

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Комбинаторика

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

01.03.01 - Математика

Направленность образовательной программы

Математика (общий профиль)

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.22 Комбинаторика относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-3: Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках	ПК-3.1: Знать классические математические модели задач естествознания, численные методы решения базовых математических задач, математические методы обработки информации ПК-3.2: Уметь самостоятельно и корректно решать задачи естественнонаучного содержания, корректно использовать математические методы в конкретной предметной области, применять численные методы решения базовых математических задач и классических задач естествознания в практической деятельности ПК-3.3: Владеть навыками использования математических методов обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований или производственной деятельности	ПК-3.1: Знать постановку классических комбинаторных задач. ПК-3.2: Уметь по постановке задачи определять, какие результаты комбинаторики подходят для её решения. ПК-3.3: Владеть основными формулами, теоремами и методами доказательства в комбинаторике.	Контрольная работа	Зачёт: Контрольные вопросы

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	2
Часов по учебному плану	72
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	0
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	1
самостоятельная работа	55
Промежуточная аттестация	0 Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
1. Классические комбинаторные объекты.	10	0	2	2	8
2. Размещения, перестановки и сочетания без повторений.	11	0	2	2	9
3. Размещения, перестановки и сочетания с повторениями.	15	0	4	4	11
4. Упорядоченные разбиения.	15	0	4	4	11
5. Неупорядоченные разбиения.	11	0	2	2	9
6. Производящие функции.	9	0	2	2	7
Аттестация	0				
КСР	1				1
Итого	72	0	16	17	55

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Классические комбинаторные объекты. Основные вопросы перечислительной комбинаторики (вопрос о числе комбинаций определённого вида и вопрос об алгоритме составления списка всех комбинаций). «Правило суммы», «правило произведения», «правило равенства» и «теорема о последовательном выборе».
2. Размещения, перестановки и сочетания без повторений. Определения и формулы для вычисления числа размещений, перестановок и сочетаний без повторения. Типичные задачи. Биномиальная формула. Теорема о включениях и исключениях.

3. Размещения, перестановки и сочетания с повторениями. Определения и формулы для вычисления числа размещений, перестановок и сочетаний с повторениями. Типичные задачи.
4. Упорядоченные разбиения. Различные упорядоченные разбиения без ограничений и с ограничениями. Теоремы об их количествах. Задача Муавра.
5. Неупорядоченные разбиения. Различные неупорядоченные разбиения без ограничений и с ограничениями. Подсчёт их количества. Числа Стирлинга 1-го и 2-го рода.
6. Производящие функции. Подводящий пример: экспонента как степенной ряд. Определение производящей функции как формального степенного ряда. Алгебраические операции над производящими функциями. Последовательность Фибоначчи. Числа Каталана.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

- электронный курс "-" (-).
- открытый онлайн-курс МООС "-" (-).

Иные учебно-методические материалы: Нет

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-3:

Задача 1. На одной из кафедр университета работают S человек, среди которых T человек не знают ни одного иностранного языка, A человек знают английский, N – немецкий, F – французский, AN знают английский и немецкий, AF – английский и французский, NF – немецкий и французский, ANF знают все три языка. По заданным в таблице условиям восстановить недостающую информацию.

№	S	A	N	F	AF	AN	NF	ANF	T
1.	17	11	6	5	4	3	2	1	?
2.	16	?	9	7	4	4	5	2	3
3.	17	8	10	?	6	4	4	3	5
4.	20	11	8	5	7	3	4	?	7
5.	?	10	7	4	5	4	3	3	5
6.	17	12	9	7	8	?	5	4	3
7.	21	11	?	6	6	5	3	3	5
8.	26	14	11	5	?	4	3	2	6
9.	19	13	9	5	5	3	3	1	?
10.	17	?	9	6	6	4	4	2	2
11.	16	12	9	?	6	4	3	3	1
12.	17	13	6	4	6	3	2	?	3
13.	?	14	9	7	7	5	3	2	1
14.	18	15	8	6	7	?	4	3	2
15.	20	12	?	8	5	5	3	1	4
16.	23	14	8	7	?	4	4	2	5
17.	23	15	8	9	3	4	5	2	?
18.	?	14	7	8	4	5	4	3	1
19.	20	?	9	6	4	3	2	1	2
20.	25	11	14	10	6	4	?	2	3
21.	27	17	13	?	9	6	5	4	4
22.	30	18	14	9	9	5	4	?	4
23.	26	15	13	11	8	?	5	3	2
24.	28	17	?	10	11	5	7	4	4
25.	30	19	16	12	?	8	7	5	3
26.	35	20	16	15	10	8	9	6	?
27.	?	20	17	13	8	5	4	1	5
28.	39	?	17	13	8	5	6	2	4
29.	37	22	16	?	8	5	4	3	2
30.	33	19	18	11	9	?	7	2	3

Задача 2. Рассматриваются слова в алфавите $\{a_1, a_2, \dots, a_q\}$. Через n_i обозначается число вхождений буквы a_i в слово. Требуется подсчитать число слов длины n , удовлетворяющих данным условиям:

1. $q = 3, n = 9, n_1 \geq 6$;
2. $q = 4, n = 7, n_1 = 2n_2$;
3. $q = 4, n = 7, n_1 + n_2 < n_3 + n_4$;
4. $q = 5, n = 8, n_1 = n_2 + n_3 + n_4$;
5. $q = 3, n = 9, n_1 = 2, n_2 < n_3$;
6. $q = 5, n = 7, n_1 + n_2 = 3, n_3 \geq 2$;
7. $q = 3, n = 7, n_1 = n_2$;
8. $q = 3, n = 10, n_1 = n_2 + n_3$;
9. $q = 3, n = 7, n_1 + n_2 < n_3$;
10. $q = 4, n = 6, n_1 + n_2 = n_3$;
11. $q = 4, n = 5, n_1 < n_2$;
12. $q = 3, n = 8, n_1 + n_2 \geq 6$;
13. $q = 3, n = 8, 2 < n_1 < 6$;
14. $q = 3, n = 6, n_1 \leq n_2 \leq n_3$;
15. $q = 4, n = 7, n_1 \leq 2, n_2 + n_3 = 4$;
16. $q = 5, n = 8, n_1 = 4, n_2 \leq 3$;
17. $q = 4, n = 6, n_1 \geq n_2 + n_3 + n_4$;
18. $q = 4, n = 8, n_1 + n_2 = 3, n_3 \geq 2$;
19. $q = 4, n = 9, n_1 > n_2 > 2$;
20. $q = 5, n = 6, n_1 = n_2$;
21. $q = 5, n = 6, n_1 + n_2 = n_3 + n_4$;
22. $q = 4, n = 8, n_1 = 2, n_2 \geq 3$;
23. $q = 5, n = 7, n_1 \leq 2, n_2 + n_3 + n_4 = 3$;
24. $q = 4, n = 8, n_1 + n_2 \leq 4, n_3 = 1$;
25. $q = 5, n = 7, n_1 = n_2 = n_3$;
26. $q = 4, n = 7, n_1 < n_2 < 4$;
27. $q = 5, n = 6, n_1 + n_2 > n_3 + n_4 + n_5$;
28. $q = 5, n = 7, n_1 + n_2 + n_3 < n_4 < 4$;
29. $q = 4, n = 8, 2n_1 + n_2 = 6$;
30. $q = 3, n = 9, n_1 \geq n_2 + n_3$.

Задача 3. Сколькими способами можно переставить буквы слова:

1. «здание», чтобы гласные шли в алфавитном порядке;
2. «перешеек», чтобы четыре буквы «е» не шли подряд;
3. «ежевика», чтобы «и» шла непосредственно после «к»;
4. «тарантас», чтобы две буквы «а» не шли подряд;
5. «каракули», чтобы никакие две гласные не стояли рядом;
6. «группоид», чтобы не менялся порядок гласных букв;
7. «перемена», чтобы три буквы «е» не шли подряд;
8. «столовая», чтобы никакие две гласные не стояли рядом;
9. «фигура», чтобы согласные шли в алфавитном порядке;
10. «баобаб», чтобы три буквы «б» не шли подряд;
11. «тетрадь», чтобы «ь» шла непосредственно после «р»;
12. «колокола», чтобы две буквы «о» не шли подряд;
13. «симфония», чтобы никакие две согласные не стояли рядом;
14. «симметрия», чтобы не менялся порядок гласных букв;
15. «кукуруза», чтобы две буквы «у» не шли подряд;
16. «алгебра», чтобы «р» шла непосредственно после «а»;
17. «автобус», чтобы гласные шли в алфавитном порядке;
18. «карандаш», чтобы две буквы «а» не шли подряд;
19. «решение», чтобы «е» шла непосредственно после «н»;
20. «множество», чтобы согласные шли в алфавитном порядке;

21. «апелляция», чтобы «я» шла непосредственно после «л»;
22. «гиппопотам», чтобы гласные шли в алфавитном порядке;
23. «баллада», чтобы две буквы «а» не шли подряд;
24. «интеллект», чтобы «л» шла непосредственно после «е»;
25. «идиллия», чтобы три буквы «и» не шли подряд;
26. «пассажир», чтобы согласные шли в алфавитном порядке;
27. «диаграмма», чтобы «м» шла непосредственно после «а»;
28. «оперетта», чтобы не менялся порядок гласных букв;
29. «гипербола», чтобы гласные шли в алфавитном порядке;
30. «баррикада», чтобы две буквы «а» не шли подряд.

Задача 4. Сколько решений в целых числах имеет уравнение $x_1 + x_2 + \dots + x_q = n$, если:

1. $q = 4$, $n = 28$ и $x_1 \geq 2$, $x_2 \geq 4$, $x_3 \geq -3$, $x_4 \geq 10$;
2. $q = 5$, $n = 7$ и $x_1 \geq -3$, $x_2 \geq 1$, $x_3 \geq -8$, $x_4 \geq 2$, $x_5 \geq -2$;
3. $q = 3$, $n = 16$ и $x_1 \geq 1$, $x_2 \geq 3$, $x_3 \geq 5$;
4. $q = 4$, $n = 17$ и $x_1 \geq 3$, $x_2 \geq -6$, $x_3 \geq 18$, $x_4 \geq -13$;
5. $q = 4$, $n = 35$ и $x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 16$, $x_3 \geq 8$, $x_4 \geq -1$;
6. $q = 5$, $n = 33$ и $x_1 \geq -3$, $x_2 \geq -1$, $x_3 \geq 14$, $x_4 \geq 13$, $x_5 \geq 2$;
7. $q = 4$, $n = 6$ и $x_1 \geq -4$, $x_2 \geq -6$, $x_3 \geq 7$, $x_4 \geq 2$;
8. $q = 3$, $n = 9$ и $x_1 \geq -3$, $x_2 \geq 4$, $x_3 \geq -2$;
9. $q = 4$, $n = 11$ и $x_1 \geq 11$, $x_2 \geq 4$, $x_3 \geq -13$, $x_4 \geq 2$;
10. $q = 5$, $n = 21$ и $x_1 \geq 5$, $x_2 \geq 6$, $x_3 \geq -7$, $x_4 \geq 8$, $x_5 \geq -1$;
11. $q = 4$, $n = 0$ и $x_1 \geq -11$, $x_2 \geq -6$, $x_3 \geq 8$, $x_4 \geq 2$;
12. $q = 3$, $n = 24$ и $x_1 \geq 10$, $x_2 \geq 2$, $x_3 \geq 6$;
13. $q = 4$, $n = 37$ и $x_1 \geq -1$, $x_2 \geq 12$, $x_3 \geq 7$, $x_4 \geq 11$;
14. $q = 4$, $n = 40$ и $x_1 \geq 5$, $x_2 \geq 9$, $x_3 \geq 16$, $x_4 \geq 4$;
15. $q = 5$, $n = 14$ и $x_1 \geq -5$, $x_2 \geq -2$, $x_3 \geq 10$, $x_4 \geq -4$, $x_5 \geq 9$;
16. $q = 4$, $n = 29$ и $x_1 \geq 8$, $x_2 \geq 9$, $x_3 \geq -4$, $x_4 \geq 7$;
17. $q = 4$, $n = 30$ и $x_1 \geq -8$, $x_2 \geq 19$, $x_3 \geq 11$, $x_4 \geq -1$;
18. $q = 3$, $n = 43$ и $x_1 \geq 23$, $x_2 \geq 6$, $x_3 \geq 7$;
19. $q = 4$, $n = 50$ и $x_1 \geq 9$, $x_2 \geq 10$, $x_3 \geq 11$, $x_4 \geq 12$;
20. $q = 4$, $n = 28$ и $x_1 \geq -3$, $x_2 \geq 16$, $x_3 \geq 11$, $x_4 \geq -2$;
21. $q = 5$, $n = 13$ и $x_1 \geq -4$, $x_2 \geq -2$, $x_3 \geq 8$, $x_4 \geq -3$, $x_5 \geq 7$;

22. $q = 4, n = 10$ и $x_1 \geq -3, x_2 \geq 6, x_3 \geq -5, x_4 \geq 4$;
23. $q = 4, n = 18$ и $x_1 \geq 3, x_2 \geq 5, x_3 \geq -1, x_4 \geq 3$;
24. $q = 3, n = 22$ и $x_1 \geq -1, x_2 \geq 9, x_3 \geq 8$;
25. $q = 4, n = 32$ и $x_1 \geq 2, x_2 \geq 4, x_3 \geq 12, x_4 \geq 9$;
26. $q = 4, n = 42$ и $x_1 \geq 11, x_2 \geq 10, x_3 \geq 9, x_4 \geq 8$;
27. $q = 5, n = 2$ и $x_1 \geq -9, x_2 \geq -2, x_3 \geq 1, x_4 \geq 3, x_5 \geq -1$;
28. $q = 4, n = 20$ и $x_1 \geq 6, x_2 \geq 5, x_3 \geq -2, x_4 \geq 3$;
29. $q = 4, n = 37$ и $x_1 \geq 7, x_2 \geq 9, x_3 \geq 11, x_4 \geq 5$;
30. $q = 3, n = 39$ и $x_1 \geq 10, x_2 \geq 8, x_3 \geq 14$.

Задача 5. Сколько делителей имеет число:

- | | | |
|---|---|--|
| 1. $2^{10} \cdot 5^{15} \cdot 23^3$; | 11. $5^{16} \cdot 7^7 \cdot 17^2$; | 21. $2^{11} \cdot 5^{22} \cdot 11^5$; |
| 2. $11^{16} \cdot 19^9 \cdot 23^2$; | 12. $7^{10} \cdot 11^{11} \cdot 17^9$; | 22. $2^{12} \cdot 7^{13} \cdot 11^6$; |
| 3. $11^{14} \cdot 13^4 \cdot 23^8$; | 13. $11^{13} \cdot 13^9 \cdot 17^5$; | 23. $5^{14} \cdot 7^{11} \cdot 11^2$; |
| 4. $13^{11} \cdot 19^7 \cdot 23^5$; | 14. $3^{11} \cdot 11^{17} \cdot 13^4$; | 24. $3^8 \cdot 5^{17} \cdot 11^4$; |
| 5. $3^{13} \cdot 13^{13} \cdot 19^6$; | 15. $3^9 \cdot 5^{16} \cdot 13^5$; | 25. $3^3 \cdot 7^7 \cdot 11^{11}$; |
| 6. $2^5 \cdot 11^{18} \cdot 19^3$; | 16. $2^{14} \cdot 3^8 \cdot 13^{11}$; | 26. $3^{12} \cdot 5^{11} \cdot 7^9$; |
| 7. $5^9 \cdot 17^{16} \cdot 19^6$; | 17. $7^{14} \cdot 11^7 \cdot 13^2$; | 27. $2^{13} \cdot 3^{16} \cdot 7^8$; |
| 8. $11^8 \cdot 17^{17} \cdot 19^5$; | 18. $5^8 \cdot 11^9 \cdot 13^4$; | 28. $3^{12} \cdot 5^{16} \cdot 7^{10}$; |
| 9. $13^7 \cdot 17^{14} \cdot 19^6$; | 19. $5^{16} \cdot 7^{10} \cdot 13^2$; | 29. $2^{12} \cdot 5^{18} \cdot 7^9$; |
| 10. $2^{10} \cdot 11^{16} \cdot 17^6$; | 20. $5^{15} \cdot 7^9 \cdot 11^3$; | 30. $2^{13} \cdot 3^{17} \cdot 5^4$. |

Задача 6.1. Сколько ожерелий можно составить из 5 одинаковых красных бусинок и двух одинаковых синих бусинок?

Задача 6.2. В киоске «Союзпечать» продаются 5 видов конвертов и 4 вида марок. Сколькими способами можно купить конверт с маркой?

Задача 6.3. Сколькими способами можно выбрать гласную и согласную буквы из слова «КОМБИНАТОРИКА»?

Задача 6.4. На доске написаны 7 существительных, 5 глаголов и 2 прилагательных. Для предложения нужно выбрать по одному слову каждой из этих частей речи. Сколькими способами это можно сделать?

Задача 6.5. Сколькими способами можно сделать трехцветный флаг с горизонтальными полосами одинаковой ширины, если имеется материя шести различных цветов?

Задача 6.6. Монету бросают 10 раз. Сколько разных последовательностей орлов и решек можно при этом получить?

Задача 6.7. Сколькими способами можно выложить в ряд красный, черный, синий и зеленый шарики?

Задача 6.8. Группа изучает 10 предметов. В понедельник – 4 пары, причем все разные. Сколькими способами можно составить расписание на понедельник?

Задача 6.9. Сколькими способами можно заполнить одну карточку в лотерее «Спорт-прогноз»? (В этой лотерее нужно предсказать итог тринадцати спортивных матчей. Итог каждого матча – победа либо поражение).

Задача 6.10. Каждую клетку квадратной таблицы 2×2 можно покрасить в черный или белый цвет. Сколько существует различных раскрасок этой таблицы?

Задача 6.11. Сколько можно сделать различных стандартных автомобильных номеров? Стандартный номер имеет вид: A123BV45 – буква, три цифры, две буквы, две цифры: на каждом месте, предназначенном для буквы, может быть любая из 33 букв русского алфавита, на каждом месте, предназначенном для цифры, может быть любая из 10 цифр.

Задача 6.12. Сколько существует различных семизначных телефонных номеров?

Задача 6.13. В алфавите некоторого племени всего 5 букв – *a, b, c, d* и *e*. Зато слово – это совершенно любая последовательность букв. Сколько в языке этого племени слов из 5 букв?

Задача 6.14. В языке одного племени было 5 гласных и 6 согласных, причем при составлении слов гласные и согласные непременно чередовались. Сколько слов из трех букв могло быть в этом языке?

Задача 6.15. Сколько есть 4-буквенных слов в русском алфавите, в которые входит хотя бы одна гласная? (Всего 33 буквы, 10 из них гласные.)

Задача 6.16. Сколькими способами можно выписать в ряд все буквы алфавита ровно по разу?

Задача 6.17. На полке стоят 5 книг. Сколькими способами можно выложить в стопку несколько из них (стопка может состоять и из одной книги)?

Задача 6.18. Кубик бросают трижды. Среди всех возможных последовательностей результатов есть такие, в которых хотя бы один раз встречается шестерка. Сколько их?

Задача 6.19. Лестница состоит из 7 ступенек, не считая верхней и нижней площадок. Спускаясь, можно перепрыгивать через некоторые ступеньки (можно даже через все 7). Сколькими способами можно спуститься по этой лестнице?

Задача 6.20. В пассажирском поезде 17 вагонов. Сколькими способами можно распределить по вагонам 17 проводников, если за каждым вагоном закрепляется один проводник?

Задача 6.21. У англичан принято давать детям несколько имен. Сколькими способами можно назвать ребенка, если ему дадут не более трех имен, а общее число имен равно 200?

Задача 6.22. В каждую клетку таблицы 10 на 10 требуется вписать 1 или 0. Сколькими способами можно заполнить таблицу?

Задача 6.23. Сколькими способами из полной колоды (52 карты) можно выбрать 3 карты разных мастей?

Задача 6.24. Сколько существует целых чисел от нуля до 9999, в записи которых имеется хотя бы две одинаковые цифры?

Задача 6.25. Сколько существует 4-значных чисел, первая цифра которых 7?

Задача 6.26. Сколько существует 6-значных чисел в десятичной записи которых цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6 встречаются ровно по одному разу и цифры 2 и 4 не стоят рядом?

Задача 6.27. В заезде на ипподроме участвуют 12 рысаков. Играющие в тотализатор заполняют карточки, в котором указывают порядок прибытия рысаков к финишу. Сколько вариантов заполнения карточки существует?

Задача 6.28. На заседании Думы 14 депутатов записались на выступления. Сколько вариантов списков выступающих может быть составлено, если известно, что депутаты «Ж» и «З» уже договорились, что выступают третьим и седьмым соответственно.

Задача 6.29. Сколькими способами можно выбрать 4 карты из колоды, содержащей 52 карты, так, чтобы среди них были карты каждой масти?

Задача 6.30. Код замка состоит из пяти десятичных цифр. Известно, что среди них один раз встречается цифра 0, дважды – цифра 3 и дважды – цифра 6. Сколько комбинаций нужно перебрать, чтобы наверняка открыть замок?

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Продемонстрировано умение применять комбинаторные результаты к решению стандартных комбинаторных задач.
не зачтено	Отсутствие минимальных умений решения стандартных комбинаторных задач.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

					ошибок		
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-3

Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
1. «Правило суммы» и «правило равенства»	ПК-3
2. «Правило произведения» и «теорема о последовательном выборе».	ПК-3
3. Понятия «кортеж», «инъективный кортеж», число инъективных кортежей данной длины.	ПК-3
4. Число сочетаний (без повторений) и его свойства.	ПК-3
5. Размещения и перестановки без повторений.	ПК-3
6. Биномиальная формула. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.	ПК-3
7. Теорема о включениях и исключениях.	ПК-3
8. Задача о беспорядке. Субфакториал.	ПК-3
9. Размещения, перестановки и сочетания с повторениями	ПК-3
10. Количество упорядоченных разбиений без ограничений.	ПК-3
11. Задача Муавра.	ПК-3
12. Упорядоченные разбиения на заданное количество предметов.	ПК-3
13. Упорядоченные разбиения разных предметов с ограничениями.	ПК-3
14. Неупорядоченные разбиения чисел.	ПК-3
15. Неупорядоченные разбиения множеств.	ПК-3
16. Понятие производящей функции. Алгебраические операции над производящими функциями и их свойства.	ПК-3
17. Последовательность Фибоначчи и её производящая функция как суперпозиция элементарных производящих функций.	ПК-3
18. Числа Каталана. Рекуррентное соотношение для чисел Каталана.	ПК-3

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Достаточное знание основных понятий и формул комбинаторики.
не зачтено	Отсутствие знаний основных понятий и формул комбинаторики. Отсутствие минимальных умений формулировки комбинаторных теорем. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Шульц Михаил Михайлович. Комбинаторика : спецкурс : учеб. пособие / Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского. - Н. Новгород : Изд-во ННГУ, 2009. - 167 с. - ISBN 978-5-91326-130-4 : 168.75., 72 экз.
2. Ландо Сергей Константинович. Лекции о производящих функциях. - М. : МЦНМО, 2002. - 144 с. - (Современные лекционные курсы). - ISBN 5-94057-042-9 : 14.00., 1 экз.

Дополнительная литература:

1. Виленкин Наум Яковлевич. Комбинаторика. - М. : Наука, 1969. - 328 с. : ил. - 32.00., 3 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Университетская библиотека ONLINE <http://www.biblioclub.ru>

2. Библиотека "Лань" <http://e.lanbook.com/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 01.03.01 - Математика.

Автор(ы): Кондратьева Алиса Витальевна.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.