

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий математики и механики
Передовая инженерная школа

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол от
30.11.2022 г. №13

Рабочая программа дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
09.03.03. Прикладная информатика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
Суперкомпьютерное моделирование и инженерный анализ

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения
очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижегород

2023

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части

| № варианта | Место дисциплины в учебном плане образовательной программы | Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД |
|------------|--|--|
| 1 | Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть | Дисциплина Б1.О.08 «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к обязательной части ООП направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика |

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции) | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции | | Наименование оценочного средства |
|---|---|---|--|
| | Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора) | Результаты обучения по дисциплине** | |
| <i>ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности</i> | <i>ОПК-1.1. Демонстрирует знание основ высшей математики, физики, вычислительной техники и программирования.</i> | <i>Уметь формулировать содержательные проблемы в форме вероятностных или статистических задач, строить вероятностные модели простых случайных экспериментов, находить вероятностные характеристики случайных величин. Знать основные понятия и методы теории вероятностей, в частности, требования к выбору элементарных исходов случайного эксперимента, различные подходы к определению вероятности, классификацию случайных событий и операции над случайными событиями. Знать основные вероятностные свойства одномерных и многомерных случайных величин, в частности, классификацию случайных величин, способы задания закона распределения вероятностей случайных величин, некоторые виды распределений дискретных и непрерывных случайных величин.</i> | <i>Собеседование</i> |
| | <i>ОПК-1.2. Демонстрирует умение решать профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и</i> | <i>Знать определения и способы вычисления числовых характеристик случайных величин и свойства этих характеристик. Знать способы представления выборки (результатов повторных независимых наблюдений над случайными величинами) и выборочные (эмпирические) характеристики. Знать методы оценивания (по выборке) неизвестных законов распределения и</i> | <i>Собеседование Задача Контрольная работа</i> |

| | | | |
|--|--|--|----------------------------------|
| | <i>моделирования.</i> | <i>методы точечного и интервального оценивания неизвестных параметров распределения</i> | |
| | ОПК-1.3. <i>Демонстрирует наличие практического опыта теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.</i> | <i>Уметь по повторной выборке находить эмпирические характеристики и несмещенные оценки некоторых числовых характеристик случайной величины. Владеть методами вычисления вероятностей случайных событий с использованием классического и геометрического определений вероятности. Владеть техникой вычисления вероятностей сложных событий с использованием теорем сложения и умножения вероятностей, формулы полной вероятности и формулы Байеса. Владеть методами вычисления основных вероятностных характеристик случайных величин. Владеть методами точечного оценивания неизвестных параметров распределений случайных величин.</i> | <i>Задача Контрольная работа</i> |

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

| | Очная форма обучения |
|--|----------------------|
| Общая трудоемкость | 9 ЗЕТ |
| Часов по учебному плану | 324 |
| в том числе | |
| аудиторные занятия (контактная работа): | 138 |
| - занятия лекционного типа | 76 |
| - занятия семинарского типа | 62 |
| - текущий контроль (КСР) | 4 |
| самостоятельная работа | 146 |
| Промежуточная аттестация – зачет, зачет, экзамен | 36 |

3.2. Содержание дисциплины

| Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины | Всего (часы) | В том числе | | | | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
|---|--------------|---|---------------------------|----------------------------|-------|---|
| | | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них | | | | |
| | | Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Занятия лабораторного типа | Всего | |
| Основные понятия теории вероятностей. | 54 | 16 | 14 | | 30 | 24 |

| | | | | | | |
|--|----|----|----|--|----|----|
| <p>Стохастические эксперименты. Пространство элементарных исходов. Случайные события и операции над ними. Статистическое определение вероятности. Классическое определение вероятности. Геометрические вероятности. Алгебры и σ - алгебры. Аксиомы теории вероятностей. Вероятностные пространства. Свойства вероятности. Условные вероятности и их свойства. Обобщенная теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Парная независимость событий. Независимость в совокупности. Схема Бернулли. Теорема Пуассона для схемы Бернулли. Локальная предельная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа.</p> | | | | | | |
| <p>Одномерные случайные величины. Одномерные случайные величины и одномерные функции распределения. Классификация одномерных случайных величин. Дискретные случайные величины. Абсолютно непрерывные случайные величины. Некоторые виды распределений дискретных случайных величин (биномиальное, распределение Пуассона). Некоторые виды распределений непрерывных случайных величин (равномерное, показательное, нормальное). Функции одного случайного аргумента. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и ее свойства. Мода, квантиль, медиана, моменты высших порядков, коэффициент асимметрии, эксцесс.</p> | 48 | 8 | 10 | | 18 | 30 |
| <p>Многомерные случайные величины. Системы случайных величин. Многомерные функции распределения. Определение независимости случайных величин. Критерий независимости для дискретных случайных величин. Критерий независимости для абсолютно непрерывных случайных величин. Математическое ожидание функции от нескольких случайных аргументов и его свойства. Ковариация и ее свойства. Коэффициент корреляции и его свойства. Условные законы распределения двумерных дискретных случайных величин. Условные законы распределения двумерных непрерывных случайных величин. Условное математическое ожидание.</p> | 50 | 8 | 8 | | 16 | 34 |
| <p>Предельные теоремы теории вероятностей. Последовательности случайных величин. Различные виды сходимости последовательностей случайных величин: сходимость по вероятности, сходимость с вероятностью 1 (сходимость почти наверное), сходимость в среднеквадратическом смысле, сходимость по распределению (слабая сходимость). Закон больших чисел для последовательности независимых случайных величин. Центральная предельная теорема для последовательности независимых одинаково распределенных случайных величин.</p> | 22 | 6 | 6 | | 12 | 10 |
| <p>Элементы теории случайных процессов. Определение случайного процесса. Конечномерные функции распределения. Классификация случайных процессов. Стационарные случайные процессы. Эргодические случайные процессы.</p> | 8 | 2 | | | 2 | 6 |
| <p>Предмет и основные задачи математической статистики. Предмет математической статистики и ее связь с теорией вероятностей. Задачи математической статистики. Выборка. Способы представления выборки</p> | 28 | 10 | 6 | | 16 | 12 |

| | | | | | |
|---|------------|-----------|-----------|------------|------------|
| (вариационный ряд, статистический ряд, таблица частот группированной выборки). Статистические (эмпирические) законы распределения (эмпирическая функция распределения, гистограмма относительных частот группированной выборки, полигон относительных частот) и выборочные числовые характеристики. Задачи оценивания неизвестных законов распределения случайных величин. | | | | | |
| Задачи точечного оценивания неизвестных параметров распределений. Основные определения и общая постановка задачи точечного оценивания. Свойства точечных оценок (несмещенность, эффективность, состоятельность). Оценка математического ожидания случайной величины, эффективная в классе линейных несмещенных оценок. Несмещенная оценка вероятности случайного события. Задача оценивания функции распределения случайной величины как задача точечного оценивания неизвестных параметров. Несмещенная оценка дисперсии случайной величины при известном и неизвестном математическом ожидании. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. | 26 | 8 | 6 | 14 | 12 |
| Задача интервального оценивания неизвестных параметров распределений. Основные определения и общая постановка задачи интервального оценивания. Метод оценивания, основанный на обобщенном неравенстве Чебышева. Центральный метод построения доверительных интервалов. Доверительный интервал для математического ожидания нормальной случайной величины при известной и неизвестной дисперсии. | 26 | 10 | 6 | 16 | 10 |
| Задачи проверки статистических гипотез. Основные определения и общая постановка задачи. Правило проверки простой основной гипотезы. Ошибки правила проверки. Мощность критерия. Критерий Неймана-Пирсона для проверки простой основной гипотезы против простой альтернативной. | 22 | 8 | 6 | 14 | 8 |
| Текущий контроль (КСР) | 4 | | | | |
| Промежуточная аттестация – зачет, зачет, экзамен | 36 | | | | |
| Итого | 324 | 76 | 62 | 138 | 146 |

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (зачет (4,5 сем.), экзамен (6 сем)).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя выполнение домашних практических заданий по дисциплине; самостоятельное изучение конспектов лекций, доказательство ряда утверждений, сформулированных в лекциях и подготовку к экзамену. Самостоятельная работа контролируется преподавателем, как во время аудиторных занятий, так и во время внеаудиторной работы (осуществляется выборочная проверка домашних работ после каждого практического занятия). При выполнении студентами домашних и контрольных работ, используются приведенные разделе 6 учебно-методические пособия и практикумы.

В течение всего периода изучения «Теории вероятностей и математической статистики» студенты решают указанные преподавателем задачи из учебно-методического пособия или практикума, соответствующего теме изучаемого раздела дисциплины. Подготовка к экзамену осуществляется с использованием конспектов лекций и учебной литературы, список которой приведен в разделе 6.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

| Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | Шкала оценивания сформированности компетенций | | | | | | |
|--|--|--|---|---|--|--|--|
| | плохо | неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | очень хорошо | отлично | превосходно |
| | Не зачтено | | Зачтено | | | | |
| <u>Знания</u> | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок. | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| <u>Умения</u> | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. | Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме. | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. | Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| <u>Навыки</u> | Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами. | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов. | Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов. | Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач. |

| | | | | | | | |
|--|-------------|---------|--|--|--|--|--|
| | я от ответа | ошибки. | | | | | |
|--|-------------|---------|--|--|--|--|--|

Шкала оценки при промежуточной аттестации

| Оценка | | Уровень подготовки |
|------------|---------------------|--|
| зачтено | Превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно» |
| | Отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| | Очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» |
| | Хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| | Удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | Неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |
| | Плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

Промежуточный контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в форме зачета. В результате выставляется оценка «Зачтено» (соответствует уровням оценки компетенций «удовлетворительно» и выше) или «Не зачтено» (соответствует уровням оценки компетенций «плохо» и «неудовлетворительно»). Итоговый контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в виде экзамена, на котором определяется:

- уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине;
- уровень понимания студентами изученного материала
- способности студентов использовать полученные знания для решения конкретных задач.

Экзамен включает устную и письменную часть. Устная часть экзамена заключается в ответе студентом на теоретические вопросы курса (с предварительной подготовкой) и последующем собеседовании в рамках тематики курса. Собеседование проводится в форме вопросов, на которые студент должен дать краткий ответ. Практическая часть экзамена предусматривает решение задачи. По результатам экзамена проставляется оценка.

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы

| | |
|----------------|------------------------------------|
| <i>Вопросы</i> | <i>Код формируемой компетенции</i> |
|----------------|------------------------------------|

| | |
|---|--------------|
| 1. Случайный эксперимент. Пространство элементарных исходов. | <i>ОПК-1</i> |
| 2. Случайные события и операции над ними. | <i>ОПК-1</i> |
| 3. Алгебры и σ -алгебры. Измеримые пространства. | <i>ОПК-1</i> |
| 4. Статистическое определение вероятности. | <i>ОПК-1</i> |
| 5. Дискретная вероятностная модель. Определение вероятности в рамках дискретной вероятностной модели. | <i>ОПК-1</i> |
| 6. Классическое определение вероятности. | <i>ОПК-1</i> |
| 7. Геометрическое определение вероятности. Задача о встрече двух лиц. | <i>ОПК-1</i> |
| 8. Аксиоматическое определение вероятности. Вероятностное пространство. | <i>ОПК-1</i> |
| 9. Основные свойства вероятностей. | <i>ОПК-1</i> |
| 10. Условные вероятности и их свойства. | <i>ОПК-1</i> |
| 11. Теоремы сложения и умножения вероятностей. | <i>ОПК-1</i> |
| 12. Независимые случайные события. | <i>ОПК-1</i> |
| 13. Формула полной вероятности и формула Байеса. | <i>ОПК-1</i> |
| 14. Последовательности независимых испытаний. Схема Бернулли. | <i>ОПК-1</i> |
| 15. Последовательные независимые испытания до первого «успеха». | <i>ОПК-1</i> |
| 16. Случайная величина. Функция распределения случайной величины, ее свойства. | <i>ОПК-1</i> |
| 17. Дискретная случайная величина. Ряд распределения дискретной случайной величины. | <i>ОПК-1</i> |
| 18. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения вероятностей, ее свойства. | <i>ОПК-1</i> |
| 19. Распределение функций от одного случайного аргумента. | <i>ОПК-1</i> |
| 20. Математическое ожидание случайной величины, его свойства. | <i>ОПК-1</i> |
| 21. Дисперсия случайной величины, ее свойства. Среднеквадратическое отклонение. | <i>ОПК-1</i> |
| 22. Биномиальное и геометрическое распределения вероятностей. Распределение Пуассона. Гипергеометрическое распределение. | <i>ОПК-1</i> |
| 23. Равномерное и нормальное распределения вероятностей. | <i>ОПК-1</i> |
| 24. Числовые характеристики случайной величины: моменты, коэффициент асимметрии, эксцесс, медиана, мода, квантиль. | <i>ОПК-1</i> |
| 25. Многомерные случайные величины. Совместная функция распределения, ее свойства. Частные функции распределения. | <i>ОПК-1</i> |
| 26. Многомерные непрерывные случайные величины. Совместная плотность распределения, ее свойства. Частные плотности распределения. | <i>ОПК-1</i> |
| 27. Многомерные дискретные случайные величины. Ряд распределения двумерной дискретной случайной величины. | <i>ОПК-1</i> |
| 28. Зависимые и независимые случайные величины. | <i>ОПК-1</i> |
| 29. Функции от случайных аргументов. Числовые характеристики функций от случайных аргументов. | <i>ОПК-1</i> |
| 30. Условные распределения двумерных дискретных случайных величин. | <i>ОПК-1</i> |

| | |
|--|-------|
| 31. Условные распределения непрерывных случайных величин. | ОПК-1 |
| 32. Коэффициенты ковариации и корреляции двух случайных величин, их свойства. | ОПК-1 |
| 33. Случайные последовательности. Сходимость случайных последовательностей по вероятности, с вероятностью 1, по распределению. | ОПК-1 |
| 34. Закон больших чисел, центральная предельная теорема (в простейших формах). | ОПК-1 |
| 35. Выборка. Способы представления выборки. Эмпирические характеристики. Теорема Гливленко. | ОПК-1 |
| 36. Задача точечного оценивания неизвестных параметров распределений. Свойства оценок (несмещенность, эффективность, состоятельность). Оценка математического ожидания случайной величины, эффективная в классе линейных несмещенных оценок. | ОПК-1 |
| 37. Несмещенная оценка вероятности случайного события. | ОПК-1 |
| 38. Оценка функции распределения случайной величины как задача точечной оценки неизвестных параметров. | ОПК-1 |
| 39. Несмещенная оценка дисперсии случайной величины при известном и неизвестном математическом ожидании. | ОПК-1 |
| 40. Несмещенная оценка k – го начального момента случайной величины. Метод моментов. | ОПК-1 |
| 41. Метод максимального правдоподобия. | ОПК-1 |
| 42. Задача интервального оценивания неизвестных параметров распределений случайных величин. Метод интервального оценивания, основанный на обобщенном неравенстве Чебышева. | ОПК-1 |
| 43. Центральный метод построения доверительных интервалов. Доверительный интервал для математического ожидания нормальной случайной величины при известной и неизвестной дисперсии. | ОПК-1 |
| 44. Задача проверки статистических гипотез. Простые и сложные гипотезы. Правило проверки простой основной гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Мощност критерия. | ОПК-1 |
| 45. Критерий Неймана – Пирсона для проверки простой основной гипотезы против простой альтернативной гипотезы. | ОПК-1 |
| 46. Случайные последовательности. Сходимость случайных последовательностей по вероятности, с вероятностью 1, по распределению. | ОПК-1 |
| 47. Закон больших чисел, центральная предельная теорема (в простейших формах). | ОПК-1 |
| 48. Выборка. Способы представления выборки. Эмпирические характеристики. Теорема Гливленко. | ОПК-1 |

5.2.3. Типовые задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-1

В заданиях 1 - 5 рассматриваются некоторые случайные эксперименты. Для каждого из них нужно построить пространство элементарных исходов Ω и описать указанные случайные события как подмножества Ω .

1. Из колоды карт в 32 листа наудачу выбираются две карты (прикуп при игре в преферанс). Событие $A = \{\text{обе карты - тузы}\}$.

2. При наборе телефонного номера абонент забыл две последние цифры и набирает их наудачу, помня только, что они нечетные и разные. Событие $A = \{\text{номер набран верно}\}$.

3. Из шестизначных телефонных номеров, не содержащих одинаковых цифр, наудачу выбирается один. Событие $A = \{\text{цифры номера следуют в порядке возрастания}\}$.

4. Три игральные кости подбрасываются один раз. События: $A = \{\text{сумма очков, выпавших на верхних гранях костей, равна } 12\}$; $B = \{\text{на первой кости выпало четное число очков}\}$; $C = \{\text{на всех костях выпало одинаковое число очков}\}$.

5. Три пронумерованных шара раскладываются наудачу по трем ящикам. В каждый ящик может поместиться любое число шаров. События: $A = \{\text{все шары попадут в один ящик}\}$; $B = \{\text{в первый ящик попадут два шара}\}$; $C = \{\text{в каждый ящик попадет по одному шару}\}$.

В задачах 6 – 7: A, B, C, D – случайные события. Используя определения операций над событиями и свойства этих операций, определить, верны или нет указанные равенства.

Задача 6.

$$AB \cup CD = (\bar{A} \cup \bar{B})(\bar{C} \cup \bar{D});$$

$$(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C);$$

Задача 7.

$$\overline{\overline{A \setminus B}} = A \setminus B;$$

$$(A \cup B) \setminus C = A \cup (B \setminus C);$$

Задача 8.

$$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup C;$$

$$(A \setminus B)(C \setminus D) = AC \setminus BD;$$

Задача 9.

$$(A \cup B)(A \cup C)(B \cup C) = AB \cup AC \cup BC;$$

$$(A \setminus B)(C \setminus D) = AC \setminus (B \cup D);$$

Задача 10.

$$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup AC;$$

$$(A \cup B) \setminus B = A \setminus B;$$

Задача 11. Время решения контрольной задачи (в секундах) случайно выбранными учениками четвертого класса представлено в виде следующей выборки

38, 60, 41, 51, 33, 42, 45, 21, 53, 60,
68, 52, 47, 46, 49, 49, 14, 57, 54, 59,
77, 47, 28, 48, 58, 32, 42, 58, 61, 30,
61, 35, 47, 72, 41, 45, 44, 35, 30, 40,
67, 65, 39, 48, 43, 62, 54, 42, 59, 50.

Произвести группирование выборки и представить ее в виде группированного статистического ряда (статистического ряда группированной выборки). Построить эмпирическую функцию распределения, полигон относительных частот группированной выборки и гистограмму относительных частот группированной выборки. Вычислить выборочное математическое ожидание.

Задача 12. Пусть x_1, x_2, \dots, x_n – результаты n повторных независимых наблюдений над случайной величиной ξ , распределенной по закону Пуассона с неизвестным параметром λ ($\lambda > 0$). Для оценки λ выбрали следующие функции от результатов наблюдений:

$$a) \hat{\lambda}_n(x_1, \dots, x_n) = 2x_1 - x_2; \quad b) \hat{\lambda}_n(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$c) \hat{\lambda}_n(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(x_i - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j \right)^2$$

Требуется определить, являются ли соответствующие оценки несмещенными.

Задача 13. Случайная величина ξ - число семян сорняков в пробе зерна – распределена по закону Пуассона с неизвестным параметром λ ($\lambda > 0$), то есть

$$\xi \in \{0, 1, 2, \dots\}, \quad P\{\xi = k\} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Было взято $n=1000$ независимых проб зерна. Распределение семян сорняков в этих пробах представлено в виде следующего статистического ряда:

| | | | | | | | |
|--------|-----|-----|-----|----|---|---|---|
| $x_i:$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $n_i:$ | 405 | 366 | 175 | 40 | 8 | 4 | 2 |

Найти значение оценки неизвестного параметра распределения Пуассона с использованием метода моментов.

Задача 14. Имеется 5 карточек, на которых написана одна из букв: о, п, р, с, т. Карточки случайным образом располагаются в ряд. Найти вероятности следующих событий: $A = \{\text{получится слово «спорт»}\}$; $B = \{\text{на первом месте окажется буква «с», а на последнем – буква «т»}\}$.

Задача 15. На сборку телевизоров поступают микросхемы от двух поставщиков: 60% от первого и 40% от второго. Брак микросхем первого поставщика составляет 3%, а второго – 2%. Какова вероятность того, взятая наудачу микросхема окажется бракованной?

Задача 16. Стрелок ведет стрельбу по мишени до первого попадания, имея боезапас из 4-х патронов. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,6. Построить ряд и функцию распределения случайной величины ξ - числа израсходованных патронов. Найти $P\{1 \leq \xi < 3\}$. Ряд распределения с. в. ξ имеет вид

| | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|
| ξ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| P | 0,1 | 0,2 | 0,2 | 0,4 | 0,1 |

Требуется: а) найти функцию распределения и начертить ее график; б) найти $P\{|\xi| \leq 1\}$, математическое ожидание и дисперсию ξ .

Задача 17. Плотность распределения с.в. ξ имеет вид $f_{\xi}(x) = \begin{cases} a(x-1)^2, & x \in [1, 5] \\ 0, & x \notin [1, 5] \end{cases}$.

Найти константу a , функцию распределения ξ , $P(3 \leq \xi < 4)$, математическое ожидание и дисперсию ξ .

Задача 18. Дискретная с. в. ξ имеет ряд распределения

| | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|
| ξ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| P | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,3 | 0,1 |

Построить ряд распределения с.в. $\eta = \xi^2 + 2$.

Задача 19. В коробке лежат 15 одинаковых на вид шоколадных конфет с алкогольной начинкой, из них 6 с ромом, 4 с ликером и 5 с коньяком. Наудачу берут 3 конфеты. Найти вероятности событий: $A = \{\text{во всех трех конфетах разная начинка}\}$; $B = \{\text{ровно две конфеты оказались с ромом}\}$.

Задача 20. В трех ящиках находятся соответственно: 1) 2 белых и 3 черных, 2) 4 белых и 3 черных, 3) 6 белых и 2 черных шара. Из наудачу взятого ящика по схеме случайного выбора с возвращением извлекли три шара, два из них оказались белыми. Найти вероятность того, что шары извлекались из первого ящика.

Задача 21. Проводятся последовательные испытания пяти приборов на надежность. Каждый следующий прибор испытывается только в том случае, если предыдущий оказался надежным. Построить ряд распределения случайного числа ξ испытанных приборов, если вероятность выдержать испытание для каждого из них равна 0,9.

Задача 22. Плотность распределения с.в. ξ имеет вид $f_{\xi}(x) = \begin{cases} A \cos x, & x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \\ 0, & x \notin \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$.

Найти A и $P(|\xi| < \frac{\pi}{4})$.

Задача 23. Плотность распределения с.в. ξ имеет вид $f_{\xi}(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{2}, & x \in (1,2) \\ 0, & x \notin (1,2) \end{cases}$. Найти

п.р. $f_{\eta}(y)$ с.в. $\eta = \ln \xi - 3$.

Задача 24. Двумерная случайная величина $\xi(\omega) = (\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$ имеет плотность распределения $f(x, y) = \begin{cases} c(xy + y^2), & 0 \leq x, y \leq 2 \\ 0, & x, y - \text{другие} \end{cases}$. Найти константу c и частную плотность распределения случайной величины $\xi_1(\omega)$.

Задача 25. Двумерная случайная величина $\xi(\omega) = (\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$ имеет ряд распределения

| $y_j \setminus x_i$ | 0 | 2 | 4 |
|---------------------|-----|------|-----|
| 1 | 0,1 | 0,15 | 0,2 |
| 3 | 0,2 | 0,25 | 0,1 |

Найти: а) частные ряды распределений; б) условное распределение $\xi_1(\omega)$ при условии, что $\xi_2(\omega) = 3$; в) $\text{cov}(\xi_1, \xi_2)$.

Задача 26. Случайные величины $\xi_1(\omega)$ и $\xi_2(\omega)$ независимы, причем $\xi_1(\omega)$ имеет нормальное распределение с математическим ожиданием, равным 1 и дисперсией, равной 4, а $\xi_2(\omega)$ имеет равномерное распределение на отрезке $[0,2]$. Найти математическое ожидание случайной величины $\eta(\omega)$, если: а) $\eta(\omega) = \xi_1(\omega) + \xi_2(\omega)$; б) $\eta(\omega) = \xi_1(\omega) \cdot \xi_2(\omega)$; в) $\eta(\omega) = \xi_1^2(\omega) - \xi_2^2(\omega)$.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Федоткин М.А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики. — М.: Высшая школа. 2006. - 368 с. (90 экз.)
2. Федоткин М.А. Модели в теории вероятностей. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 608с. (196 экз.).
3. Федоткин М.А. Лекции по анализу случайных явлений. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2016. – 404 с. (166 экз.).

б) дополнительная литература:

1. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей. – М.: Наука, 1989. – 317с. (595 экз.).
2. Задачи оценивания неизвестных параметров распределений/ Сост. Сморкалова В.М. – Н. Новгород: ННГУ, 2015. – 51с. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ. Регистр. номер 982.15.08
3. Задачи проверки статистических гипотез/ Сост. Сморкалова В.М. – Н.Новгород: ННГУ, 2015. – 23с. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ. Регистр. номер 1017.15.08
4. Шильман С.В., Коньшева В.М. Курс теории вероятностей: Уч. пособие. – Н.Новгород: ННГУ, 1998. – 154с. (129 экз.)
5. Ширяев А.Н. Вероятность: Уч. пос. для вузов - М.: Наука, 1989. - 640 с. (92 экз.).
6. Мухин В.И., Сморкалова В.М. СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. Часть 3. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ. Регистр. номер 1661.17.06.
7. Мухин В.И., Сморкалова В.М. СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. Часть 4. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ. Регистр. номер 1662.17.06.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ им. Лобачевского
<http://www.unn.ru/books/resources.html>
2. Общероссийский математический интернет-портал <http://mathnet.ru>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные столами, стульями, учебной доской. Учебная и научная литература, учебно-методические материалы, представленные в библиотечном фонде, в электронных библиотеках.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 09.03.03 «Прикладная информатика».

Автор к.ф.-м. н., доц. _____ Пройдакова Е.В.

Рецензент (ы) _____

Заведующий кафедрой _____ Гергель В.П.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

30.11.2022 г. №3