталов Жулиа; странный аттрактор в отображении Эно.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Виды самостоятельной работы студентов

- Изучение лекционных материалов, подготовка алгоритма и компьютерной программы построения фрактальных множеств.
- Отладка компьютерной программы.

Используются учебные пособия:

А.Д. Морозов «Введение в теорию фракталов».- Изд-во ННГУ, Н.Новгород, 1999 (50 экз.)
Р.М. Кроновер «Фракталы и хаос в динамических системах».-Изд-во Постмаркет, Москва, 2000.(13 экз).

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ПК-11:

1. Построить фрактала Минковского. ПК-11
2. Используя детерминированную СИФ, построить фрактал Серпинского. ПК-11
3. Используя детерминированную СИФ построить «лист папоротника». ПК-11
4. Построить фрактал Жулия. ПК-11
5. Построить фрактал Мандельброта. ПК-11
6. Построить фрактал Ньютона. ПК-11

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ПК-12:

1. Построить фрактал Леви.
2. Построить «ледовый квадрат».
3. Доказать хаотичность «тендового отображения».

Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|---|
| зачтено | Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя |
| не зачтено | Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя |

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

| Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения компетенций) | плохо | неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | очень хорошо | отлично | превосходно |
|---|---|---|--|---|---|--|--|
| | не зачтено | | зачтено | | | | |
| <u>Знания</u> | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| <u>Умения</u> | Отсутствие минимальных | При решении стандартных | Продемонстрированы | Продемонстрированы | Продемонстрированы | Продемонстрированы | Продемонстрированы все |

| | | | | | | | |
|---------------|--|---|---|--|---|--|---|
| | умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки | основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме | все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме | основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| <u>Навыки</u> | Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов | Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов | Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач |

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

| Оценка | | Уровень подготовки |
|------------|----------------------------|--|
| зачтено | превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой |
| | отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично». |
| | очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо» |
| | хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо». |
| | удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно». |
| | плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-12

1. Конструктивные фракталы: фракталы и системы счисления; самоподобие;
2. Фрактальная размерность; фракталы Кантора, Коха, Минковского, Серпинского;
3. Общая схема построения конструктивных фракталов; спирали, деревья, звезды; анализ конструктивных фракталов; системы итерированных функций (СИФ);
4. Случайность во фракталах.
5. Динамические фракталы: модель ограниченного роста популяции;
6. Одномерные комплексные эндоморфизмы; множества Жулия и Фату;
7. фракталы Жулия для квадратичных отображений и алгоритмы построения.
8. Фрактал Мандельброта, фракталы Ньютона.
9. Фракталы и хаос: определение хаоса по Девани;
10. Примеры хаотических отображений; хаотическое поведение на аттракторе СИФ;
11. Хаос фракталов Жулия; странный аттрактор в отображении Эно.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-11

1. Конструктивные фракталы: фракталы и системы счисления; самоподобие;
2. Фрактальная размерность; фракталы Кантора, Коха, Минковского, Серпинского;
3. Общая схема построения конструктивных фракталов; спирали, деревья, звезды; анализ конструктивных фракталов; системы итерированных функций (СИФ);
4. Случайность во фракталах.
5. Динамические фракталы: модель ограниченного роста популяции;
6. Одномерные комплексные эндоморфизмы; множества Жулия и Фату;
7. фракталы Жулия для квадратичных отображений и алгоритмы построения.
8. Фрактал Мандельброта, фракталы Ньютона.
9. Фракталы и хаос: определение хаоса по Девани;
10. Примеры хаотических отображений; хаотическое поведение на аттракторе СИФ;
11. Хаос фракталов Жулия; странный аттрактор в отображении Эно.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|---|
| зачтено | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок |
| не зачтено | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки |

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Морозов Альберт Дмитриевич. Введение в теорию фракталов : учеб. пособие / Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского. - Н. Новгород : Изд-во ННГУ, 1999. - 139 с.

- 40.00., 50 экз.

Дополнительная литература:

1. Кроновер Ричард М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории : учеб. пособие для студ. по специальности 01.02 "Прикладная математика" / пер. с англ. Т. Э. Кренкеля, А. Л. Соловейчика ; под ред. Т. Э. Кренкеля. - М. : ПОСТМАРКЕТ, 2000. - 350, [1] с. : табл., графики, схемы. - 277.90., 11 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Программа WInSet (Драгунов Т.Н., Морозов А.Д. Использование программы WInSet для визуализации динамических систем: Учебное пособие.-Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2007.-102 с., <http://www.unn.ru/pages/e-library/aids/2007/41.pdf>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран)

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.05.01 - Фундаментальные математика и механика.

Автор(ы): Морозов Альберт Дмитриевич, доктор физико-математических наук, профессор.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.