

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования\_  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Вариационное исчисление и методы оптимизации

---

Уровень высшего образования

Специалитет

---

Направление подготовки / специальность

01.05.01 - Фундаментальные математика и механика

---

Направленность образовательной программы

Фундаментальная механика и приложения

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.20 Вариационное исчисление и методы оптимизации относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	ОПК-1.1: Знает основы фундаментальных физико-математических дисциплин и других естественных наук. ОПК-1.2: Умеет формулировать, анализировать и решать профессиональные задачи с применением фундаментальных знаний математики, физики и других естественных наук. ОПК-1.3: Имеет практический опыт постановки и решения актуальных задач математики и механики.	ОПК-1.1: Знать: основы выпуклого анализа; основные понятия и аппарат математического программирования и классического вариационного исчисления, основные алгоритмы решения задач математического программирования и вариационного исчисления.  ОПК-1.2: Уметь: определять тип задачи математического программирования; определять тип задачи вариационного исчисления; решать простейшие задачи каждого типа; правильно выбрать численный метод решения задачи конечномерной оптимизации; строить оптимизационные модели простейшего типа.  ОПК-1.3: Владеть: методами математического программирования и классического вариационного исчисления; навыками применения компьютерных технологий для реализации численных методов оптимизации.	Задачи Контрольная работа	Зачёт: Задачи  Экзамен: Задачи Контрольные вопросы

ОПК-2: Способен создавать, анализировать и реализовывать новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении	ОПК-2.1: Знает основные положения, терминологию и методологию в области математического и алгоритмического моделирования. ОПК-2.2: Умеет осуществлять анализ и выбор методов решения задач профессиональной и научной деятельности на основе теоретических знаний в области математических и компьютерных наук. ОПК-2.3: Имеет практический опыт разработки новых методов математического моделирования для решения задач профессиональной и научной деятельности.	ОПК-2.1: Знать примеры прикладных задач, допускающих формализацию в виде задач математического программирования и классического вариационного исчисления, и численные методы оптимизации: методы минимизации унимодальных функций, одношаговые и двухшаговые градиентные методы, методы Ньютона и Ньютона-Рафсона, квазиньютоновские методы для решения задач безусловной многомерной оптимизации, методы проекции градиента, условного градиента и штрафных функций для решения задач условной многомерной оптимизации.  ОПК-2.2: Уметь формализовать прикладные задачи оптимизации, правильно выбирать численный метод решения и понимать основные принципы его компьютерной реализации.  ОПК-2.3: Владеть численными и аналитическими методами оптимизации.	Задачи Контрольная работа	Зачёт: Задачи  Экзамен: Задачи Контрольные вопросы
--	--	---	---------------------------------	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>8</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>288</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
<b>- занятия лекционного типа</b>	<b>64</b>

- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	64
- КСР	3
самостоятельная работа	121
Промежуточная аттестация	36 Экзамен, Зачёт

### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора- торные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Тема 1. Выпуклые множества.	16	4	4	8	8
Тема 2. Выпуклые функции.	16	4	4	8	8
Тема 3. Постановка общей задачи оптимизации и условия существования решения.	8	2	2	4	4
Тема 4. Общая задача безусловной оптимизации.	8	2	2	4	4
Тема 5. Общая задача условной оптимизации.	8	2	2	4	4
Тема 6. Задача математического программирования: постановка и основные результаты.	16	4	4	8	8
Тема 7. Условия регулярности.	16	4	4	8	8
Тема 8. Условия оптимальности второго порядка.	8	2	2	4	4
Тема 9. Выпуклое программирование.	16	4	4	8	8
Тема 10. Линейное программирование.	8	2	2	4	4
Тема 11. Численные методы одномерной оптимизации.	8	2	2	4	4
Тема 12. Численные методы безусловной многомерной оптимизации.	16	4	4	8	8
Тема 13. Численные методы условной многомерной оптимизации.	16	4	4	8	8
Тема 14. Простейшая задача вариационного исчисления.	22	6	6	12	10
Тема 15. Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления.	22	6	6	12	10
Тема 16. Изопериметрические задачи.	15	4	4	8	7
Тема 17. Задача Лагранжа.	15	4	4	8	7
Тема 18. Задача оптимального управления.	15	4	4	8	7
Аттестация	36				
КСР	3				3
Итого	288	64	64	131	121

### Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Выпуклые множества. Определение и простейшие свойства выпуклых множеств. Граничные точки выпуклых множеств. Проекция точки на множество. Теоремы о проекции. Неотрицательная и выпуклая комбинации точек. Коническая и выпуклая оболочки множества. Теоремы отделимости выпуклых множеств. Опорные гиперплоскости.

Тема 2. Выпуклые функции. Определение выпуклой функции и его геометрический смысл. Простейшие свойства выпуклых функций. Дифференцируемость выпуклой функции по возможным направлениям. Свойство непрерывности выпуклой функции. Критерии выпуклости в классе дифференцируемых функций нескольких переменных. Критерий выпуклости в классе дважды дифференцируемых функций многих переменных. Точки минимума выпуклых функций. Критерий точки минимума выпуклой функции. Сильно выпуклые функции.

Тема 3. Постановка общей задачи оптимизации и условия существования решения. Общая задача оптимизации, классификация, примеры. Теорема Вейерштрасса и ее следствия.

Тема 4. Общая задача безусловной оптимизации. Гладкие задачи на безусловный экстремум.

Необходимые условия первого и второго порядка. Достаточные условия второго порядка.

Тема 5. Общая задача условной оптимизации. Направления спуска. Необходимое и достаточное условия направления спуска для дифференцируемых функций. Необходимое условие оптимальности в общей задаче минимизации. Гладкие задачи на условный экстремум. Необходимое условие оптимальности первого порядка. Необходимое и достаточное условие оптимальности второго порядка.

Тема 6. Задача математического программирования: постановка и основные результаты. Постановка задачи математического программирования. Классификация задач математического программирования. Принцип Лагранжа и его геометрический смысл. Достаточное условие глобального минимума в задаче выпуклого программирования.

Тема 7. Условия регулярности. Достаточные условия регулярности в задаче математического программирования: простейшее условие, условие Слейтера, условие линейности.

Тема 8. Условия оптимальности второго порядка. Необходимые и достаточные условия оптимальности второго порядка.

Тема 9. Выпуклое программирование. Теорема Куна-Таккера ( К-Т ) в дифференциальной форме.

Теорема К-Т в форме утверждения о седловой точке. Понятие двойственной задачи и ее свойства.

Теорема двойственности. Теорема Куна-Таккера в форме двойственности.

Тема 10. Линейное программирование. Классификация задач линейного программирования.

Достаточные условия существования решения. Конкретизация основных результатов теории выпуклого программирования на случай задачи линейного программирования.

Тема 11. Численные методы одномерной оптимизации. Классификация численных методов оптимизации. Одномерная минимизация. Минимизация унимодальных функций: метод дихотомии, метод половинного деления, метод золотого сечения.

Тема 12. Численные методы безусловной многомерной оптимизации. Градиентные методы и метод Ньютона, понятие о квазиньютоновских методах, методы сопряженных направлений и сопряженных градиентов.

Тема 13. Численные методы условной многомерной оптимизации. Симплекс-метод для решения задач линейного программирования. Методы условного градиента и проекции градиента; идея метода штрафных функций.

Тема 14. Простейшая задача вариационного исчисления. Постановка простейшей задачи вариационного исчисления. Задача о брахистохроне. Понятия глобального минимума, слабого и сильного локального минимума. Необходимые условия слабого локального минимума. Достаточные условия глобального минимума. Необходимые и достаточные условия слабого и сильного локального минимума.

Тема 15. Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления: случай вектор-функций, случай старших производных, случай двух независимых переменных, случай подвижных концов, экстремали с угловыми точками.

Тема 16. Изопериметрические задачи. Простейшая изопериметрическая задача, задача Дидоны.

Простейшая изопериметрическая задача в векторной форме.

Тема 17. Задача Лагранжа. Общая задача со связями, задача с фазовыми ограничениями, задача Лагранжа. Задача Чаплыгина о самолете.

Тема 18. Задача оптимального управления. Простейшая задача оптимального управления классического и понত্রягинского типа, Необходимые условия оптимальности, принцип максимума Понтрягина.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ от 13.02.2014.

[http://www.unn.ru/pages/general/norm-acts/attest\\_stud%202014.pdf](http://www.unn.ru/pages/general/norm-acts/attest_stud%202014.pdf)

1. Сумин В.И. Симплекс-метод решения задач линейного программирования.

Методическая раз-работка по курсу "Методы оптимизации". - Горький: Изд-во ГГУ, 1989 (40).

2. Чернов А.В. Применение системы MATLAB к решению простейшей задачи вариационного исчисления. Н.Новгород: ННГУ, 2007 (85).

3. Чернов А.В. Численные методы одномерной минимизации. Н.Новгород: ННГУ, 2009 (62).

4. Чернов А.В. Численные методы безусловной минимизации функций многих переменных. Н.Новгород: ННГУ, 2010 (52).

5. Чернов А.В. Численные методы условной минимизации функций многих переменных. Н.Новгород: ННГУ, 2010 (70).

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

#### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

**5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

**5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:**

Проверить на выпуклость функцию  $f(x) = (x_1)^2 - x_1x_2 + (x_2)^2$  на множестве  $X = R^2$ .

**5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-2:**

Существует ли точка глобального минимума в задаче оптимизации:

$$f(x, y) = 5x - 3y \rightarrow \min, \quad x^2 + y^2 \leq 4 \quad ? \text{ Почему?}$$

**Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)**

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	задачи решены правильно
не зачтено	задачи не решены или решены неправильно

### 5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Решить с помощью метода множителей Лагранжа задачу оптимизации:

$$f(x, y) = 5x - 3y \rightarrow \min, \quad x^2 + y^2 \leq 4.$$

### 5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-2:

Решить задачу линейного программирования с помощью теории

двойственности: 
$$\begin{cases} f(x, y, z) = 2x - y + 3z \rightarrow \min \\ x + 3y - 2z \leq 2, & 2x - y + z = 4, \\ y, z \geq 0. \end{cases}$$

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	задачи решены правильно
не зачтено	задачи не решены или решены неправильно

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полностью знания вследствие отказа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

	обучающегося от ответа			негрубых ошибок	несущественных ошибок		
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»



**5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:**

**5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1**

Решить задачу  $f(x, y) = x^2 + y^2 \rightarrow \min$  методом Ньютона, начав с точки (1,1).

**5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-2**

Решить задачу квадратического программирования с помощью теоремы Куна-Таккера:

$$\begin{cases} f(x, y) = 3x^2 - 2xy + y^2 + x \rightarrow \min, \\ x + 2y \leq 1 \\ x \geq 0. \end{cases}$$

**Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)**

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	задачи решены правильно
не зачтено	задачи не решены или решены неправильно

**5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1**

Решить простейшую задачу вариационного исчисления:

$$\mathcal{J}[y] = \int_0^1 [(y')^2 + 2xy] dx \rightarrow \min, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 0.$$

**5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-2**

Решить задачу  $f(x, y) = x^2 + y^2 \rightarrow \min$  методом Ньютона, начав с точки (1,1).

**Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)**

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	умеет решать задачи любого уровня сложности и приводить теоретическое обоснование решения со ссылками на теоремы из лекционного курса,

Оценка	Критерии оценивания
	способен дать полные формулировки используемых теорем.
отлично	умеет решать задачи типового уровня и приводить теоретическое обоснование решения со ссылками на теоремы из лекционного курса, способен дать полные формулировки используемых теорем
очень хорошо	умеет решать задачи типового уровня и приводить теоретическое обоснование решения со ссылками на теоремы из лекционного курса
хорошо	умеет решать задачи типового уровня и отвечать на вопросы по ходу решения, знает основные понятия и формулировки
удовлетворительно	умеет решать задачи простейшего уровня, знает основные понятия
неудовлетворительно	решает задачи простейшего уровня с серьезными недочетами, не знает основных понятий
плохо	полностью неспособен решать задачи простейшего уровня, не знает основных понятий

### 5.3.5 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Элементарный выпуклый анализ

1. Определение и простейшие свойства выпуклых множеств.
  2. Граничные точки выпуклых множеств.
  3. Проекция точки на множество. Теоремы о проекции.
  4. Неотрицательная и выпуклая комбинации точек.
  5. Коническая и выпуклая оболочки множества.
  6. Теоремы отделимости выпуклых множеств.
  7. Опорные гиперплоскости.
  8. Сопряженный конус. Теорема Фаркаша.
  9. Возможные (допустимые) направления.
  10. Определение выпуклой функции и его геометрический смысл.
- Простейшие свойства выпуклых функций.

11. Дифференцируемость выпуклой функции по возможным направлениям.
12. Свойство непрерывности выпуклой функции.
13. Критерии выпуклости в классе дифференцируемых функций нескольких переменных.
14. Критерий выпуклости в классе дважды дифференцируемых функций многих переменных.
15. Точки минимума выпуклых функций. Критерий точки минимума выпуклой функции.
16. Сильно выпуклые функции.

#### Общая задача оптимизации

1. Понятие о математической теории оптимизации и математическом программировании (МП) как одном из ее разделов. Примеры задач оптимизации.
2. Теорема Вейерштрасса и ее следствия.
3. Гладкие задачи на безусловный экстремум. Необходимые условия первого порядка.
4. Гладкие задачи на безусловный экстремум. Необходимые условия второго порядка.
5. Гладкие задачи на безусловный экстремум. Достаточные условия второго порядка.
6. Направления спуска. Необходимое условие оптимальности в общей задаче минимизации. Необходимое и достаточное условия направления спуска для дифференцируемых функций.
7. Гладкие задачи на условный экстремум. Необходимое условие оптимальности первого порядка.

8. Гладкие задачи на условный экстремум. Необходимое условие оптимальности в классе дважды дифференцируемых функций.

9. Гладкие задачи на условный экстремум. Достаточное условие оптимальности в классе дважды дифференцируемых функций.

Гладкие задачи математического программирования

1. Классификация задач математического программирования.

2. Принцип Лагранжа и его геометрический смысл.

3. Достаточное условие глобального минимума в задаче выпуклого программирования.

4. Простейшее условие регулярности в задаче математического программирования.

5. Достаточные условия регулярности в задаче математического программирования: условие Слейтера.

6. Достаточные условия регулярности в задаче математического программирования: условие линейности.

7. Необходимые условия второго порядка в задаче математического программирования.

8. Достаточные условия второго порядка в задаче математического программирования.

Выпуклое и линейное программирование

1. Выпуклое программирование. Теорема Куна-Таккера в дифференциальной форме.

2. Понятие седловой точки функции Лагранжа. Критерий седловой точки.

3. Теорема Куна-Таккера в форме утверждения о седловой точке. Связь с теоремой Куна-Таккера в дифференциальной форме.

4. Понятие двойственной задачи и ее свойства.

5. Теорема двойственности.
6. Теорема Куна-Таккера в форме двойственности.
7. Теорема существования решения в задачах ЛП.
8. Теория двойственности для задач ЛП.

### **5.3.6 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-2**

Вариационное исчисление

1. Простейшая задача вариационного исчисления. Классификация экстремумов. Экстремали функционала и экстремали задачи.
2. Основные леммы вариационного исчисления.
3. Необходимые условия слабого локального экстремума в простейшей задаче вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
4. Задача о брахистохроне.
5. Задачи вариационного исчисления со старшими производными.  
Уравнение Эйлера-Пуассона.
6. Задачи вариационного исчисления с вектор-функциями. Система уравнений Эйлера.
7. Задачи вариационного исчисления с функциями нескольких переменных. Уравнение Эйлера-Остроградского.
8. Принцип Гамильтона-Остроградского.
9. Изопериметрические задачи: постановка, принцип Лагранжа, условия регулярности.
10. Задача Дидоны.
11. Задача Лагранжа.

12. Задача оптимального управления классического типа.

Необходимые условия оптимальности.

13. Задача оптимального управления понтрягинского типа.

Принцип максимума Л.С.Понтрягина.

5.3.6 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-3

Численные методы одномерной оптимизации

1. Классификация численных методов оптимизации.

2. Метод дихотомии.

3. Метод половинного деления.

4. Метод золотого сечения.

Численные методы многомерной оптимизации

1. Безусловная минимизация функций многих переменных: простейший

градиентный метод. Теорема о сходимости.

2. Безусловная минимизация функций многих переменных: овражный эффект.

3. Безусловная минимизация функций многих переменных: метод наискорейшего спуска. Теорема о сходимости.

4. Безусловная минимизация функций многих переменных: метод Ньютона:

идея, алгоритм, достоинства и недостатки, сравнение с градиентными методами.

5. Условная минимизация функций многих переменных: метод проекции градиента. Теорема о сходимости.

6. Условная минимизация функций многих переменных: метод условного градиента. Теорема о сходимости.

7. Условная минимизация функций многих переменных: метод квадратичного штрафа.

8. Симплекс-метод решения задач линейного программирования:

каноническая задача ЛП. Приведение задач ЛП к каноническому виду.

9. Основные определения симплекс-метода: вершина, ребро, базис вершины.

Соответствие между вершинами и базисами. Ребра, выходящие из невырожденной вершины.

10. Итерационный алгоритм симплекс-метода в невырожденном случае.

Итерационные формулы. Симплекс-таблица (СТ). Анализ и пересчет СТ.

11. Симплекс-метод решения задач линейного программирования:

отыскание начальной вершины методом искусственного базиса.

### **Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)**

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Знает все понятия и формулировки и доказательства всех теорем лекционного курса, и свободно в них ориентируется, понимая все явные и неявные взаимосвязи
отлично	Знает все понятия и формулировки и доказательства всех теорем лекционного курса
очень хорошо	Знает все понятия и формулировки всех теорем лекционного курса, помнит в общих чертах доказательства
хорошо	Знает все понятия и формулировки всех теорем лекционного курса и основную идею доказательств
удовлетворительно	Знает все основные понятия и формулировки всех основных теорем лекционного курса
неудовлетворительно	Не знает основных понятий и/или формулировок основных теорем
плохо	Не знает основных понятий, не знает формулировок основных теорем

### **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

Основная литература:

1. Сухарев Алексей Григорьевич. Курс методов оптимизации. - М. : Наука, 1986. - 325, [1] с. : ил. - 1.80., 3 экз.

2. Васильев Федор Павлович. Численные методы решения экстремальных задач : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности "Приклад. математика". - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М. : Наука, 1988. - 549 с. : ил. - ISBN 5-02-013796-0 (в пер.) : 1.60., 178 экз.
3. Эльсгольц Лев Эрнестович. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление : учебник. - 5-е изд. - М. : Эдиториал УРСС, 2002. - 320 с. - ISBN 5-354-00135-8 : 117.00., 68 экз.
4. Алексеев Владимир Михайлович. Сборник задач по оптимизации. Теория, примеры, задачи : учеб. пособие. - М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1984. - 288 с. - 28.00., 159 экз.

Дополнительная литература:

1. Поляк Борис Теодорович. Введение в оптимизацию. - М. : Наука, 1983. - 384 с. : ил. - 2.40., 12 экз.
2. Алексеев Владимир Михайлович. Оптимальное управление : [учеб. пособие для мат. специальностей вузов]. - М. : Наука, 1979. - 429 с. : ил. - 1.10., 81 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<http://www.lib.unn.ru/ebs.html>  
Система MATLAB.

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по специальности 01.05.01 - Фундаментальные математика и механика.

Автор(ы): Чернов Андрей Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент.

Рецензент(ы): Баландин Дмитрий Владимирович, доктор физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Иванченко Михаил Васильевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.