

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Методы оптимизации

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии

Направленность образовательной программы
Инженерия программного обеспечения

Форма обучения
очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.19 Методы оптимизации относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<p>ОПК-1.1: Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук, базовые теории и истории основного, теории коммуникации; знает основную терминологию</p> <p>ОПК-1.2: Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты</p> <p>ОПК-1.3: Имеет практический опыт работы с решением стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1:</p> <p>Знать основные факты из математического анализа, геометрии и алгебры и других дисциплин, на которые опирается изучение методов оптимизации основные принципы, факты, понятия, аналитические и численные методы, алгоритмы, изучаемые в дисциплине:</p> <p>1. Принцип Беллмана, структуру рекуррентных уравнений Беллмана;</p> <p>2. Понятие оптимальности для задач векторной оптимизации;</p> <p>3. Основные понятия и факты из выпуклого анализа, включая свойства выпуклых функций;</p> <p>4. Запись условий оптимальности для различных типов задач математического программирования: условия Лагранжа, Каруша–Куна–Таккера, достаточные условия второго порядка и их роль в построении численных методов;</p> <p>5. Классические и эффективные вычислительные методы одномерной, многомерной локальной и глобальной оптимизации и условия их</p>	<p>Отчет по лабораторным работам</p> <p>Контрольная работа</p>	<p>Экзамен:</p> <p>Контрольная работа</p>

		<p>применимости;</p> <p>6. Методы учета ограничений в локальной и многоэкстремальной оптимизации.</p> <p>Дополнительные принципы, факты, понятия, методы и алгоритмы из предметной области</p> <p>ОПК-1.2:</p> <p>Уметь применять базовые знания естественных наук, математики и информатики решать математические задачи и проблемы из области методов оптимизации, аналогичные ранее изученным:</p> <ol style="list-style-type: none">1. выполнять математическую постановку задач оптимизации2. строить вычислительные схемы решения задач динамического программирования с помощью уравнений Беллмана;3. использовать методы свертки в задачах многокритериальной оптимизации;4. находить решения задач математического программирования, имеющих простое аналитическое описание, с использованием условий Каруша-Куна-Таккера;5. выбирать эффективные вычислительные методы решения нелинейных задач оптимизации различного типа и правильно интерпретировать результаты.6. применять универсальные математические пакеты для выполнения оптимизационных расчетов; <p>доказывать ранее изученные в рамках дисциплины математические утверждения; проводить доказательства</p>		
--	--	---	--	--

		<p>математических утверждений не аналогичных ранее изученным, но тесно примыкающих к ним;</p> <p>ОПК-1.3: Владеть терминологией предметной области; приемами аналитического решения и интерпретации результатов для задач из различных разделов методов оптимизации; основными приемами проведения математических доказательств; математическим и алгоритмическим мышлением, математической культурой; принципами построения и выбора эффективных численных методов решения нелинейных задач оптимизации.</p>		
<p>ПК-1: Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования подходов, решений и выводов по соответствующим научным и профессиональным проблемам</p>	<p>ПК-1.1: Знает методы обработки и интерпретации данных научных исследований</p> <p>ПК-1.2: Умеет собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований</p> <p>ПК-1.3: Имеет практический опыт сбора, обработки и интерпретации данных научных исследований</p>	<p>ПК-1.1: Знать классические и эффективные вычислительные методы одномерной, многомерной локальной и глобальной оптимизации и условия их применимости;</p> <p>ПК-1.2: Уметь 1. выбирать эффективные вычислительные методы решения нелинейных задач оптимизации различного типа и правильно интерпретировать результаты. 2. применять универсальные математические пакеты для выполнения оптимизационных расчетов;</p> <p>ПК-1.3: Владеть методами сбора, обработки и интерпретации данных научных исследований</p>	<p>Отчет по лабораторным работам</p>	<p>Экзамен: Контрольная работа</p>

		на примере решения задач оптимизации		
--	--	--------------------------------------	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	5
Часов по учебному плану	180
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	64
- КСР	2
самостоятельная работа	46
Промежуточная аттестация	36 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	
Раздел 1. Введение: постановки задач нелинейного математического программирования, многокритериальные задачи. Динамическое программирование.	28	6	14	20	8
Раздел 2. Элементы выпуклого анализа. Теория условий оптимальности.	28	6	14	20	8
Раздел 3. Численные методы безусловной локальной оптимизации.	45	10	20	30	15
Раздел 4. Методы учета функциональных ограничений в локальной оптимизации.	41	10	16	26	15
Аттестация	36				
КСР	2			2	
Итого	180	32	64	98	46

Содержание разделов и тем дисциплины

Раздел 1. Введение.

Общая постановка однокритериальной задачи оптимизации. Понятия локально-оптимального и глобально-оптимального решений. Обобщение понятий оптимальности на многокритериальные задачи оптимизации. Решения оптимальные по Парето и Слейтеру (эффективные и слабо эффективные решения). Методы линейной свертки и свертки Гермейера, их геометрическая интерпретация. Свойства линейной свертки, свойства свертки Гермейера.

Задачи и методы динамического программирования. Задачи с фиксированным временем длительности процесса. Понятие состояния управляемого динамического процесса. Постановка задачи. Требования, накладываемые на понятие «состояние» в динамическом программировании. Определения функции Беллмана при решении «от конца» и «от начала». Метод рекуррентных уравнений Беллмана при записи «от конца». Принцип Беллмана как необходимое и как достаточное условия, формулируемые как «от начала», так и «от конца», доказательство принципа Беллмана в форме необходимого условия (в аддитивном случае) и его доказательство в форме достаточного условия (для критериев аддитивного и типа максимума). Связь принципа Беллмана с уравнениями Беллмана. Запись рекуррентных уравнений Беллмана от начала процесса. Пример использования соотношений Беллмана. Задачи с нефиксированной длительностью процесса. Обобщение уравнений Беллмана на задачи с нефиксированной длительностью процесса. Применение к задачам поиска оптимальных путей на графах. Задачи поиска оптимальных путей на графах с неотрицательными весами ребер: алгоритм метода Дейкстры, доказательство оптимальности построенных им путей (по материалам лабораторной работы), связь метода Дейкстры с принципом Беллмана в форме достаточного условия. Задачи на графах с векторными весами ребер. Отыскание оптимальных по Парето и Слейтеру решений методом сверток, согласование вида свертки с видом критерия, скаляризация графа при согласованном выборе.

Раздел 2. Элементы выпуклого анализа. Теория условий оптимальности.

2.1. Выпуклые множества, выпуклые функции (выпуклость и строгая выпуклость). Проекция точки на множество, две леммы о свойствах проекции. Отделимость точки и множества, геометрический смысл понятия отделимости, две теоремы об отделимости. Свойства выпуклых функций, два критерия выпуклости. Задача выпуклого математического программирования и ее свойства.

2.2. Градиент и производная по направлению, ее вычисление в случае дифференцируемости функции, свойства градиента, множество направлений строгого локального убывания. Условие оптимальности первого порядка при отсутствии ограничений: теорема Ферма. Задачи с ограничениями общего вида, функция Лагранжа для общей задачи математического программирования. Определение понятия регулярности допустимого множества в точке и в целом. Задачи с ограничениями-равенствами, теорема Лагранжа (метод множителей Лагранжа). Достаточное условие регулярности допустимого множества в точке для ограничений-равенств. Геометрическая интерпретация условий оптимальности из теоремы о методе множителей Лагранжа – геометрический смысл условий ее выполнения. Запись условий минимума в задачах математического программирования с ограничениями смешанного типа. Теорема о достаточности для глобального минимума условий Каруша-Куна-Таккера в недифференциальной форме, записанных через принцип минимума. Теорема о необходимости и о достаточности условий Каруша-Куна-Таккера в недифференциальной форме, записанных через принцип минимума для выпуклой задачи с регулярным множеством. Теорема Каруша-Куна-Таккера в недифференциальной форме для выпуклой регулярной задачи, записанная через седловую точку функции Лагранжа. Достаточное условие Слейтера регулярности допустимого множества. Теорема о необходимых и достаточных условиях минимума в дифференциальной форме для класса выпуклых регулярных задач. Геометрическая интерпретация условий оптимальности, записанных в градиентной форме для выпуклого регулярного случая. Геометрическая интерпретация ситуации $\lambda_i < 0$ при разложении антиградиента целевой функции в выпуклой задаче при неверной гипотезе о наборе активных неравенств. Направленная коррекция гипотез об активности при решении выпуклых регулярных задач с использованием условий Каруша-Куна-Таккера. Теорема Каруша-Куна-Таккера в дифференциальной форме для невыпуклых задач – условие оптимальности первого порядка. Конические аппроксимации

вспомогательных множеств. Достаточное условие регулярности допустимого множества в точке (в форме линейной независимости специального набора градиентов). Геометрические примеры недостаточности условий первого порядка для существования локального минимума в невыпуклом случае. Теорема о достаточных условиях первого порядка для острого локального минимума (без доказательства). Теорема о достаточных условиях второго порядка для строгого локального минимума в задачах со смешанными ограничениями. Теорема о необходимых условиях второго порядка для локального минимума в задачах со смешанными ограничениями (без доказательства).

Разделы 3-5. Численные методы безусловной локальной оптимизации. Методы учета функциональных ограничений в локальной оптимизации. Численные методы многоэкстремальной оптимизации

3.1. Понятие метода поисковой оптимизации. Испытание и порядок испытания. Априорная и поисковая информация. Пассивные и последовательные алгоритмы. Принцип наилучшего гарантированного результата. Оптимальные алгоритмы. Понятие одношаговой последовательной оптимальности. Класс унимодальных функций, правило сокращения интервала по двум измерениям. Симметричные алгоритмы, свойства пропорций деления. Метод Фибоначчи. Неоптимальные алгоритмы: методы золотого сечения и два варианта метода дихотомии. Связь метода Фибоначчи с методом золотого сечения.

3.2. Метод поиска глобального минимума выпуклой дифференцируемой функции на выпуклом многограннике. Вид нижней оценки выпуклой функции по конечному числу ее испытаний первого порядка. Сведение решения задачи к последовательности задач линейного программирования. Теорема об определении решения (без доказательства).

3.3. Задачи поиска локального экстремума в задачах без ограничений. Общая структура итерационных методов локального поиска. Понятие порядка метода. Линейная, сверхлинейная и квадратичная скорости сходимости (определения). Два критерия выбора шагового множителя, их геометрическая интерпретация. Алгоритмы Армихо и одномерной минимизации. «Аккуратный» одномерный поиск. Простые методы многомерного локального поиска и их свойства: градиентные методы, включая метод наискорейшего градиентного поиска, и метод Ньютона. Вывод итерационного соотношения метода Ньютона, геометрическая интерпретация. Свойства метода наискорейшего градиентного поиска и метода Ньютона. Теоремы сходимости для этих методов. Методы прямого поиска на примере метода Хука-Дживса.

3.4. Более сложные и эффективные методы локальной оптимизации: алгоритм метода Ньютона с регулировкой шага (по одномерной минимизации и по Армихо), модифицированный метод Ньютона с модификацией матрицы Гессе до положительной определенности на основе модифицированного преобразования Холесского (теорема о разложении Холесского, упрощенная схема модифицированного разложения Холесского без учета эффектов вычислительной неустойчивости); квазиньютоновское условие, квазиньютоновский метод Давидона-Флетчера-Пауэлла.

Разделы 4. Методы учета функциональных ограничений в локальной оптимизации. Численные методы многоэкстремальной оптимизации

Решение задач с ограничениями. Метод внешнего штрафа, функция степенного штрафа, влияние показателя степени на гладкость штрафа. Теорема сходимости. Геометрическое и аналитическое объяснение причин необходимости неограниченного возрастания коэффициента штрафа при гладком штрафе. Свойства метода штрафов: плохая обусловленность вспомогательных задач, характер приближения оценок к решению. Теорема об оценке погрешности решения в зависимости от коэффициента штрафа и показателя степени (без доказательства). Критерий останова в методе штрафа.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Проработка теоретического материала лекционных занятий выполняется самостоятельно с использованием лекционных материалов, методических материалов в виде курса лекций «Методы нелинейной оптимизации» (автор: Городецкий С.Ю.) в электронной форме, размещенного на сайте кафедры ТУиДС по адресу: <http://www.old.itmm.unn.ru/tuds/materialy/>. Домашние задания выдаются по имеющемуся задачнику, который включает краткий теоретический материал и примеры решения задач из каждого раздела:

1. Методы оптимизации в примерах и задачах. Учебно-методическое пособие. / Бирюков Р.С., Григорьева С.А., Городецкий С.Ю., Павлючонок З.Г., Савельев В.П.– Н.Новгород: ННГУ, 2010.

В форме электронного документа – URL: <http://www.itmm.unn.ru/tuds/materialy/> – доступ свободный.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Отчет по лабораторным работам) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Привести свой пример графа и постановки задачи с нарушением принципа Беллмана в форме необходимого условия.

2. Сформулировать принцип Беллмана в форме достаточного условия «с конца». Доказать для критерия типа максимума.

3. Доказать, что при строго положительных коэффициентах свертки решениями в методе линейной свертки будут являться только эффективные (оптимальные по Парето) пути.

4. Привести свой пример поэтапного выполнения метода Дейкстры для графа с 5-7 вершинами для критерия типа максимума. Подобрать пример, приводящий к изменению пометок ребер у некоторых вершин и остановку вычислений до того, как все вершины приобретут постоянные метки.

5. В чем Вы видите связь метода Дейкстры с принципом Беллмана в форме достаточного условия?

6. Сформулируйте и обоснуйте известные Вам свойства свертки Гермейера.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Отчет по лабораторным работам) для оценки сформированности компетенции ПК-1:

1. Дать определение регулярности области в точке. Привести свой пример области, порожденной гладкими неравенствами (для класса гладких задач), с нарушением регулярности в одной из точек (с обоснованием).
2. Привести пример допустимого множества, для которого существует допустимая точка, где ограничения–неравенства выполняются строго, а условие Слейтера применять нельзя. Проанализировать его доказательство и указать причину его неприменимости в Вашем случае.
3. Привести свой пример ситуации (для гладкого случая), когда точка удовлетворяет всем условиям Куна-Таккера, но не является локальным минимумом.
4. Как должны измениться условия оптимальности для гладких задач с неравенствами в задачах на максимум? Привести геометрическую иллюстрацию взаиморасположения векторов градиентов в соответствующем случае. Обосновать.
5. Доказать, что на классе гладких задач с невыпуклой целевой функцией и областью, удовлетворяющей достаточному условию регулярности Слейтера, это условие применимо при наличии гладкости ограничений. Т.е. требуется доказать это достаточное условие регулярности для измененного класса задач.

Критерии оценивания (оценочное средство - Отчет по лабораторным работам)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Правильность и полнота выполнения практического задания по лабораторному практикуму не ниже 60-65%, при этом студент демонстрирует достаточное знание и адекватное понимание необходимых теоретических фактов.
не зачтено	Практическое задание по лабораторному практикуму выполнено менее, чем на 60%, при этом обнаружены значительные пробелы в знании и понимании необходимых теоретических фактов.

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Предприятие выпускает телевизоры и кинескопы. Фиксированные затраты на выпуск партии кинескопов равны 2500 у.е., затраты на выпуск одного кинескопа составляют 8,5 у.е. График выпуска телевизоров требует следующего выпуска количества кинескопов в текущем году по месяцам:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
150	250	200	150	110	60	50	110	130	240	300	80

Временем, необходимым для выпуска кинескопов, можно пренебречь. Решение о выпуске кинескопов принимается раз в месяц. Найти наилучшее время для выпуска партий кинескопов и размер этих партий, если в настоящий момент их имеется 10, а в конце года желательно иметь 50.

Используя теорему Каруша–Куна–Таккера и условия оптимальности второго порядка, найдите глобальный минимум функции

$$Q(x, y, z) = y + y^2 + x(1 + y - 3z) + z - 2yz - 2z^2$$

при следующих ограничениях $x + 2y - z \leq 1$, $z \leq 1 + x + y$, $z - 2y \leq 2 + x$ и $2z = 1 + y$.

Замечание: все вычисления выполняются в десятичных дробях.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все предложенные задачи решены полностью, применены оригинальные и короткие способы решения с необходимым обоснованием, решения задач доведены до правильных ответов.
отлично	Предложенные задачи решены, решения имеют необходимые обоснования, задачи доведены до ответов, в которых могут присутствовать незначительные погрешности.
очень хорошо	Предложенные задачи в основном решены (около 80-85%), хотя и с незначительными погрешностями, решения в основном обоснованы, но не полностью.
хорошо	Почти все предложенные задачи во многом решены, но решения не везде доведены до верного ответа. Степень выполнения заданий не ниже 60%.
удовлетворительно	Доля правильности выполнения заданий ниже 55-60%, решения приводятся без надлежащего теоретического обоснования.
неудовлетворительно	Степень выполнения заданий ниже 30%, демонстрируется низкий уровень знания теории.

Оценка	Критерии оценивания
плохо	Обнаружены существенные пробелы в понимании материала. Степень выполнения заданий ниже 10%.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

			недочетами				
--	--	--	------------	--	--	--	--

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Вариант № Е1/2023

Теоретический тест по курсу «Методы оптимизации»

- 1а. Сформулируйте лемму о расплещении инфимума. Запишите принцип Беллмана как необходимое условия оптимальности процесса. Всегда ли выполняется необходимая форма принципа Беллмана? Если нет, то приведите соответствующий пример.
- 1б. Запишите определение эффективного решения, дайте геометрическую интерпретацию.
- 2а. Сформулируйте критерий выпуклости непрерывно дифференцируемой функции, приведите геометрическую иллюстрацию с подробным пояснением обозначений.
- 2б. Дайте определение производной по направлению. Вычислите в начале координат для функции $f(x) = 64x_1^2 + 120x_1x_2 + 64x_2^2 - 10x_1 + 30x_2 + 13$ производную вдоль направления тангенснейшего локального убывания функции.
- 3а. Запишите постановку задачи математического программирования с ограничениями-неравенствами. Сформулируйте теорему Каруша – Куна – Таккера для гладкой выпуклой задачи.
- 3б. Проверьте выполнение достаточных условий оптимальности второго порядка в точке $(-2, -1)$ для задачи
$$\min \left\{ (y - x)(y - 1) : y \leq 3 + 2x \right\}.$$
- 4а. Запишите определение унимодальной функции. Сформулируйте правило отсеивания при поиске минимума унимодальной функции.
- 4б. Запишите и проиллюстрируйте критерий существования убывания функции, критерий близости к минимуму по направлению.
- 5а. В чем заключается основная идея метода Ньютона? Запишите его итерационную формулу. Сформулируйте теорему о сходимости метода Ньютона.
- 5б. Запишите определение лишнизируемой функции, дайте геометрическую интерпретацию. Приведите вид нижней оценки функции $f(x)$ по результатам одного измерения в методе деления на три.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-1

- 1а. Сформулируйте лемму о расплещении инфимума. Запишите принцип Беллмана как необходимое условия оптимальности процесса. Всегда ли выполняется необходимая форма принципа Беллмана? Если нет, то приведите соответствующий пример.
- 1б. Запишите определение эффективного решения, дайте геометрическую интерпретацию.
- 2а. Сформулируйте критерий выпуклости непрерывно дифференцируемой функции, приведите геометрическую иллюстрацию с подробным пояснением обозначений.
- 2б. Дайте определение производной по направлению. Вычислите в начале координат для функции $f(x) = 64x_1^2 + 128x_1x_2 + 64x_2^2 - 10x_1 + 30x_2 + 13$ производную вдоль направления наибыстрейшего локального убывания функции.
- 3а. Запишите постановку задачи математического программирования с ограничениями-неравенствами. Сформулируйте теорему Каруша – Куна – Таккера для гладкой выпуклой задачи.
- 3б. Проверьте выполнение достаточных условий оптимальности второго порядка в точке $(-2, -1)$ для задачи
$$\min \{ (y - x)(y - 1) : y \leq 3 + 2x \}.$$
- 4а. Запишите определение унимодальной функции. Сформулируйте правило отсеивания при поиске минимума унимодальной функции.
- 4б. Запишите и проиллюстрируйте критерий существенности убывания функции, критерий близости к минимуму по направлению.
- 5а. В чем заключается основная идея метода Ньютона? Запишите его итерационную формулу. Сформулируйте теорему о сходимости метода Ньютона.
- 5б. Запишите определение линейизируемой функции, дайте геометрическую интерпретацию. Приведите вид нижней оценки функции $f(x)$ по результатам одного измерения в методе деления на три.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все предложенные задачи решены полностью, применены оригинальные и короткие способы решения с необходимым обоснованием, решения задач доведены до правильных ответов.
отлично	Предложенные задачи решены, решения имеют необходимые обоснования, задачи доведены до ответов, в которых могут присутствовать незначительные погрешности.
очень хорошо	Предложенные задачи в основном решены (около 80-85%), хотя и с незначительными погрешностями, решения в основном обоснованы, но не полностью.
хорошо	Почти все предложенные задачи во многом решены, но решения не везде доведены до верного ответа. Степень выполнения заданий не ниже 60%.
удовлетворительно	Доля правильности выполнения заданий ниже 55-60%, решения приводятся без надлежащего теоретического обоснования.
неудовлетворительно	Степень выполнения заданий ниже 30%, демонстрируется низкий уровень знания теории.
плохо	Обнаружены существенные пробелы в понимании материала. Степень выполнения заданий ниже 10%.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Васильев Федор Павлович. Численные методы решения экстремальных задач : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности "Приклад. математика". - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М. : Наука, 1988. - 549 с. : ил. - ISBN 5-02-013796-0 (в пер.) : 1.60., 178 экз.

2. Городецкий С. Ю. Нелинейное программирование и многоэкстремальная оптимизация : учеб. пособие / Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского. - Н. Новгород : Изд-во ННГУ, 2007. - 489 с. - (Модели и методы конечномерной оптимизации ; вып. 2). - ISBN 978-5-85746-987-3 : 90.00., 82 экз.
3. Карманов Владимир Георгиевич. Математическое программирование : [учеб. пособие для вузов по специальности "Прикладная математика"]. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1986. - 286, [1] с. : граф. - 0.80., 127 экз.

Дополнительная литература:

1. Гилл Филип. Практическая оптимизация / пер. с англ. В. Ю. Лебедева ; под ред. А. А. Петрова. - М. : Мир, 1985. - 509 с. : ил. - 2.70., 32 экз.
2. Сухарев А. Г. Курс методов оптимизации / Сухарев А. Г., Тимохов А. В., Федоров В. В. - 2-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 384 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-0559-0., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665794&idb=0>.
3. Измаилов А. Ф. Численные методы оптимизации / Измаилов А. Ф., Солодов М. В. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 320 с. - Рекомендовано учебно-методическим советом по прикладной математике и информатике для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 010200 "Прикладная математика и информатика" и по направлению 510200 "Прикладная математика и информатика". - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-0975-8., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665731&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Городецкий С.Ю. Лабораторный практикум по методам локальной оптимизации в программной системе LocOpt. Электронный ресурс: <http://www.unn.ru/e-library/aids.html?pscience=6&posdate=2007>.
2. Электронная библиотечная система «Издательство Лань», 2016, URL: <https://e.lanbook.com>
3. Для поддержки курса разработаны компьютерные программные лаборатории «OptWay» и «LocOpt», установленные в учебном компьютерном классе лаборатории «Динамика и оптимизация» кафедры ТУиДС (ауд. 218, корп. 2). Кроме того, при проведении лабораторных работ используются математические пакеты общего назначения, преимущественно Mathematica или MatLab. Используемое программное обеспечение является лицензионным.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор(ы): Бирюков Руслан Сергеевич, кандидат физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Осипов Григорий Владимирович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.