

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Физический факультет

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 12 от 09.11.2022 г.

Рабочая программа дисциплины
Дополнительные главы линейной алгебры

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
09.03.02 - Информационные системы и технологии

Направленность образовательной программы
Информационные технологии в системах космической связи

Форма обучения
очная

Год начала подготовки

2022 год

г. Нижний Новгород

2024 год

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина ФТД.05 Дополнительные главы линейной алгебры является факультативом в образовательной программе.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;	ОПК-1.1: Знать основы высшей математики, общей физики, теории вероятности и технологий программирования. ОПК-1.2: Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования. ОПК-1.3: Иметь навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	ОПК-1.1: Знание методов решения основных типов задач специальных разделов линейной алгебры в приложении к основным видам задач высшей математики, теории вероятности и технологий программирования. ОПК-1.2: Умение выбирать правильные подходы к решению и решать основные типы задач специальных разделов линейной алгебры при решении стандартных профессиональных задач обработки и анализа результатов компьютерного моделирования и экспериментальных исследований. ОПК-1.3: Владение навыками решения задач специальных разделов линейной алгебры применительно к анализу результатов компьютерного моделирования и экспериментальных исследований.	Контрольная работа	Зачёт: Контрольные вопросы Задачи

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	1
Часов по учебному плану	36
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	1
самостоятельная работа	3
Промежуточная аттестация	0 зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
1. Введение. Обзор основных понятий о системах линейных уравнений и базисах в линейных пространствах, о линейных операторах в евклидовых пространствах	4	2	2	4	0
2. Полярное разложение оператора. Сингулярное разложение оператора	10	4	4	8	2
3. Псевдорешение системы линейных уравнений. Псевдообратная матрица. Псевдорешения и сингулярное разложение.	9	4	4	8	1
4. Метод наименьших квадратов.	4	2	2	4	0
5. Квадратичные формы. Положительно определённые матрицы. Квадратные корень из матрицы. Обобщённая задача на собственные значения. Принципы минимума и отношение Рэлея.	8	4	4	8	0
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	36	16	16	33	3

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Д.В. Хомицкий, "Дополнительные главы линейной алгебры", конспект лекций и практических занятий, 2023.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Контрольная работа по теме «Полярное и сингулярное разложение оператора»

Задача 1.

Получить полярное разложение матрицы: $A = \begin{pmatrix} 11 & 10 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$

Задача 2.

Получить сингулярное разложение матрицы: $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Обучаемый успешно решил половину или более половины задач из контрольной работы.
не зачтено	Обучаемый решил менее половины задач из контрольной работы.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

	отказа обучающегося от ответа		ошибок	несколько негрубых ошибок	несколько несущественных ошибок	нет.	
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации

5.3.1 Типовые задания, выносимые на промежуточную аттестацию:

Оценочное средство - Контрольные вопросы

Зачёт

Критерии оценивания (Контрольные вопросы - Зачёт)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Обучаемый успешно и самостоятельно либо при незначительной помощи преподавателя ответил на контрольный вопрос.
не зачтено	Обучаемый не ответил на контрольный вопрос, а также не ответил на дополнительные вопросы.

Типовые задания (Контрольные вопросы - Зачёт) для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (Способен применять современный математический аппарат при проведении, моделировании и анализе результатов компьютерного или натурального эксперимента)

№	Вопросы	Код формируемой компетенции
1	Системы линейных уравнений. Условие совместности. Структура общего решения.	ОПК-1
2	Переход от одного базиса к другому в линейном пространстве.	ОПК-1
3	Линейные операторы в евклидовом пространстве. Самосопряжённые и унитарные (ортогональные) операторы.	ОПК-1
4	Полярное разложение оператора.	ОПК-1
5	Сингулярное разложение оператора.	ОПК-1
6	Псевдорешение системы линейных уравнений.	ОПК-1
7	Псевдообратная матрица.	ОПК-1
8	Псевдорешения и сингулярное разложение	ОПК-1
9	Метод наименьших квадратов.	ОПК-1
10	Квадратичные формы. Положительно определённые матрицы.	ОПК-1

11	Квадратный корень из матрицы. n -мерные эллипсоиды.	ОПК-1
12	Обобщённая задача на собственные значения.	ОПК-1
13	Принцип минимума для системы линейных уравнений и отношение Рэлея.	ОПК-1

Оценочное средство - Задачи

Зачёт

Критерии оценивания (Задачи - Зачёт)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Обучаемый самостоятельно выбрал правильный метод для решения задачи и получил решение самостоятельно либо при незначительной помощи преподавателя.
не зачтено	Обучаемый не смог выбрать правильного метода решения задачи и не решил её.

Типовые задания (Задачи - Зачёт) для оценки сформированности компетенции ПК-15

(Способен применять современный математический аппарат при проведении, моделировании и анализе результатов компьютерного или натурального эксперимента)

1. Получить полярное разложение матрицы $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

2. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
Получить сингулярное разложение матрицы

3. Найти нормальное псевдорешение для системы уравнений $Ax=b$ с матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ и

столбцом свободных членов $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, а также псевдообратную матрицу A^+ .

4. С помощью сингулярного разложения матрицы системы найти нормальное

псевдорешение системы $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 - x_2 = 0 \\ 2x_1 + x_2 = 2. \end{cases}$

5. В рамках метода наименьших квадратов путём решения нормальной системы уравнений найти нормальное псевдорешение, отвечающее аппроксимации с помощью линейной функции $f(x)=c_1+c_2x$ для набора данных (1, 4), (2, 8), (3, 10).

6. Исследовать на экстремум функцию двух переменных $f(x, y)=(x^2-2x) \cos y$ в точке $x=1$, $y=\pi$.

7. Преобразовать выражение $f(x, y) = 3x^2 - 2\sqrt{2}xy + 2y^2$ к сумме квадратов, найдя собственные значения и собственные векторы симметричной матрицы A для данной квадратичной формы.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Беклемишев Дмитрий Владимирович. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : [учеб. для вузов]. - 5-е изд., перераб. - М. : Наука, 1984. - 320 с. - 0.80., 240 экз.
2. Беклемишев Дмитрий Владимирович. Дополнительные главы линейной алгебры : учеб. пособие. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2008. - 496 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0811-5 : 390.06., 1 экз.
3. Беклемишева Людмила Анатольевна. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре : [учеб. пособие для физ.-мат., инженер.-физ. и инженер.-техн. специальностей вузов] / под ред. Д. В. Беклемишева. - М. : Наука, 1987. - 494, [2] с. - 1.30., 63 экз.
4. Стренг Гилберт. Линейная алгебра и ее применения / пер. с англ. Ю. А. Кузнецова, Д. М. Фаге ; под ред. Г. И. Марчука. - М. : Мир, 1980. - 454 с. : ил. - 2.10., 2 экз.

Дополнительная литература:

1. Икрамов Хаким Дододжанович. Задачник по линейной алгебре : учебное пособие / под ред. В. В. Воеводина. - Изд. 2-е, испр. - СПб. : Лань, 2006. - 320 с. - (Лучшие классические учебники. Математика) (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 5-8114-0670-3 : 224.84., 1 экз.
2. Хорн Роджер. Матричный анализ / пер. с англ. Х. Д. Икрамова [и др.] ; под ред. Х. Д. Икрамова. - М. : Мир, 1989. - 655 с. - ISBN 5-03-001042-4 : 3.00., 4 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Не используется

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения. Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению 09.03.02 - Информационные системы и технологии.

Автор(ы): Хомицкий Денис Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент.

Рецензент(ы): Мальцев Александр Александрович, доктор физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Морозов Олег Александрович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от _____, протокол № _____.