

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им.  
Н.И. Лобачевского»**

**Институт информационных технологий, математики и механики**

---

УТВЕРЖДЕНО  
президиумом Ученого совета ННГУ  
от «30» ноября 2022 г. протокол № 13

## **Рабочая программа дисциплины**

### **Параллельные численные методы**

---

Уровень высшего образования  
**магистратура**

---

Направление подготовки  
**010402 Прикладная математика и информатика**

---

Направленность образовательной программы  
**Компьютерные науки и приложения**

---

Форма обучения  
**очная**

---

Нижний Новгород  
2022

## 1. Место и цели дисциплины в структуре ООП

### Место дисциплины в структуре ООП

Данная дисциплина (Б1.О.05) читается во втором семестре магистратуры, относится к обязательной части. Дисциплина опирается на материал курсов «Численные методы», «Параллельное программирование».

### Цель освоения дисциплины

Целями дисциплины являются овладение известными численными алгоритмами, а также рассмотрение круга вопросов, связанных с их распараллеливанием.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
<i>ОПК-4</i> Способность комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности с учетом требований информационной безопасности	<i>ОПК-4.1.</i> Знать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности с учетом требований информационной безопасности	<i>ЗНАТЬ</i> Методы анализа трудоемкости параллельных алгоритмов.	Собеседование (экзамен)
	<i>ОПК-4.2.</i> Уметь применять существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности с учетом требований информационной безопасности	<i>УМЕТЬ</i> Профессионально использовать программное обеспечение, реализующее алгоритмы вычислительной математики.	Тест (текущий контроль) Лабораторная работа (текущий контроль)
	<i>ОПК-4.3.</i> Владеть навыками использования существующих информационно-	<i>ВЛАДЕТЬ</i> Навыками сбора, обработки и интерпретации данных современных научных исследований, необходимых для формирования подходов, решений и	Тест (текущий контроль) Лабораторная

	коммуникационных технологий для решения задач в области профессиональной деятельности с учетом требований информационной безопасности	выводов по соответствующим научным и профессиональным проблемам.	работа (текущий контроль)
ПК-2. Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач в области профессиональной деятельности	ПК-2.1. Знать типовые математические методы и методологии разработки системного и прикладного программного обеспечения для решения задач в области профессиональной деятельности	ЗНАТЬ Базовые алгоритмы вычислительной математики, условия их применимости и теоретические оценки трудоемкости.	Собеседование (зачет)
	ПК-2.2. Уметь применять типовые математические методы и методологии разработки системного и прикладного программного обеспечения для решения задач в области профессиональной деятельности.	УМЕТЬ Профессионально разрабатывать программное обеспечение, реализующее алгоритмы вычислительной математики.	Тест (текущий контроль) Лабораторная работа (текущий контроль)
	ПК-2.3. Иметь опыт применения типовых математических методов и методологий разработки системного и прикладного программного обеспечения для решения задач в области профессиональной деятельности	ВЛАДЕТЬ Навыками работы в составе научно-исследовательского коллектива по развитию математического аппарата, необходимого для разработки новых информационных технологий.	Тест (текущий контроль) Лабораторная работа (текущий контроль)

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	<b>Очная форма обучения</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>6 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>216</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	66
– занятия лекционного типа	32
– занятия семинарского типа	0
– занятия лабораторного типа	32
– текущий контроль (КСР)	2
<b>самостоятельная работа</b>	<b>114</b>
<b>Промежуточная аттестация: экзамен</b>	<b>36</b>

### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего контактных часов	
Введение в технологии параллельного программирования в системах с общей памятью	22	4		4	8	14
Элементы компьютерной арифметики	29	4		5	9	20
Прямые методы решения СЛАУ	32	6		6	12	20
Итерационные методы решения СЛАУ	32	6		6	12	20
Методы решения дифференциальных уравнений в частных производных	32	6		6	12	20
Параллельные методы Монте-Карло	31	6		5	11	20
Текущий контроль (КСР)	2				2	
Промежуточная аттестация – экзамен	36					
Итого	216	32		32	66	114

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме проверки работ на занятиях лабораторного типа.

Промежуточная аттестация проходит в форме экзамена.

### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов подразделяется на следующие категории:

- Изучение учебной литературы (см. перечень образовательных материалов).
- Выполнение лабораторных работ на следующие темы:
  - Лабораторная работа «Вычисление определенного интеграла методом прямоугольников. Отладка, оптимизация, параллелизм».
  - Лаб. работа «Параллельная сортировка вещественных чисел за линейное время».

- Лабораторная работа «Применение методов прогонки и редукции для решения СЛАУ с ленточной матрицей на примере задачи вычисления цены составного опциона».
- Лабораторная работа «Решение разреженных СЛАУ итерационными методами в задаче распространения тепла в пластине».
- Лабораторная работа «Решение дифференциальных уравнений в частных производных на примере задачи распространения тепла в пластине».
- Лабораторная работа «Параллельные методы Монте-Карло в задаче вычисления справедливой цены опциона европейского типа».

Задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

## 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:

### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	Плохо	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Очень хорошо	Отлично	Превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие	При	Имеется	Продemonстри-	Продemonстр	Продemonст	Продemonстр

	владения материалом. Невозможно оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	сформированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	сформированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	сформированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	сформирован творческий подход к решению нестандартных задач.
--	--	--	--	---	---	---	--

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
Зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
Не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### Критерий оценивания лабораторной работы

Результаты работы	Оценка
Работа выполнена в полном объеме и в срок, результаты работы алгоритма корректные на тестовых примерах, результаты работы представлены преподавателю.	Зачтено
Работа не выполнена или выполнена не в полном объеме (программа работает некорректно на тестовых примерах, результаты работы не представлены преподавателю).	Не зачтено

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1. Контрольные вопросы

Вопрос	Код компетенции
1. Реализация основных матричных операций (умножение матрицы на вектор и матрицы на матрицу) в случае плотных матриц. Проблемы эффективного использования памяти. Распараллеливание матричных алгоритмов.	ОПК-4
2. Метод исключения Гаусса, оценка его трудоемкости, подходы к распараллеливанию. Связь метода Гаусса и LU-разложения. Эффективное использование памяти. Блочное LU-разложение.	ОПК-4
3. Метод прогонки, последовательный вариант. Оценка трудоемкости метода. Параллельная встречная прогонка. Параллельная блочная прогонка в $n$ потоков.	ОПК-4
4. Метод циклической редукции, последовательный вариант. Оценка трудоемкости метода. Параллельный метод редукции.	ОПК-4
5. Решение систем линейных уравнений с симметричной положительно определенной матрицей методом Холецкого. Оценка трудоемкости метода, подходы к его распараллеливанию. Эффективное использование памяти. Блочное LLT-разложение.	ОПК-4
6. Структура данных для хранения разреженных матриц. (Координатный формат, разреженный строчный формат). Реализация типовых алгоритмов для разреженных матриц (произведение матрицы на вектор, матричное произведение, транспонирование).	ОПК-4
7. Структура данных для хранения разреженных матриц. (Координатный формат, разреженный строчный формат). Решение системы линейных уравнений с симметричной положительно определенной разреженной матрицей: использование разложения Холецкого, проблемы его эффективной реализации. Переупорядочивание матрицы методом минимальной степени. Переупорядочивание матрицы методом вложенных сечений. Распараллеливание алгоритма с учетом дерева исключения.	ОПК-4
8. Решение уравнения колебаний (дифференциальное уравнение в частных производных 2-го порядка гиперболического типа) методом конечных разностей. Параллельная реализация метода: особенности использования для общей и разделяемой памяти.	ПК-2
9. Решение уравнения теплопроводности (дифференциальное уравнение в частных производных 2-го порядка параболического типа) методом конечных разностей. Явная разностная сема, схема Кранка-Николсона. Параллельная реализация метода.	ПК-2
10. Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона с использованием метода верхней релаксации. Распараллеливание метода, волновая схема вычислений.	ПК-2
11. Базовые итерационные методы линейной алгебры: простой итерации, Якоби, Зейделя, верхней релаксации. Распараллеливание методов. Связь с предобуславливанием.	ПК-2
12. Предобуславливание систем линейных уравнений. Предобуславливатели, основанные на базовых итерационных методах. Предобуславливатели, основанные на неполном LU-разложении ( $ILU(0)$ , $ILU(p)$ , $ILU(t)$ предобуславливатели).	ПК-2
13. Численное решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения, семейство методов Рунге-Кутты. Параллельное решение систем линейных дифференциальных уравнений; применение методов 1-го, 2-го и 4-го порядков. Конвейеризация при решении разреженных систем.	ПК-2

14. Решение задач вычислительной математики методом Монте-Карло. Генерация псевдослучайных чисел, примеры генераторов. Параллельная генерация псевдослучайных чисел, метод с перешагиванием, метод разделения последовательности (на примере линейного конгруэнтного генератора).	ПК-2
---	------

#### **5.2.2. Типовые темы лабораторных работ для оценки сформированности компетенции ОПК-4**

- Лабораторная работа «Вычисление определенного интеграла методом прямоугольников. Отладка, оптимизация, параллелизм».
- Лаб. работа «Параллельная сортировка вещественных чисел за линейное время».
- Лабораторная работа «Применение методов прогонки и редукции для решения СЛАУ с ленточной матрицей на примере задачи вычисления цены составного опциона».

#### **5.2.3. Типовые темы лабораторных работ для оценки сформированности компетенции ПК-2**

- Лабораторная работа «Решение разреженных СЛАУ итерационными методами в задаче распространения тепла в пластине».
- Лабораторная работа «Решение дифференциальных уравнений в частных производных на примере задачи распространения тепла в пластине».
- Лабораторная работа «Параллельные методы Монте-Карло в задаче вычисления справедливой цены опциона европейского типа».

#### **5.2.4. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ОПК-4**

*Вопросы по прямым алгоритмам решения СЛАУ*

1. Метод встречной прогонки:
  - а. плохо параллелится, ускорение отсутствует
  - б. + хорошо параллелится для любых задач.
  - с. хорошо параллелится, но только в случае задач небольшого размера.
2. Какой из трех вариантов LU-разложения (по столбцу, по строке, компактная схема) более предпочтителен при реализации (матрица хранится по строкам)?
  - а. +По столбцу, так как при вычислении  $j$ -го столбца используются все элементы строк от  $j$ -й до  $n$ -й, а доступ к строке матрицы в языке С организован эффективно.
  - б. По строке, так как при вычислении  $i$ -й строки используются все элементы столбцов от 1-го до  $i$ -го, а доступ к столбцу матрицы в языке С организован эффективно.
  - с. Компактная схема, так как она обладает меньше трудоемкостью.

*Вопросы по методам Монте-Карло*



1. Скорость сходимости методов Монте-Карло (в зависимости от числа испытаний  $N$ ) составляет
    - a.  $O(1/N^2)$
    - b.  $O(1/N)$
    - c.  $+O(1/N^{1/2})$
  2. При вычислении определенных интегралов методом Монте-Карло погрешность вычислений
    - a. +не зависит от кратности интеграла
    - b. зависит от кратности интеграла при любом числе переменных
    - c. зависит от кратности интеграла при интегрировании по трем и более переменным
- Вопросы по методам решения дифференциальных уравнений в частных производных*
1. Явная разностная схема в задачах гиперболического типа (уравнения колебаний) эффективно распараллеливается на большое число потоков:
    - a. Для сеток небольшого размера
    - b. Для сеток любого размера, при котором сетка уместается в оперативную память
    - c. + Для задач с трудоемкой правой частью
    - d. Для задач с любыми правыми частями
  2. Явная разностная схема в задачах параболического типа (уравнение теплопроводности) не эффективна в параллельных системах в силу
    - a. Неэффективного использования оперативной памяти
    - b. +Зависимости между шагами сетки, ограничивающими шаг сетки по времени
    - c. Сложности расчетных формул алгоритма

#### **5.2.5. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции**

##### **ПК-2**

*Вопросы по прямым алгоритмам решения СЛАУ*

1. Будет ли блочный алгоритм LU-разложения эффективнее обычного алгоритма?
  - a. Нет, в силу одинаковой трудоемкости методы одинаково эффективны
  - b. Нет, обычный алгоритм эффективнее в силу меньшей трудоемкости
  - c. Да, блочный алгоритм эффективнее в силу меньшей трудоемкости
  - d. +Да, блочный алгоритм эффективнее при одинаковой трудоемкости в силу правильного использования кэш-памяти.
2. Какой из трех вариантов разложения Холецкого (строчный, столбцовый, с изменением подматрицы) предпочтителен при реализации (матрица хранится по строкам)?
  - a. Строчный, так как при вычислении  $i$ -й строки используются все элементы столбцов от 1-го до  $i$ -го, а доступ к столбцу матрицы в языке C организован эффективно.
  - b. +Столбцовый, так как при вычислении  $j$ -го столбца используются все элементы строк от  $j$ -й до  $n$ -й, а доступ к строке матрицы в языке C организован эффективно.
  - c. Алгоритм, изменяющий подматрицу, так как он менее трудоемкий, чем первые два.

### *Вопросы по методам Монте-Карло*

1. При параллельной генерации псевдослучайных чисел методом разделения последовательности потоки параллельной программы:
  - a. Используют один и тот же генератор ПСЧ, выбирая из последовательности ПСЧ числа с некоторым шагом
  - b. +Используют один и тот же генератор ПСЧ, выбирая из последовательности ПСЧ подряд идущие числа, начиная с некоторого заданного номера
  - c. Используют набор из нескольких генераторов одного типа, выбирая числа с разных генераторов
2. При параллельной генерации псевдослучайных чисел методом параметризации потоки параллельной программы:
  - a. Используют один и тот же генератор ПСЧ, выбирая из последовательности ПСЧ числа с некоторым шагом
  - b. Используют один и тот же генератор ПСЧ, выбирая из последовательности ПСЧ подряд идущие числа, начиная с некоторого заданного номера
  - c. +Используют набор из нескольких генераторов одного типа, выбирая числа с разных генераторов

### *Вопросы по методам решения дифференциальных уравнений в частных производных*

1. При распараллеливании неявной разностной схемы в задачах параболического типа (уравнение теплопроводности) эффективнее всего использовать параллельный
  - a. +Метод прогонки
  - b. Метод Холецкого
  - c. Метод Гаусса
2. Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в двумерной области требует решения системы линейных алгебраических уравнений
  - a. с трехдиагональной матрицей
  - b. с четырехдиагональной матрицей
  - c. + с пятидиагональной матрицей
  - d. с шестидиагональной матрицей

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **а) основная литература:**

- В.П. Гергель, К.А. Баркалов, И.Б. Мееров, А.В. Сысоев, и др. Параллельные вычисления. Технологии и численные методы: Учебное пособие в 4 томах. - Н. Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2013. (50 экз)
- Гергель В.П. Высокопроизводительные вычисления для многопроцессорных многоядерных систем. - М.: Издательство Московского университета, 2010. (47 экз)
- Белов С.А., Золотых Н.Ю. Численные методы линейной алгебры. - Н.Новгород, Изд-во ННГУ, 2005. (100 экз)
- Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М - Численные методы: учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. вузов. - М.: Бинوم. Лаборатория знаний, 2003. (49 экз)

- Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. - М.: Наука, 1977. (57 экз)
  - Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.: Наука, 1989. (42 экз)
  - Самарский А.А. Введение в численные методы. - М.: Наука, 1987. (64 экз)
- б) дополнительная литература:
- Вержбицкий В.М. Численные методы (математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения). - М.: Высшая школа, 2001. (11 экз)
  - Ширяев А. Н. Вероятность, - М.: Наука. 1989. (92 экз)
- в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы
- Бояршинов Б.С. Численные методы, курс лекций – <http://www.intuit.ru/studies/courses/2317/617/info>
  - Лобанов А.И. Численные методы решения уравнений в частных производных, курс лекций – <http://www.intuit.ru/studies/courses/1181/374/info>
  - Гергель В.П. Введение в методы параллельного программирования, курс лекций – <http://www.intuit.ru/studies/courses/1021/284/info>
  - Якововский М.В. Введение в параллельные алгоритмы, курс лекций – <http://www.intuit.ru/studies/courses/1022/296/info>

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и лабораторного типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению 01.04.02 Прикладная математика и информатика.

Автор: \_\_\_\_\_ К.А. Баркалов

Рецензент: \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Р.Г. Стронгин

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от «30» ноября 2022 г. протокол № 13.