Приложение 4

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 8 от 24.09.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ

Уровень высшего образования

Специалитет

Направление подготовки / специальность

01.05.01 - Фундаментальные математика и механика

Направленность образовательной программы

Фундаментальная механика и приложения

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2023 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.09 Математический анализ относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	**Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции**		**Наименование оценочного средства**	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	**Результаты обучения по дисциплине**	**Для текущего контроля успеваемости**	**Для промежуточной аттестации**
ОПК-1: Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	*ОПК-1.1: Знает основы фундаментальных физико-математических дисциплин и других естественных наук* *ОПК-1.2: Умеет формулировать, анализировать и решать профессиональные задачи с применением фундаментальных знаний математики, физики и других естественных наук* *ОПК-1.3: Имеет практический опыт постановки и решения актуальных задач математики и механики*	*ОПК-1.1:* *Знать алгоритмы исследования функций при построении графиков и при вычислении основных характеристик геометрических фигур и физических величин, используя фундаментальные методы и приемы математического анализа.* *ОПК-1.2:* *Уметь проводить доказательства математических утверждений на основе опыта аналогичных доказательств из курса математического анализа.* *ОПК-1.3:* *Уметь переводить на математический язык задачи, поставленные в терминах других предметных областей и использовать превосходства математической формулировки для их решения.* *Знать математические модели в конкретных прикладных задач и методы их исследования с помощью математического анализа.*	*Коллоквиум* *Контрольная работа*	*Экзамен:* *Контрольные вопросы* *Задачи*

ПК-1: Владеет методами математического исследования при анализе проблем механики на основе знаний фундаментальных физико-математических и компьютерных наук и навыками проблемно-задачной формы представления научных знаний	*ПК-1.1: Знает теоретические основы фундаментальных методов исследования проблем математики и механики* *ПК-1.2: Умеет применять полученные знания для анализа объекта исследования, определения целей и задач исследования, а также выбора корректного метода исследования научной проблемы* *ПК-1.3: Владеет навыками научно- исследовательской деятельности в области математического моделирования, а именно решения научных задач в соответствии с поставленной целью и выбранной методикой*	*ПК-1.1:* *Знать основные понятия, теоремы математического анализа, методы решения задач математики и механики.* *ПК-1.2:* *Уметь выстроить оптимальную стратегию по исследованию и/или решению научной проблемы.* *ПК-1.3:* *Владеть навыком выбирать наиболее подходящий прием или метод для решения практической задачи.*	*Контрольная работа*	*Экзамен: Задачи*

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	**21**
Часов по учебному плану	**756**
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	**256**
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	**128**
- КСР	**8**
самостоятельная работа	**220**
Промежуточная аттестация	**144** **Экзамен**

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия	Занятия	Всего	

		лекционного типа	семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы		
	офо	офо	офо	офо	офо
1. Введение	3	2		2	1
2. Вещественные числа	4	2		2	2
3. Числовые последовательности	32	20		20	12
4. Числовые последовательности	18	10		10	8
5. Непрерывные функции	18	10		10	8
6. Производная функции	18	10		10	8
7. Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения	18	10		10	8
8. Неопределенный интеграл	16	8		8	8
9. Определенный интеграл	16	8		8	8
10. Приложения определенного интеграла	16	8		8	8
11. Функции многих переменных и пределы	16	8		8	8
12. Непрерывные функции многих переменных	16	8		8	8
13. Дифференцирование функции многих переменных	16	8		8	8
14. Неявно-заданные функции	16	8		8	8
15. Экстремумы функций многих переменных	16	8		8	8
16. Числовые ряды	30	10	10	20	10
17. Функциональные последовательности и ряды:	21	7	7	14	7
18. Степенные ряды	30	10	10	20	10
19. Несобственные интегралы	30	10	10	20	10
20. Определенные интегралы, зависящие от параметра	30	10	10	20	10
21. Несобственные интегралы, зависящие от параметра	20	7	7	14	6
22. Ряды Фурье	30	10	10	20	10
23. Кратные интегралы	44	16	16	32	12
24. Криволинейные интегралы	44	16	16	32	12
25. Поверхностные интегралы	44	16	16	32	12
26. Теория поля (Векторный анализ)	42	16	16	32	10
Аттестация	144				
КСР	8			8	
Итого	756	256	128	392	220

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Введение

Предмет математического анализа. Очерк истории развития математического анализа. Математическая символика, обозначения

2. Вещественные числа.
Числовая прямая. Числовые множества: промежутки, интервалы, лучи. Окрестность точки. Ограниченные и неограниченные множества, грани множества. Существование точных граней ограниченных числовых множеств.
3. Числовые последовательности.
Определение числовой последовательности. Сходимость и предел числовой последовательности. Примеры. Свойства пределов и числовых последовательностей. Теорема о единственности предела, теорема об ограниченности сходящейся последовательности, предельный переход в неравенствах, арифметические действия со сходящимися последовательностями. Бесконечно малые и большие последовательности, связь между ними. Свойства бесконечно малых последовательностей. Предел монотонной последовательности. Число е. Принцип вложенных отрезков.
Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Предельные точки числового множества. Верхний и нижний пределы последовательности. Критерий Коши существования предела.
Полнота числовой прямой.
4. Предел функции.
Функции действительного переменного. Область определения, множество значений. Способы задания функций. График функции. Определение предела функции в точке по Гейне и Коши. Теорема эквивалентности определений. Локальная ограниченность функции, имеющей предел. Свойства пределов функций. Предел суперпозиции. Бесконечно малые функции и их сравнение. Замечательные. Раскрытие неопределенностей. Обобщение понятия предела: односторонние пределы, бесконечно большие функции, пределы на бесконечности. Критерий Коши существования конечного предела функции в точке и на бесконечности.
5. Непрерывные функции.
Свойства непрерывных функций. Локальная устойчивость знака. Различия определения непрерывности функции в точке. Арифметические действия над непрерывными функциями. Непрерывность суперпозиции. Классификация точек разрыва функции. Непрерывность функции на множестве. Непрерывность элементарных функций. Теорема о промежуточных значениях. Теорема Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции на отрезке и достижении точных граней. Условия непрерывности монотонной функции на отрезке. Теорема о непрерывности обратной функции.
6. Производная функции.
Задачи, приводящие к понятию производной функции. Средняя и мгновенная скорость изменения процесса. Производная и дифференциал функции в точке. Дифференцируемость функции. Геометрический смысл производной и дифференциала. Касательная к графику функции в точке. Свойства производных и дифференциалов функций. Производная суперпозиции и обратной функции. Таблица производных. Дифференцируемость элементарных функций. Функции и кривые на плоскости, заданные параметрически. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Уравнения касательной и нормали к плоской кривой, заданной параметрически. Инвариантность формы первого дифференциала. Приложения дифференциала к приближенным вычислениям значений функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Неинвариантность формы дифференциалов высшего порядка.
7. Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения.
Локальный экстремум функции. Теорема Ферма о необходимом условии локального экстремума. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о среднем. Формулы конечных приращений. Формула Тейлора. Различные представления остаточного члена формулы Тейлора. Формула Тейлора для некоторых элементарных функций. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей. Условие монотонности функции. Достаточные условия локального экстремума. Направления выпуклости, вогнутости функции. Точки перегиба. Достаточное условие перегиба. Асимптоты функции. Общая схема исследования и построения графиков функции. Нахождение глобального экстремума функции. Приближенные методы нахождения корней уравнений. Метод деления отрезка пополам, метод хорд, метод касательной, оценка погрешности.

8. Неопределенный интеграл.
Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства интеграла. Таблица интегралов. Метод замены переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Рациональные и дробно рациональные функции. Разложение правильной дробно рациональной функции в сумму простейших дробей. Интегрирование простейших дробей. Метод неопределенных коэффициентов. Рационализация подынтегральной функции. Интегрирование выражений, рационально зависящих от тригонометрических функций. Подстановки Эйлера. Интегрирование дифференциального бинома. Теорема Чебышева.
9. Определенный интеграл.
Задачи о площади подграфика функции, о работе переменной силы, о массе неоднородного стержня. Интегральные суммы Римана. Определенный интеграл. Интегрируемость и ограниченность функции. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости. Колебание функции на отрезке. Определение равномерной непрерывности функции. Теорема Кантора. Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла и интегрируемых функций. Теорема о среднем. Интеграл как функция верхнего предела. Свойства интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона -Лейбница. Метод замены переменной и интегрирование по частям в определенном интервале.
10. Приложения определенного интеграла.
Понятие кривой на плоскости и в пространстве. Параметризация кривой. Эквивалентность параметризаций. Гладкие и кусочно-гладкие кривые. Определение длины дуги и спрямляемой кривой. Вычисление длины дуги кривой в различных координатах. Дифференциал дуги кривой. Определение площади плоской фигуры. Критерий квадрируемости области. Квадрируемость области со спрямляемой границей. Вычисление площади плоских фигур. Объем тела. Критерий кубируемости тела. Вычисление объема тела с известными сечениями, и тела вращения. Площадь поверхности вращения. Приложения к задачам механики: масса, статические моменты, координаты центра масс, моменты инерции (материальной кривой и пластины).
11. Функции многих переменных и пределы.
Арифметическое Евклидово пространство. Связное множество в R^n . Шаровая и кубическая окрестности
точки. Открытые и замкнутые множества в R ^n.
11. Последовательность в R^n.
Сходимость и предел последовательности. Покоординатная сходимость. Критерий Коши сходимости последовательности в R^n. Ограниченные и неограниченные множества в R^n. Теорема Больцано - Вейерштрасса. Компакты. Критерий компактности. Функции многих переменных. График функции двух переменных. Линии и поверхности уровня. Кратные и повторные пределы функции. Свойства пределов. Критерий Коши.
12. Непрерывные функции многих переменных.
Различные определения непрерывности функции в точке. Непрерывность по совокупности переменных и по отдельным переменным. Свойства непрерывных функций. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции на связном множестве. Свойства функции, непрерывной на компакте: теорема Вейерштрасса об ограниченности и существовании глобальных экстремумов, теорема Кантора о равномерной непрерывности.
13. Дифференцирование функции многих переменных.
Частные производные. Дифференцируемость функции в точке. Дифференциал функции. Достаточное условие дифференцируемости. Линеаризация функций Приближенные вычисления функции с помощью дифференциала. Абсолютная и относительная погрешность. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Практические следствия инвариантности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл дифференциала. Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производных. Дифференциала высших порядков. Неинвариантность формы высших дифференциалов. Инвариантность при аффинной замене переменных. Формула Тейлора. Оценка остаточного члена и приближенное вычисление функции с

помощью формулы Тейлора. Формула Лагранжа конечных приращений.
14. Неявно-заданные функции.
Неявно-заданные функции и система неявных функций, одной и многих переменных. Теорема о существовании, единственности и дифференцируемости. Якобиан системы функции. Вычисление старших производных неявных функций. Уравнения касательной и нормали к графику функции, заданной неявно.
15. Экстремумы функций многих переменных.
Необходимое условие локального экстремума. Стационарные точки. Достаточные условия экстремума. Условный экстремум функции. Метод множителей Лагранжа. Глобальные экстремумы функций (безусловные и условные).
16. Числовые ряды.
Понятие числового ряда. Связь с приближенными вычислениями. Частичные суммы числового ряда, сходимость и расходимость рядов. Сумма, отрезок и остаток ряда. Эквивалентность сходимости числовых рядов и числовых последовательностей. Основные свойства числовых рядов. Необходимый признак сходимости. Расходимость гармонического ряда. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Знакопостоянные ряды. Критерий сходимости знакопостоянных рядов. Признаки сравнения для сходимости знакопостоянного ряда. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных рядов Даламбера, Коши, Раабе. Интегральный признак сходимости. Обобщенные гармонические ряды. Абсолютная и условная сходимости произвольных числовых рядов. Признаки абсолютной сходимости рядов. Теорема о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда. Теорема Коши о произведении абсолютно сходящихся рядов. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница сходимости знакочередующихся рядов. Оценки суммы и остатка знакочередующегося ряда, их использование для оценки погрешности вычислений. Признаки Абеля и Дирихле сходимости произвольных рядов. Теорема Римана о зависимости суммы условно (неабсолютно) сходящегося ряда от порядка следования членов.
17. Функциональные последовательности и ряды.
Понятия функциональной последовательности и функционального ряда, их сходимость в точке и области. Эквивалентность сходимости функциональных последовательностей и рядов. Равномерная сходимость функциональных рядов. Критерий Коши равномерной сходимости. Достаточные признаки Вейерштрасса, Абеля, Дирихле равномерной сходимости функциональных рядов. Функциональные свойства рядов, связанные с равномерной сходимостью. Теорема о почленном переходе к пределу. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда. Теорема Дини. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании.
18. Степенные ряды.
Понятие степенного ряда. Лемма Абеля об абсолютной сходимости. Область и радиус сходимости. Вычисление радиуса сходимости: формулы Даламбера, Коши и Коши - Адамара. Свойства степенного ряда: равномерная сходимость на внутреннем отрезке; непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование на интервале сходимости. Ряды Тейлора. Аналитические функции. Достаточное условие аналитичности. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора. Понятие ряда с комплексными членами. Формулы Эйлера.
19. Несобственные интегралы.
Задачи, приводящие к понятию несобственных интегралов. Интеграл с бесконечными пределами. Сходимость и расходимость интегралов. Критерий Коши. Замена переменной и интегрирование по частям. Сходимость интегралов от неотрицательных функций. Абсолютная сходимость. Признаки абсолютной сходимости. Условная сходимость. Признак Абеля -Дирихле. Интегралы от неограниченных функций. Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости. Эквивалентность несобственных интегралов обоих типов. Главные задачи Коши несобственных интегралов.
20. Определенные интегралы, зависящие от параметра.
Равномерная сходимость функций по параметру. Критерий Коши равномерной сходимости. Определенный интеграл как функция параметров. Предельный переход под знаком интеграла. Непрерывность, дифференцирование, интегрирование по параметру. Равенство повторных интегралов.

Непрерывность и дифференцирование по параметру в случае, когда пределы интегрирования также зависят от параметра. Примеры приложения к вычислению определенных интегралов.
21. Несобственные интегралы, зависящие от параметра.
Интегралы с бесконечными пределами, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Достаточный признак Вейерштрасса абсолютной и равномерной сходимости. Предельный переход, непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру. Равенство повторных интегралов. Интегралы от неограниченных функций, зависящие от параметра. Эйлеровы интегралы.
22. Ряды Фурье.
Периодические функции. Понятие гармоники, амплитуды, фазы. Тригонометрическая система функций и тригонометрический ряд. Ортогональность тригонометрической системы. Вычисление коэффициентов равномерно сходящегося тригонометрического ряда через его сумму. Определение тригонометрического ряда Фурье. Периодическое продолжение произвольной функции. Стремление коэффициентов Фурье к нулю. Представление частичной суммы ряда Фурье для абсолютно-интегрируемой функции интегралом Дирихле. Принцип локализации. Поточечная сходимость рядов Фурье. Регулярные точки функции. Теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывных функций на отрезке тригонометрическими и алгебраическими многочленами. Полнота и замкнутость тригонометрической системы. Экстремальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Условие полноты Парсеваля. Достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье. Оценки скорости сходимости рядов Фурье. Почленное дифференцирование и интегрирование рядов Фурье. Ряды Фурье на произвольном интервале. Комплексная запись рядов Фурье. Интеграл Фурье и преобразование Фурье.
23. Кратные интегралы.
Задачи, приводящие к понятию кратного интеграла. Определение и свойства двойного интеграла. Приведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных. Геометрический смысл якобиана преобразования. Полярная замена координат. Тройные и многократные интегралы. Приведение к повторным. Замена переменных. Цилиндрическая и сферическая системы координат в пространстве. Геометрические приложения двойных интегралов: объем бруса, площадь поверхности в случае явного и параметрического задания. Приложения кратных интегралов к задачам механики: масса, статические моменты, центр масс, моменты инерции.
24. Криволинейные интегралы.
Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла. Криволинейный интеграл первого ряда, его вычисление. Криволинейный интеграл второго ряда. Соотношение криволинейных интегралов. Вычисление криволинейного интеграла второго ряда Ориентация контура. Плоская односвязная область. Интеграл по замкнутому контуру. Формула Грина. Вычисление площадей с помощью формулы Грина. Условия независимости интеграла от пути интегрирования. Восстановление функции двух переменных по ее полному дифференциалу.
25. Поверхностные интегралы.
Поверхностный интеграл первого рода. Вычисление с помощью двойного интеграла. Двусторонние поверхности. Поверхностный интеграл второго рода. Вычисление с помощью двойного интеграла. Связь поверхностных интегралов. Поверхностно односвязная область. Формула Стокса. Условия независимости криволинейного интеграла по пространственной кривой от пути интегрирования. Восстановление функции трех переменных по ее полному дифференциалу. Пространственно односвязная область. Формула Остроградского и ее геометрические приложения.
26.Теория поля (Векторный анализ) Физические задачи, приводящие к понятиям скалярного и векторного полей.
27. Оператор Гамильтона. Градиент. Поле градиентов. Дивергенция (расходимость) векторного поля. Ротор. Поле роторов. Циркуляция векторного поля

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:
Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Математический анализ, https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=6875.

Иные учебно-методические материалы:
- электронный курс "Математический анализ" (https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=6875).
Иные учебно-методические материалы: 1. ИЛЬИН В. А., ПОЗНЯК Э. Г. Основы математического анализа: Учеб.: ФИЗМАТЛИТ,
2001
(50 экз.)
2. КУДРЯВЦЕВ Л.Д. Краткий курс математического анализа. Том 1. 2002. - 400 с. (40 экз.)

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Коллоквиум) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1 семестр
1. Докажите бином Ньютона.
2. Ограниченные и неограниченные множества. Приведите примеры. Является ли последовательность ограниченной
$\{n^{(-1)^n}\}_{n\geq 1}$.
3. Определение точной верхней и точной нижней граней.

4. Докажите теорему о вложенных отрезках.
5. Функции (отображения) и их виды. Приведите примеры.
6. Композиция отображений. Приведите примеры.
7. Обратная функция. Примеры.
8. Типы числовых функций: ограниченные, монотонные. Приведите примеры.
9. Типы числовых функций: четные (нечетные), периодические. Приведите примеры.
10. Последовательности и их типы (ограниченные, монотонные). Способы задания последовательности (формула общего члена, рекуррентное задание; примеры)
11. Формулы общего члена и суммы для арифметической и геометрической прогрессии
12. Определение предела последовательности. Примеры. Доказательства по определению.
13. Теорема о единственности предела последовательности.
14. Необходимое условие сходимости числовой последовательности.

15. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Сравнение бесконечно малых.
16. Бесконечно большие последовательности и их свойства. Шкала бесконечно больших.
17. Арифметические свойства предела последовательности.
18. Переход к пределу в неравенствах.
19. Докажите теорему «о зажатой последовательности».
20. Докажите теорему Вейерштрасса о монотонной последовательности.
21. Число е.
22. Докажите теорему о вложенных отрезках (усиленный вариант). Примеры её применения.
23. Докажите теорему Больцано-Вейерштрасса о подпоследовательностях.
24. Частичные пределы последовательности. Верхние и нижние пределы последовательности и их свойства.
25. Докажите критерий Коши сходимости числовой последовательности.

II семестр

1. Условия возрастания/убывания функции одного переменного.
2. Докажите необходимые условия существования точек экстремума функции одного переменного.
3. Докажите достаточные условия существования точек экстремума функции одного переменного.
4. Дайте определение выпуклых (вогнутых) функций. Условия выпуклости (вогнутости) функции.
5. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
6. Разложение e^x, sinx, cosx по формуле Маклорена.
7. Разложение ln(1+x), (1+x)^a по формуле Маклорена.
8. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши.
9. Правило Лопиталя раскрытия неопределённости 0 / 0 .
10. Правило Лопиталя раскрытия неопределённости ¥ / ¥.
11. Неопределенный интеграл и первообразная: определение, описание множества первообразных.
12. Свойства первообразных (линейность, замена переменных, интегрирование по частям).
13. Интегрирование рациональных функций.
14. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
15. Интегралы с подстановками Эйлера.
16. Биномиальный дифференциал и его интегрирование.
17. Интегрирование тригонометрических функций.

III семестр

1. Теорема о неявной функции (определяющей функцию одного переменного - теорема 1).
2. Теорема о неявной функции (определяющей функцию нескольких переменных - теорема 2).
3. Теорема о неявной функции (для системы функций -теорема 3).
4. Производные высших порядков.
5. Докажите теорему о равенстве смешанных частных производных.
6. Неинвариантность формы второго дифференциала
7. Формула Тейлора для функции нескольких переменных Экстремумы функции нескольких переменных, необходимое условие экстремума.
8. Достаточное условие экстремума.
9. Условный экстремум.
10. Экстремумы функции нескольких переменных, необходимое условие экстремума.

11. Достаточное условие экстремума функции нескольких переменных.
12. Условный экстремум. Примеры. Необходимое условие условного экстремума
13. Метод Лагранжа. Примеры.
14. Числовые ряды. Критерий Коши для рядов. Необходимое условие сходимости.
15. Примеры: геометрическая прогрессия, гармонический и обобщенный гармонический ряд.
16. 1-й признак сравнения положительных рядов.
17. 2-й признак сравнения положительных рядов.
18. Признак Коши сходимости положительного ряда.
19. Признак Даламбера сходимости положительного ряда.
20. Интегральный признак сходимости.
21. Признак Раабе сходимости положительного ряда.
22. Признак Гаусса.
23. Знакопеременные, знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница
24. Признаки Абеля и Дирихле.
25. Свойство ассоциативности сходящегося ряда.
26. Свойство перестановочности членов абсолютно сходящегося ряда. Теорема Римана.
27. Умножение рядов. Теорема Мертенса и теорема Коши для умножения рядов
28. Бесконечные произведения и их свойства.

IV семестр

1. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Достаточный признак равномерной сходимости.
2. Критерий равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра.
3. Переход к пределу для семейства несобственных интегралов.
4. Дифференцирование несобственных интегралов по параметру
5. Перестановка пределов интегрирования для семейства несобственных интегралов с бесконечными пределами.
6. Замечательные классические интегралы.
7. Бэта-функция и ее свойства (симметрия, формула понижения).
8. Бэта-функция и ее свойства (формула эквивалентного представления, формула дополнения).
9. Гамма-функция и ее свойства (дифференцируемость, формула понижения).
10. Гамма-функция и ее свойства (график Г-функции, связь В- и Г-функций, формула дополнения).

Критерии оценивания (оценочное средство - Коллоквиум)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок.
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.

Оценка	Критерии оценивания
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1 семестр

Билет 1.

1) Найдите область определения функции $f(x) = \arcsin\frac{1}{x}$.

2) Дана функция $f(x) = x^2 + 5x - 6$. Найдите $f(x^2)$.

3) Для функции $y = -2x + 3$ найдите обратную.

4) Определите, какая из данных функций является нечетной: $f(x) = x^4$, $f(x) = 3x^5 - x^3 + 1$, $f(x) = x - 2\sin 3x$.

Билет 2.

1) Найдите область определения функции $f(x) = \ln|x^2 - 4|$.

2) Найдите композицию $f(g(x))$ для функций $f(x) = x^3$, $g(x) = 3^x$.

3) Являются ли функции $y = \sqrt{1 - x^2}$, $y = \sqrt{1 - x^2}$ взаимно обратными? Найдите обратную функцию для $y = 1 + \sqrt{x}$.

4) Определите, какая из данных функций является четной: $f(x) = x^4$; $f(x) = 3x^5 - x^3 + 1$; $f(x) = x|x| - 2\sin 3x$.|

Билет 1.

1) Используя логические символы, записать утверждение: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 4$.

2) Докажите, что предел $\lim\limits_{x\to 1} \operatorname{arctg}\frac{1}{x-1}$ не существует.

3) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln(1+3e^{2x})}{\ln(2+5e^{6x})}$.

4) Определите порядок бесконечно большой функции $f(x) = \frac{5x^4-3x^2-1}{3x^4-x^2}$ при $x \to 0$. Запишите главную часть функции при $x \to 0$.

5) Найдите точки разрыва функции $y = x^2 \sin\frac{1}{x}$. Определите их род.

6) Исследуйте функцию $f(x) = \sqrt{x}$ на равномерную непрерывность на множестве $E = (0; +\infty)$.

7) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{xe^x+1}{xe^{2x}+1}\right)^{1/x^2}$.

Билет 2.

1) Используя логические символы, записать утверждение: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$.

2) Докажите, что предел $\lim\limits_{x\to1} \frac{x^3-x^2}{x-1} = 1$.

3) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{5x^5-x^2}{\sqrt{10x^{10}+6x^4-1}}$.

4) Определите порядок бесконечно малой функции $f(x) = 3^{x^3} - 3$ при $x \to 1$. Запишите главную часть функции при $x \to 1$.

5) Найдите точки разрыва функции $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x^2}$. Определите их род.

6) Исследуйте функцию $f(x) = \sin\frac{1}{x}$ на равномерную непрерывность на множестве $E = (0; 1)$.

7) $\lim\limits_{x\to0} \left(\cos x + \operatorname{arctg}^2 x\right)^{1/\operatorname{arctg} x^2}$.

2 семестр

Билет 1.

1. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x}-3\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}(\sqrt[3]{x^2}+4\sqrt[3]{x})^2}$ 2. $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{e^x+1}}$ 3. $\displaystyle\int \arcsin\sqrt{\frac{x}{x+1}}dx$
4. $\displaystyle\int \frac{dx}{2+\sin x+\cos x}$ 5. $\displaystyle\int \frac{x+\sqrt{\operatorname{arctg} 2x}}{4x^2+1}$.

Билет 2.

1. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x}-3\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}(\sqrt[3]{x^2}+4\sqrt[3]{x})^2}$ 2. $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{e^x+1}}$ 3. $\displaystyle\int \arcsin\sqrt{\frac{x}{x+1}}dx$
4. $\displaystyle\int \frac{dx}{2+\sin x+\cos x}$ 5. $\displaystyle\int \frac{x+\sqrt{\operatorname{arctg} 2x}}{4x^2+1}$.

Билет 3.

1. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x}-3\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}(\sqrt[3]{x^2}+4\sqrt[3]{x})^2}$ 2. $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{e^x+1}}$ 3. $\displaystyle\int \arcsin\sqrt{\frac{x}{x+1}}dx$
4. $\displaystyle\int \frac{dx}{2+\sin x+\cos x}$ 5. $\displaystyle\int \frac{x+\sqrt{\operatorname{arctg} 2x}}{4x^2+1}$.

3 семестр

Билет 1.

Исследуйте ряды на сходимость:

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2+1}{n+3} \arcsin \dfrac{1}{n^2+2}$.
2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(1+\dfrac{\ln n}{n}\right)^{\alpha n}$.
3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n (1-\cos \dfrac{\pi}{\sqrt{n}})$.

Билет 2.

Исследуйте ряды на сходимость:

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n\ln(1+n^2)}{\sqrt{n^3+3n+2}}$.
2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\cos\cos\dfrac{1}{n} - \cos \operatorname{ch} \dfrac{1}{n}\right)^{\alpha}$.
3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin(\dfrac{\sin n}{\sqrt{n}})$.

Билет 3.

Исследуйте ряды на сходимость:

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(3n)!}{(n!)^2 4^{5n}}$.
2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(n\sin\dfrac{1}{n} - \cos\dfrac{1}{n\sqrt{3}}\right)^{\alpha}$
3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{\sqrt{n}+\sin n}$.

4 семестр

Билет 1.

1. Вычислите криволинейный интеграл I рода $\int\limits_{\Gamma}(2x+y)ds$, где $\Gamma: \; y=2x$, $1 \le x \le 4$.

2. Вычислите криволинейный интеграл II рода $\int\limits_{L} ydx + 3xdy + z^2dz$, где

$$L: \begin{cases} z = x^2+y^2-1, \\ z = 3. \end{cases}$$

Кривая L ориентирована положительно относительно оси Oz.

3. Применив теорему Гаусса-Остроградского, вычислите интеграл $\int\int_S x^3dydz + y^3dzdx + z^3dxdy$, где S – внешняя сторона поверхности тетраэдра $x+y+z \le 3$, $x \ge 0$, $y \ge 0$, $z \ge 0$.

4. Найдите поток векторного поля $\overrightarrow{A} = x\overrightarrow{i} - (x+2y)\overrightarrow{j} + y\overrightarrow{k}$ через полную поверхность S, ограниченную $x^2+y^2=1$, $z=0$, $x+2y+3z=6$, и ориентированную внешним вектором нормали.

Билет 2.

1. Вычислите криволинейный интеграл II рода $\int\limits_L ydx + x^2dy$, где $L:\ y = 3x - 1$, пробегаемая в направлении возрастания параметра x от 1 до 2.

2. Применив формулу Грина, вычислите криволинейный интеграл $\int\limits_\Gamma (xy + x + y)dx + (xy + x - y)dy$ по замкнутой кривой $\Gamma:\ x^2 + y^2 = 1$, пробегаемой так, что ее внутренность остается слева.

3. Вычислите поверхностный интеграл I рода $\int\int_S (x + y + z)ds$, где S – часть плоскости $x + 2y + 4z = 4$, выделяемая условиями $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

4. Проверьте потенциальность поля $\overrightarrow{a} = y\overrightarrow{i} + x\overrightarrow{j} + e^z\overrightarrow{k}$ и найдите его потенциал.

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-1:

1 семестр

Задача 1. Точка движется по параболе $y(x) = 8x - x^2$ так, что ее абсцисса изменяется по закону $x = \sqrt{t}$ (x измеряется в метрах, $t-$ в секундах). Какова скорость изменения ординаты точки через 9 с после начала движения?

Задача 2. Колесо вращается так, что угол поворота пропорционален квадрату времени. Первый оборот был сделан за 8 с. Вычислить угловую скорость через 64 с после начала движения.

Задача 3. Количество тепла Q Дж, необходимого для нагревания 1 кг воды от 0°C до t°C определяется формулой: $Q = t + 2\cdot 10^{-5}\cdot t^2 + 3\cdot 10^{-7}\cdot t^3$. Определить теплоемкость воды при температуре $t = 100^\circ C$.

2 семестр

1. Точка описывает фигуру Лиссажу согласно уравнениям: $x = 2\cos t$, $y = 4\cos 2t$ ($x, y-$ в сантиметрах, $t-$в секундах). Определить величину и направление скорости точки, когда она находится на оси Oy.

2. Найти статические моменты M_x и M_y фигуры, ограниченной кривыми:

1) $x/a + y/b = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $a > 0$, $b > 0$;

2) $y = \cos x$, $|x| \leqslant \pi/2$, $y = 0$; 3) $y = \sin x$, $0 \leqslant x \leqslant \pi$, $y = 1/2$

3 семестр

1. Доказать, что *двумерному уравнению Лапласа*

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

удовлетворяют следующие функции:

а) $u = e^x(x\cos y - y\sin y)$; б) $u = x\,\mathrm{ch}\,x\sin y + y\,\mathrm{sh}\,x\cos y$;

в) $u = \mathrm{arctg}\,(y/x)$; г) $u = \ln r,\ r = \sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}$.

2 . Найти функцию $\varphi(t)$, если известно, что функция $u = \varphi\left(\frac{x^2+y^2}{x}\right)$ удовлетворяет уравнению Лапласа.

3) Доказать, что если функция $u(x;y)$ удовлетворяет уравнению Лапласа, то функция

$$v = u\left(\frac{x}{x^2+y^2};\, \frac{y}{x^2+y^2}\right)$$

также удовлетворяет этому уравнению.

4. Доказать, что функция $u(t;x) = \frac{1}{\sqrt{t}}\, e^{ix^2/(4t)}$ удовлетворяет *уравнению Шрёдингера*

$$i\,\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0.$$

4 семестр

1. Найти работу поля $\mathbf{a}$ вдоль прямой от точки $A(\mathbf{r}_1)$ до точки $B(\mathbf{r}_2)$ $(r = x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j} + z\,\mathbf{k},\ r = |\mathbf{r}|)$ (90, 91).

1) $\mathbf{a} = \mathbf{r}$; 2) $\mathbf{a} = \mathbf{r}/r$; 3) $\mathbf{a} = \mathbf{r}/r^3$;

4) $a = f(r)\mathbf{r}$, $f(r)$ — непрерывная функция, $r \geqslant 0$;

5) $\mathbf{a} = [\mathbf{c}, \mathbf{r}]$, $\mathbf{c} = \mathrm{const}$.

2. Найти по формуле Стокса циркуляцию поля $\mathbf{a}$ вдоль контура Γ, ориентированного по часовой стрелке при взгляде на него из начала координат, если:

1) $\mathbf{a} = z^2\,\mathbf{i} + x^2\,\mathbf{j} + y^2\,\mathbf{k}$; $\Gamma = \{x^2+y^2+z^2 = 1,\ x+y+z = 1\}$;

2) $\mathbf{a} = (y+z)\,\mathbf{i} + (z+x)\,\mathbf{j} + (x+y)\,\mathbf{k}$; $\Gamma = \{4(x^2+y^2) = z^2,\ x+y+z = 1\}$;

3) $\mathbf{a} = x^3\,\mathbf{i} + y^3\,\mathbf{j} + z^3\,\mathbf{k}$; $\Gamma = \{z = x^2+y^2,\ z+y = 2\}$;

4) $\mathbf{a} = y\,\mathbf{i} - x\,\mathbf{j} + z\,\mathbf{k}$; $\Gamma = \{x^2+y^2+z^2 = 4,\ x^2+y^2 = z^2,\ z \geqslant 0\}$

3. Является ли поле $\mathbf{a}$ потенциальным, соленоидальным, если $(\mathbf{r} = x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j} + z\,\mathbf{k},\ r = |\mathbf{r}|)$:

1) $\mathbf{a} = \mathbf{r}/r^3$; 2) $\mathbf{a} = \mathbf{r}/r$?

4. Является ли поле $\mathbf{a}$ соленоидальным, если:

1) $\mathbf{a} = x(z^2-y^2)\,\mathbf{i} + y(x^2-z^2)\,\mathbf{j} + z(y^2+x^2)\,\mathbf{k}$;

2) $\mathbf{a} = (1+2xy)\,\mathbf{i} - y^2z\,\mathbf{j} + (z^2y - 2yz + 1)\,\mathbf{k}$;

3) $\mathbf{a} = x^2yz\,\mathbf{i} + zy^2z\,\mathbf{j} - xyz^2\,\mathbf{k}$; 4) $\mathbf{a} = (-y\,\mathbf{i} + x\,\mathbf{j})/(x^2+y^2) + xy\mathbf{k}$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок.
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	**плохо**	**неудовлетворительно**	**удовлетворительно**	**хорошо**	**очень хорошо**	**отлично**	**превосходно**
	не зачтено		**зачтено**				
Знания	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
Умения	Отсутствие минимальных умений. Невозможность	При решении стандартных задач не продемонстрир	Продемонстрированы основные умения.	Продемонстрированы все основные	Продемонстрированы все основные	Продемонстрированы все основные	Продемонстрированы все основные умения.

	оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	ованы основные умения. Имели место грубые ошибки	Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
Навыки	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	**превосходно**	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	**неудовлетворительно**	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

I семестр

1. Докажите неравенство Бернулли для всех натуральных n
2. Ограниченные и неограниченные множества. Приведите примеры.
3. Определение точной верхней и точной нижней граней. Приведите примеры.
4. Способы задания числовой последовательности. Приведите примеры.
5. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Сравнение бесконечно малых.
6.. Бесконечно большие последовательности и их свойства. Шкала бесконечно больших.
7. Частичные пределы последовательности. Верхние и нижние пределы последовательности и их свойства.
8. Предел функции. Определение на языке «эпсилон-дельта» (по Коши) и на языке последовательностей (по Гейне). Примеры доказательства по определению.
9. Арифметические свойства предела функции и переход к пределу в неравенствах.
10. Односторонние пределы. Бесконечные пределы.
11. Сравнение бесконечно малых функций. Примеры применения эквивалентных бесконечно малых.
12. Непрерывность функции. Определение и примеры.
13. Точки разрыва и их классификация.
14. Определение дифференцируемости функции в точке. Дифференциал и его геометрический смысл
15. Свойства производных (производная суммы, разности, произведения, частного).

II семестр

1. Дайте определение выпуклых (вогнутых) функций. Условия выпуклости (вогнутости) функции.
2. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
3. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши.
4. Правило Лопиталя раскрытия неопределённости 0 / 0
5. Правило Лопиталя раскрытия неопределённости ∞/∞.
6. Формула Ньютона – Лейбница.
7. Несобственные интегралы. Их свойства.
8. Признаки сравнения несобственных интегралов от знаконеотрицательных функций.
9. Абсолютная и условная сходимость несобственного интеграла. Признак Абеля и Дирихле сходимости несобственных интегралов.
10. Связь между повторными и двойными пределами.

III семестр

1. Производные высших порядков.
2. Неинвариантность формы второго дифференциала
3. Свойство ассоциативности сходящегося ряда.
4. Свойство перестановочности членов абсолютно сходящегося ряда. Теорема Римана.
5. Умножение рядов. Теорема Мертенса и теорема Коши для умножения рядов
6. Бесконечные произведения и их свойства.
7. Функциональные последовательности. Достаточные условия равномерной сходимости функциональной последовательности.
8. Критерий равномерной сходимости функциональной последовательности.

9. Признак Вейерштрассе равномерной сходимости функционального ряда. Примеры.
10. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости функционального ряда.
11. Предельный переход при равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов непрерывных функций.
12. Признак Дини равномерной сходимости.
13. Равномерная сходимость и интегрирование.
14. Равномерная сходимость и дифференцирование.
15. Степенные ряды. Теорема об области сходимости степенного ряда.
16. Формула Коши-Адамара.
17. Свойства суммы степенного ряда внутри интервала сходимости.
18. Разложение функции в степенной ряд. Необходимое условие разложения.

IV семестр

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Теорема о непрерывности интеграла, зависящего от параметра.
2. Теорема об интегрируемости собственного интеграла, зависящего от параметра.
3. Теорема о дифференцируемости собственного интеграла, зависящего от параметра.
4. Теорема о дифференцируемости собственного интеграла, зависящего от параметра, с переменными пределами интегрирования.
5. Бэта-функция и ее свойства (симметрия, формула понижения).
6. Бэта-функция и ее свойства (формула эквивалентного представления, формула дополнения).
7. Гамма-функция и ее свойства (дифференцируемость, формула понижения).
8. Гамма-функция и ее свойства (график Г-функции, связь В- и Г-функций, формула дополнения)
9. Мера Жордана на плоскости: определение и основные свойства.
10. Примеры измеримых и неизмеримых по Жордану множеств.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок.
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые

Оценка	Критерии оценивания
	ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1 семестр:

На оценку «удовлетворительно»:

1. Найдите предел числовой последовательности $x_n = \left(\frac{n^2+1}{n^2-1}\right)^{n^2}$

2. Найти предел

$$\lim_{x\to\infty} \frac{(x^2+5)(x-1)}{1+4x^3}.$$

3. Найти точки разрыва функции и установить их род $f(x) = \frac{\sin 2x}{x}$.

4. Найдите $y^{(10)}(x)$, если $y(x) = \ln(4x+5)$.

На оценку «хорошо»:

1. Докажите, что последовательность $x_n = \frac{2^n+1}{4+(-2)^n}$ расходится.

2. Докажите, что последовательность $\{n^{(-1)^n}\}_{n\geq 1}$ является неограниченной.

3. Найдите $y'(x)$ для функции, заданной параметрически:

$$x(t) = \cos t, y(t) = \sin t.$$

5. Для последовательности $\left\{\frac{(-1)^n n}{n+2}\right\}_{n\geq 1}$ найдите множество частичных пределов.

6. Найдите $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+4} - \sqrt{n-4})$.

На оценку «отлично»:

8. Найдите $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x - x}{x^3}$.

9. Определите порядок бесконечно малой функции $f(x) = x\sin x^3$ при $x \to 0$.

10. Найти предел $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[4]{1+x^2}+x^3-1}{\ln(\cos x)}$

11. Доказать, что последовательность расходится $x_n = \dfrac{2^{n+1}-(-3)^n}{(-2)^n+3^{n+1}}$.

На оценку «превосходно»:

12. Найдите $y''(x)$ для функции, заданной параметрически:

$$x(t) = t^2 + 6t - 1, y(t) = 2t - 1.$$

13. Найдите $y''(x)$ для функции, заданной неявно уравнением:

$$y^3 - 3y^2 + y + 6 = 0.$$

14. Используя формулу Лейбница, найдите $y^{100}(1)$ для функции $y = x^2 \ln x$.

15. Исследуйте функцию $y = x|x|$ на дифференцируемость.

2 семестр:

На оценку «удовлетворительно»

1. Разложите функцию $y = \frac{1}{2x+1}$ по формуле Маклорена до $o(x^n)$.
2. Найти интеграл: $\int \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{x}dx$.
3. Найдите частные производные функции $z = 4x^5y^3 + 3x + 5y^6 - 1$.
4. Сходится ли несобственный интеграл $\int\limits_0^1 \dfrac{dx}{\sqrt[3]{1-x}}$? В случае сходимости найти его значение.

На оценку «хорошо»:

1. Разложите по формуле Тейлора функцию $y = e^{2x-2}$ в окрестности точки $x_0 = 1$ до $o((x-1)^n)$.
2. Найти интеграл: $\int (2x-1)\cos x\, dx$.
3. Найти интеграл $\int_0^4 \frac{dx}{(x^2+1)(x+2)}$.
4. Найдите $\frac{\partial^3 z}{\partial x\, \partial^2 y}$ для $z = x^3 \sin(2y+1)$.

На оценку «отлично»:

1. Докажите, что функция $y = \begin{cases} 0, \text{если x} - \text{рациональное число}, \\ 1, \text{если x} - \text{иррациональное число}. \end{cases}$

не интегрируема на отрезке [0; 1].

2. Найти градиент функции $z = \ln(3x^2 + 5y^2)$ в точке (2;3).

3. Найти интеграл: $\int \frac{\cos x}{(3\sin x+4)^3}dx$.

4.

Найдите двойной предел $\lim\limits_{x\to 0, y\to 0} \dfrac{\sin 2xy}{xy}$.

На оценку «превосходно»

1. Исследуйте интеграл на абсолютную сходимость $\int_1^{+\infty} \frac{\cos x}{x^2}dx$.
2. Найдите параметр a, при котором функция

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2x^2y^2}{x^2+y^2}, & x^2+y^2 \neq 0; \\ \text{a}, & x^2+y^2 = 0. \end{cases}$$

непрерывна?

3. Найдите повторный предел $\lim\limits_{x\to 0}\lim\limits_{y\to 0} \dfrac{xy}{x^2+y^2}$.

4. Найдите производную функции $f(x,y) = 3x^2 + 5y^2$ по направлению вектора $\bar{l} = \{-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\}$ в точке (1; 1).

3 семестр

На оценку «удовлетворительно»

Билет 1

1. Найти $du(x,y)$, заданной неявно уравнением:

$$x + y + u = e^u.$$

2. Разложите по формуле Маклорена до второго порядка включительно функцию $f(x,y) = e^x \sin y$ в окрестности точки (0; 0).

3. Исследуйте функцию $u = 3 + 2x - y - x^2 + xy - y^2$ на экстремум.

4. Исследуйте ряд на сходимость $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{1}{n}$.

5. Найдите радиус сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n\sqrt{n}}$.

Билет 2

1. Найдите $du(x, y)$, заданной неявно уравнением:

$$e^{x+y+u} = eu.$$

2. Разложите по формуле Маклорена до второго порядка включительно функцию $f(x, y) = \frac{x}{1+y}$.

3. Исследуйте функцию $u = x^2 + xy + y^2 - 12x - 3y$ на экстремум.

4. Исследуйте ряд на сходимость $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln(1 + \frac{1}{\sqrt{n}})$.

5. Найдите радиус сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n+1}$.

На оценку «хорошо»

Билет 1

1. Найти $d^2u(x, y)$, заданной неявно уравнением:

$$x + y + u = e^u.$$

2. Разложите по формуле Тейлора до второго порядка включительно функцию $f(x, y) = \sqrt{x+y}$ в окрестности точки $(2; 2)$.

3. Исследуйте функцию на экстремум

$$u = x^2 + y^2 + (z+1)^2 - xy + x.$$

4. Исследуйте ряд на сходимость $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{(3n+4)3^n}$.

5. Найдите интервал сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+2)^n}{\sqrt{4n+1}}$.

Билет 2

1. Найдите $d^2u(x, y)$, заданной неявно уравнением:

$$e^{x+y+u} = eu.$$

2. Разложите по формуле Тейлора в окрестности точки $(0; 2)$ до четвертого порядка включительно функцию $f(x, y) = \frac{x}{y}$.

3. Исследуйте функцию на экстремум

$$u = 8 - 6x + 4y - 2z - x^2 - y^2 - z^2.$$

4. Исследуйте ряд на сходимость $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n \left(\frac{n+2}{2n+3}\right)^n$.

5. Найдите интервал сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-1)^n}{2n+1}$.

На оценку «отлично»

Билет 1.

Исследуйте ряд на сходимость:

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n \ln(1+n^2)}{\sqrt{n^3+3n+2}}$.

2. Преобразовать уравнение к полярным координатам, полагая $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $u = (x-6)^2 + (y+8)^2$ на множестве $x^2 + y^2 \leq 25$.

4. Разложите в ряд Фурье функцию $y = |x|$ на отрезке $[-\pi; \pi]$. Нарисуйте сумму ряда Фурье.

5. Найдите область сходимости и область абсолютной сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (5 - x^2)^n.$$

Билет 1.

Исследуйте ряд на сходимость:

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin(\frac{\sin n}{\sqrt{n}})$

2. Преобразуйте уравнение, принимая u и v за новые независимые переменные:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \left(1 + \frac{\partial z}{\partial y}\right)^3, u = x, v = y + z.$$

3. Найдите условные экстремумы функции $u = xy + yz$ при заданных уравнениях связи $y + z = 2$, $x^2 + y^2 = 2$, $y > 0$.

4. Исследуйте на равномерную сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{nx} \ln\left(1 + \frac{x}{\sqrt{n}}\right)$ на множестве $0 < x < +\infty$.

5. Разложите функцию $y = (1-x^2)^{-3/2}$ в ряд Маклорена и найдите радиус полученного ряда.

На оценку «превосходно»

Билет

1. Исследуйте на экстремум непрерывно дифференцируемую функцию $u = u(x, y)$, заданную неявно условиями:

$$x^2 + y^2 + u^2 - 4x - 6y - 4u + 8, \ u > 2.$$

2. Преобразуйте уравнение, принимая u и v за новые независимые переменные:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0, u = x + z, v = y + z.$$

3. Разложите в ряд Фурье $y = \arcsin \sin x$.

4. Исследуйте на равномерную сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{n^2} \sin \frac{x}{n^2}$ на множествах $E_1 = (0; 1)$ и $E_2 = (0; +\infty)$.

5. Разложите функцию $y = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 2})$ в ряд Маклорена и найдите радиус полученного ряда.

4 семестр

на оценку «удовлетворительно»

Билет 1.

1. Вычислите криволинейный интеграл I рода $\int\limits_{\Gamma}(2x + y)ds$, где $\Gamma: \ y = 2x$, $1 \leq x \leq 4$.

2. Вычислите криволинейный интеграл II рода $\int\limits_{L} ydx + 3xdy + z^2dz$, где
$$L: \begin{cases} z = x^2 + y^2 - 1, \\ z = 3. \end{cases}$$
Кривая L ориентирована положительно относительно оси Oz.

3. Применив теорему Гаусса-Остроградского, вычислите интеграл $\int\int_S x^3dydz + y^3dzdx + z^3dxdy$, где S – внешняя сторона поверхности тетраэдра $x+y+z \leq 3$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

4. Найдите поток векторного поля $\overrightarrow{A} = x\overrightarrow{i} - (x + 2y)\overrightarrow{j} + y\overrightarrow{k}$ через полную поверхность S, ограниченную $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$, $x + 2y + 3z = 6$, и ориентированную внешним вектором нормали.

На оценку «хорошо»

Билет 2.

1. Вычислите криволинейный интеграл II рода $\int\limits_{L} ydx + x^2dy$, где $L: \ y = 3x - 1$, пробегаемая в направлении возрастания параметра x от 1 до 2.

2. Применив формулу Грина, вычислите криволинейный интеграл $\int\limits_{\Gamma}(xy + x + y)dx + (xy + x - y)dy$ по замкнутой кривой $\Gamma: \ x^2 + y^2 = 1$, пробегаемой так, что ее внутренность остается слева.

3. Вычислите поверхностный интеграл I рода $\int\int_S(x + y + z)ds$, где S – часть плоскости $x + 2y + 4z = 4$, выделяемая условиями $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

4. Проверьте потенциальность поля $\overrightarrow{a} = y\overrightarrow{i} + x\overrightarrow{j} + e^z\overrightarrow{k}$ и найдите его потенциал.

На оценку «отлично»

Билет 3.

1. Используя интеграл Дирихле, вычислить интеграл $\int\limits_0^{+\infty} \frac{\sin x^2}{x} dx$.

2. Вычислить интеграл $\int\int\int\limits_D \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} dx\,dy\,dz$, где $G = \{x^2 + y^2 + z^2 \le R^2,\ z \ge \sqrt{x^2+y^2}\}$.

3. Вычислить криволинейный интеграл $\int_\Gamma xyz\,ds$ по пространственной кривой Γ, где Γ четверть окружности $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $x = y$, расположенная в первом октанте.

4. Докажите, что интеграл $I(\alpha) = \int_0^{+\infty} \frac{dx}{(1+x)^\alpha}$ сходится равномерно на множестве $E = [3; +\infty)$.

5. Вычислите поверхностный интеграл $\int\int_S xyz\,dS$, где S — часть параболоида $z = x^2 + y^2$, выделяемая условием $z \le 1$.

На оценку «превосходно»

Билет 4.

1. С помощью дифференцирования по параметру, вычислить интеграл

$$\int\limits_0^1 \frac{\operatorname{arctg} \alpha x}{x\sqrt{1-x^2}} dx.$$

2. Вычислить интеграл $\int\int\int\limits_D \frac{1}{(x+y)(x+y+z)} dx\,dy\,dz$, где $G = \{1 < x < 2,\ 1 < x + y < 3,\ 1 < x + y + z < 5\}$.

3. Используя формулу Стокса, вычислить интеграл $\int_\Gamma y^2dx + z^2dy + x^2dz$, где Γ — граница треугольника с вершинами в точках $(a; 0; 0)$, $(0; a; 0)$, $(0; 0; a)$, ориентированная положительно относительно вектора $\{0; 1; 0\}$.

4. Исследовать интеграл $I(\alpha) = \int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^\alpha}$ на равномерную сходимость на множестве $E = (1; +\infty)$.

5. Исследовать на сходимость интеграл $\int\int_G \frac{dx\,dy}{(\sqrt{x^2+y^2})^\alpha}$, где $G = \{x^2 + y^2 > 4\}$.

5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-1

1 семестр

1 По данному натуральному уравнению задать кривую в декартовых или полярных координатах:

1) $R = a$; 2) $R = s$; 3) $R = s^2 + 1$; 4) $s = R^2$;
5) $R^2 + (s-1)^2 = 1$; 6) $R^2 + (s-1)^2 = 4$; 7) $9R^2 + s^2 = 1$

2. Найти натуральную параметризацию *винтовой линии*

$$x = a\cos t, \quad y = a\sin t, \quad z = bt.$$

2 семестр

1. Материальная точка под действием силы тяжести движется по циклоиде

$$x = a(\varphi + \sin\varphi), \quad y = a(1 - \cos\varphi), \quad |\varphi| \leqslant \pi$$

(начальная скорость равна нулю, трение отсутствует). Доказать, что период колебаний точки не зависит от ее начального положения. Найти этот период.

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной кривыми: $y = x^2$, $y = x + 2$.

3. Найдите длину кривой $y = \frac{2}{3}\sqrt{x^3}$, $0 \leq x \leq 1$.

4. Найдите площадь одного лепестка лемнискаты Бернулли: $\rho = \sqrt{\cos 2\varphi}$

5. Точка M движется по прямой из начального ($t = 0$) положения O с начальной скоростью v_0. Ускорение точки меняется по закону $a = -2v_0\omega \sin\omega t$, $t \geqslant 0$. Найти расстояние от точки M до точки O в момент $t = 2\pi/\omega$ и путь, пройденный точкой к этому моменту.

6. Материальная точка двигалась равномерно и прямолинейно, имея кинетическую энергию W. В момент времени t_0 на нее начала действовать постоянная по величине и направлению сила F, перпендикулярная в момент t_0 направлению скорости точки. Какой путь пройдет точка за то время, в течение которого ее кинетическая энергия удвоится Г

7. Найти статические моменты M_x и M_y кривой

1) $x/a + y/b = 1,\ x \geqslant 0,\ y \geqslant 0;$ 2) $x^2 + y^2 = a^2,\ y \geqslant 0;$
3) $y^2 = 2x,\ 0 \leqslant x \leqslant 2;$ 4) $y^2 - p^2 = 2px,\ x \leqslant 0;$

8. Найти координаты x_C и y_C центра масс кривой:
1) $x = R\cos\varphi,\ y = R\sin\varphi,\ |\varphi| \leqslant \alpha \leqslant \pi;$
2) $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3},\ x \geqslant 0,\ y \geqslant 0;$ 3) $y = a\,\mathrm{ch}\,(x/a),\ |x| \leqslant b;$
4) $x = y^2/4 - (\ln y)/2,\ 1 \leqslant y \leqslant 2;$

3 семестр

1. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$ на указанном промежутке, длина промежутка является периодом (13–26).

1. $f(x) = \begin{cases} A, & 0 < x < l, \\ A/2, & x = l, \\ 0, & l < x < 2l, \end{cases}$ на интервале $(0, 2l)$.

2. $f(x) = |x|$ на отрезке $[-1; 1]$.

3. $f(x) = \begin{cases} ax, & -\pi < x < 0, \\ bx, & 0 \leqslant x < \pi, \end{cases}$ на интервале $(-\pi, \pi)$.

4 семестр

1. Найти центр масс оболочки, являющейся:
   1) сферическим поясом с высотой h;
   2) сегментом с радиусом основания R и высотой $R\sqrt{3}/2$, отсеченным от параболоида вращения плоскостью, перпендикулярной его оси.

2. Найти центр масс части поверхности цилиндра, заключенной между плоскостями $z = 0$ и $z = hy/R$, $y \geqslant 0$, если цилиндр задан уравнением:
   1) $x^2 + y^2 = R^2$; 2) $x^{2/3} + y^{2/3} = R^{2/3}$.

3. Найти момент инерции:
   1) боковой поверхности цилиндра с радиусом R и высотой h относительно его оси;
   2) боковой поверхности конуса с высотой h и радиусом основания R относительно его оси;
   3) сферы радиуса R относительно ее диаметра.

4. Найдите поток векторного поля $\overrightarrow{A} = x\overrightarrow{i} - (x+2y)\overrightarrow{j} + y\overrightarrow{k}$ через полную поверхность S, ограниченную $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$, $x + 2y + 3z = 6$, и ориентированную внешним вектором нормали.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Умение решать задачи повышенной сложности
отлично	Умение решать задачи высокого уровня
очень хорошо	Умение решать задачи высокого уровня с незначительными замечаниями
хорошо	Умение решать задачи базового уровня
удовлетворительно	Умение решать задачи базового уровня с незначительными замечаниями
неудовлетворительно	При решении задач базового уровня допускает грубые ошибки
плохо	Нет навыков решения базовых задач

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Кудрявцев Лев Дмитриевич. Курс математического анализа : [учеб. для физ.-мат. и инженер.-физ. специальностей вузов] : в 3 т. Т. 1 / Л. Д. Кудрявцев. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Высшая школа, 1988. - 712 с. : ил. - ISBN 5-06-001290-5 (в пер.) : 1.60., 261 экз.
2. Кудрявцев Лев Дмитриевич. Курс математического анализа : [учеб. для физ.-мат. и инженер.-физ. специальностей вузов] : в 3 т. Т. 3. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Высшая школа, 1989. - 351, [1] с. : ил. - ISBN 5-06-000444-9, 5-06-00151 : 0.95., 171 экз.
3. Кудрявцев Лев Дмитриевич. Курс математического анализа : учеб. для студентов физ.-мат. и инженер.-физ. специальностей вузов : в 3 т. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М. : Высшая школа, 1988-. Курс математического анализа. Т. 2. - 1988. - 575, [1] с. : ил. - ISBN 5-06-000444-9, 5-06-00145 (Т.2) : 1.40., 181 экз.

Дополнительная литература:

1. Зорич Владимир Анатольевич. Математический анализ : учеб. для студентов мат. и физ.-мат. фак. и специальностей вузов. - Изд. 5-е. - М. : Изд-во МЦНМО, 2007-. Математический анализ . Ч. 2. - М., 2007. - Изд. 5-е. - XIV, 794 с., 41 ил. - ISBN 5-94057-057-7 (ч. 2) : 397.00., 2 экз.
2. Зорич Владимир Анатольевич. Математический анализ : учеб. для студентов мат. и физ.-мат. фак. и специальностей вузов. - Изд. 5-е. - М. : Изд-во МЦНМО, 2007-. Математический анализ. Ч. 1. - М., 2007. - Изд. 5-е. - XVI, 664 с., 65 ил. - Библ.: 55 наз. - ISBN 5-94057-056-9 (ч. 1) : 335.00., 2 экз.
3. Ильин В. А. Основы математического анализа : Учеб. для вузов. Ч. II. Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть II / Ильин В. А.,Позняк Э. Г. - 5-е изд., стереот. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2022. - 464 с. - Рекомендовано Министерством образования Российской Федерации в качестве учебника для студентов физических специальностей и специальности "Прикладная математика". - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-0537-8., https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=802930&idb=0.
4. Кудрявцев Лев Дмитриевич. Краткий курс математического анализа : учебник для студентов вузов : [в 2 т.]. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функции одной переменной. Ряды. - Висагинас : Альфа, 1998. - 400 с. - ISBN 9986-582-50-4 (т. 1). - ISBN 9986-582-51-2 : 21.85., 5 экз.
5. Кудрявцев Лев Дмитриевич. Краткий курс математического анализа : учебник для студентов вузов : [в 2 т.]. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функции многих переменных. Гармонический анализ. - Висагинас : Альфа, 1998. - 384 с. - ISBN 9986-582-52-0 (т. 2). - ISBN 9986-582-51-2 : 21.85., 5 экз.
6. Костромина Ольга Сергеевна. Теоретический минимум для успешного освоения дисциплины «Математический анализ» : учебно-методическое пособие. Ч. 1. Минимально необходимый уровень / О. С. Костромина, О. А. Кузенков ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2021. - 24 с. - Текст : электронный., https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=793981&idb=0.
7. Костромина О. С. Минимально необходимый уровень : Учебно-методическое пособие. Ч. 2. Минимально необходимый уровень : Учебно-методическое пособие / Костромина О. С.,Кузенков О. А. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. - 23 с. - Рекомендовано методической комиссией ИИТММ для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 01.03.01 «Математика», 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», 01.03.03

«Механика и математическое моделирование», 01.05.01 «Фундаментальная математика и механика», 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», 09.03.03 «Прикладная информатика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783356&idb=0.
8. Кузенков Олег Анатольевич. Дифференциальное исчисление функций одного переменного. Лекции : учебное пособие / О. А. Кузенков, Е. А. Рябова ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2024. - 87 с. - Текст : электронный., https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=892588&idb=0.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Не требуется

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.05.01 - Фундаментальные математика и механика.

Автор(ы): Махрова Елена Николаевна, кандидат физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.