

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 15 от 24.12.2025 г.

Рабочая программа дисциплины

Вероятностные модели в финансовой математике

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Направленность образовательной программы
Математическое моделирование и искусственный интеллект

Форма обучения
очная

г. Нижний Новгород

2026 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.04.04 Вероятностные модели в финансовой математике относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-6: Способен изучать и применять программное обеспечение, проводить расчётные работы и выполнять обработку результатов исследований	<p>ПК-6.1: Знает методы применения современных программных комплексов, пакетов прикладных программ и автоматизированных систем для решения прикладных задач при проведении исследований</p> <p>ПК-6.2: Умеет самостоятельно проводить расчётные работы, выбирать и применять современные программные комплексы, пакеты прикладных программ и автоматизированные системы, обрабатывать и анализировать полученные результаты</p> <p>ПК-6.3: Имеет практический опыт применения современного программного обеспечения для решения прикладных задач</p>	<p>ПК-6.1:</p> <p>Знать:</p> <p>1) понятия рынка ценных бумаг, основные виды ценных бумаг;</p> <p>2) методы расчета рациональной стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа;</p> <p>3) современные пакеты прикладных программ, необходимые для решения задач по дисциплине.</p> <p>ПК-6.2:</p> <p>Уметь:</p> <p>1) построить математическую модель случайного явления;</p> <p>2) вычислять вероятности случайных событий и отыскивать законы распределения и числовые характеристики случайных величин;</p> <p>3) находить мартингальные меры в простейшем случае;</p> <p>4) применять современные пакеты прикладных программ сообразно с характером задачи.</p> <p>ПК-6.3:</p> <p>Владеть:</p> <p>практическим опытом научно-исследовательской</p>	Собеседование Задачи	Зачёт: Контрольные вопросы

		деятельности, а именно, владеть методами решения научных задач в соответствии с поставленной целью и выбранной методикой с применением современного программного обеспечения.		
--	--	---	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	2
Часов по учебному плану	72
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	1
самостоятельная работа	39
Промежуточная аттестация	0 Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	
Раздел 1. Элементы финансовых расчетов.	4	2	2	4	
Раздел 2. Дискретные вероятностные модели.	18	2	2	4	14
Раздел 3. Условные математические ожидания относительно разбиений. Мартингалы.	28	6	6	12	16
Раздел 4. Теория арбитража и полноты рынка. Хеджирование.	21	6	6	12	9
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	72	16	16	33	39

Содержание разделов и тем дисциплины

Раздел 1. Элементы финансовых расчетов.

Предмет финансовой математики. Проценты. Математическое дисконтирование. Кредит как пример финансового анализа операции. Финансовые рынки и ценные бумаги. (B,S)-рынок. Портфель ценных бумаг. Самофинансируемость.

Раздел 2. Дискретные вероятностные модели.

Вероятностная модель эксперимента с конечным числом исходов. Биномиальное распределение. Дискретные случайные величины и их характеристики.

Раздел 3. Условные математические ожидания относительно разбиений. Мартингалы.

Условные вероятности. Независимость. Условные вероятности и условные математические ожидания относительно разбиений. Мартингалы с дискретным временем.

Раздел 4. Теория арбитража и полноты рынка. Хеджирование.

Биномиальная модель ценообразования. Арбитражные и безарбитражные рынки. Воспроизводимость платежных обязательств. Хеджирование. Модель Кокса-Росса-Рубенштейна.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

1. Ширяев А.Н. О некоторых понятиях и стохастических моделях финансовой математики. – Теория вероятностей и ее применение. Т. 39. Вып. 1, 1994, с. 5 – 22. – Режим доступа: <http://mi.mathnet.ru/tvp3761>
2. Ширяев А.Н., Кобанов Ю.М., Крамков Д.О., Мельников А.В. К теории расчетов опционов европейского и американского типов. I. Дискретное время. – Теория вероятностей и ее применения. Т. 39. Вып. 1. 1994, с. 23 – 79. –Режим доступа: <http://mi.mathnet.ru/tvp3762>
3. Мельников А.В., Нечаев М.Л. К вопросу о хеджировании платёжных обязательств в среднеквадратическом. – Теория вероятностей и ее применения, Т. 43. Вып. 4, 1998, с. 672 – 691. Режим доступа: <http://mi.mathnet.ru/tvp2015>

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-6:

1. Перечислите примеры безрисковых активов.
2. В чем различие европейского и американского опционов?

3. Перечислите свойства условных математических ожиданий относительно разбиения.

4. Дайте определение полноты рынка и сформулируйте соответствующий критерий.

Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответы на вопросы верны или имеют незначительные неточности.
не зачтено	Ответов нет или допущены грубые ошибки.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-6:

1. Стоимость акции изменялась следующим образом: 100 рублей, 120 рублей, 115 рублей. Найти доходность на каждом промежутке времени.

2. Какую сумму нужно положить на депозит под 12% годовых, чтобы через 5 лет получить 500 000 руб.?

3. Пусть доходность за период имеет распределение $\mathbf{P}\{r = -0.1\} = 0.6$, $\mathbf{P}\{r = 0.12\} = 0.4$. Найти мартингальную меру.

4. Пусть одношаговая доходность имеет распределение $\mathbf{P}\{r = -0.1\} = 0.6$, $\mathbf{P}\{r = 0.12\} = 0.4$. Найти «справедливую» цену стандартного европейского опциона-колл при начальной стоимости рискованного актива $S_0 = 100$, безрисковой процентной ставке $r = 0.05$, числе периодов $N = 10$ и цене исполнения $K = 110$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задача решена верно или с незначительными ошибками.
не зачтено	Задача не решена или допущены грубые ошибки.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой

	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-6

1. В чем отличие опциона от фьючерса?
2. Что такое самофинансируемый портфель?
3. Приведите примеры мартингалов.
4. Дайте определение биномиального (B, S) -рынка.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответы на вопросы верны или имеют незначительные неточности.
не зачтено	Ответов нет или допущены грубые ошибки.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Ширяев Альберт Николаевич. Вероятность : [учеб. пособие для вузов по специальностям "Математика", "Приклад. математика", "Физика"]. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1989. - 640 с. : ил. - ISBN 5-02-013955-6 (в пер.) : 1.70., 86 экз.
2. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики. Т. 1. Факты. Модели. - М. : Фазис, 1998. - 489 с. - (Стохастика ; вып. 2). - 635.00., 1 экз.
3. Жуленев Сергей Викторович. Финансовая математика : введение в классическую теорию. - М. :

Изд-во МГУ, 2001. - 480 с. - ISBN 5-211-04312-X : 316.00., 3 экз.

Дополнительная литература:

1. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики. Т. 2. Теория. - М. : Фазис, 1998. - 544 с. - (Стохастика ; вып. 3). - 381.00., 1 экз.
2. Малыхин Вячеслав Иванович. Финансовая математика : учеб. пособие для студентов вузов. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Юнити-Дана, 2003. - 237 с. - ISBN 5-238-00559-8 : 79-00., 1 экз.
3. Четыркин Евгений Михайлович. Финансовая математика : учеб. по специальностям "Финансы и кредит", "Бухгалтерский учет, анализ и аудит" и "Мировая экономика" / Акад. народ. хоз-ва при Правительстве Рос. Федерации. - 5-е изд., испр. - М. : Дело, 2005. - 400 с. - ISBN 5-7749-0193-9 : 181.39., 95 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Бородина Татьяна Сергеевна, кандидат физико-математических наук
Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 17.12.2025, протокол № протокол №6.